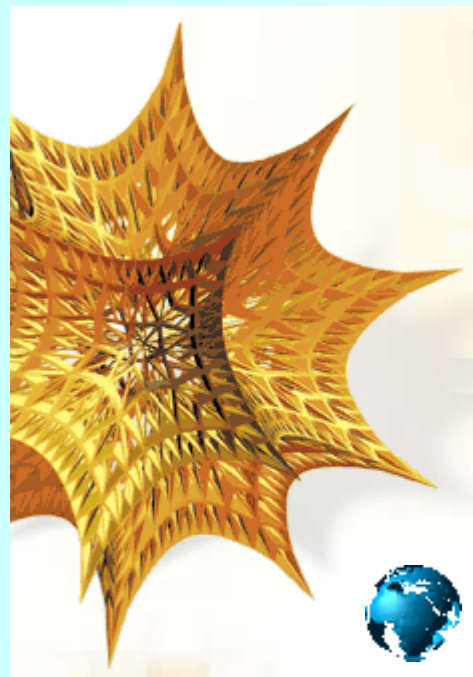
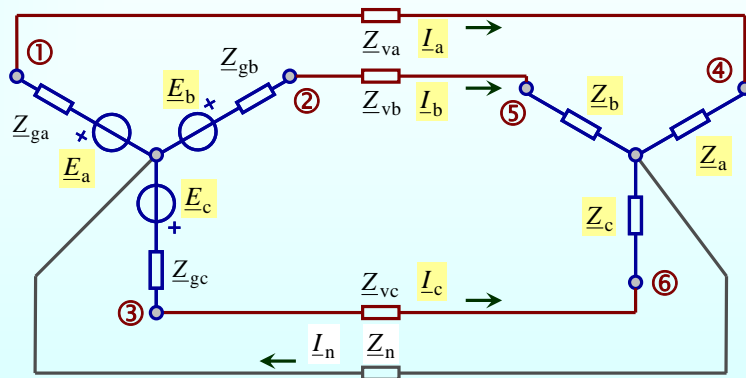
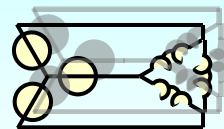


*Вишефазне електричне системе је патентирао  
српски истраживач **Никола Тесла***

# Теорија електричних кола



Милка Потребих



# Трофазна електрична кола

временски непроменљива,  
линеарна, са устаљеним  
простопериодичним одзивом

# Симетричан трофазни систем

- Трофазни систем напона или струја је **симетричан** ако су исте
  - (а) амплитуде чланова и
  - (б) фазне разлике два суседна члана
- Симетричан систем је **директан** ако фазе чланова опадају
- Симетричан систем је **инверзан** ако фазе чланова расту

# Директан симетричан систем

$$\underline{E}_a = E e^{j\theta_{ga}}$$

$$\underline{E}_b = \underline{E}_a e^{-j\varphi_3}$$

$$\underline{E}_c = \underline{E}_a e^{-j2\varphi_3}$$

$$e_a(t) = \sqrt{2}E \cos(\omega t + \theta_{ga})$$

$$e_b(t) = \sqrt{2}E \cos(\omega t + \theta_{ga} - \varphi_3)$$

$$e_c(t) = \sqrt{2}E \cos(\omega t + \theta_{ga} - 2\varphi_3)$$

$$\varphi_3 = \frac{2\pi}{3}$$

$$\underline{E}_{\text{system}} = \{ \underline{E}_a, \underline{E}_b, \underline{E}_c \}$$

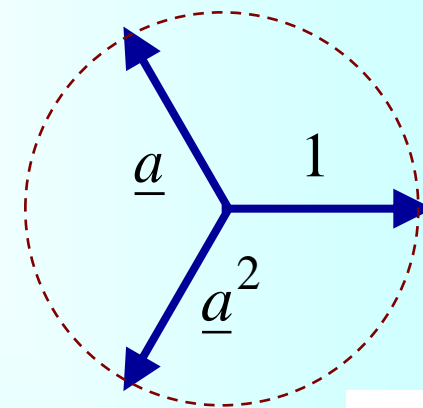
Збир чланова симетричног трофазног система је једнак нули

$$e_a(t) + e_b(t) + e_c(t) = 0$$

$$\underline{E}_a + \underline{E}_b + \underline{E}_c = 0$$

# Оператор трофазног система

$$\underline{a} = e^{j\varphi_3} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \frac{-1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$$

$$1 + \underline{a}^{-1} + \underline{a}^{-2} = 0$$

$$\underline{a}^{-3} = \underline{a}^3 = 1$$

$$1 - \underline{a}^{-1} = \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{a}^* = \underline{a}^{-1} = \underline{a}^2$$

$$1 - \underline{a} = \sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{a}^{-2} = \underline{a}$$

$$E_{\text{direktan}} = \{ \underline{E}_a, \underline{E}_a \underline{a}^{-1}, \underline{E}_a \underline{a}^{-2} \}$$

$$= \{ \underline{E}_a, \underline{a}^2 \underline{E}_a, \underline{a} \underline{E}_a \}$$

$$E_{\text{inverzan}} = \{ \underline{E}_a, \underline{a} \underline{E}_a, \underline{a}^2 \underline{E}_a \}$$

$$|\underline{a}| = 1$$

# Веза фазних и линијских напона

$$\underline{U}_a = U_a e^{j\theta_a}$$

$$\underline{U}_b = \underline{a}^{-1} \underline{U}_a = \underline{a}^2 \underline{U}_a$$

$$\underline{U}_c = \underline{a}^{-2} \underline{U}_a = \underline{a} \underline{U}_a$$

$$U_{\text{direktan}} = \{\underline{U}_a, \underline{U}_a \underline{a}^{-1}, \underline{U}_a \underline{a}^{-2}\}$$

Ако је систем **фазних** напона симетричан директан и систем **линијских** напона ће бити симетричан директан

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_a - \underline{U}_b = (1 - \underline{a}^{-1}) \underline{U}_a \\ &= \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}} \underline{U}_a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{bc} &= \underline{U}_b - \underline{U}_c = (1 - \underline{a}^{-1}) \underline{a}^{-1} \underline{U}_a \\ &= \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}} \underline{a}^{-1} \underline{U}_a = \underline{a}^{-1} \underline{U}_{ab} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ca} &= \underline{U}_c - \underline{U}_a = (1 - \underline{a}^{-1}) \underline{a}^{-2} \underline{U}_a \\ &= \sqrt{3} e^{j\frac{\pi}{6}} \underline{a}^{-2} \underline{U}_a = \underline{a}^{-2} \underline{U}_{ab} \end{aligned}$$

# Где је корен из три?

- Корен из три се јавља када **одузимамо** два комплексна броја **истог модула** чији се аргументи разликују за **трећину пуног угла**
- Ефективна вредност линијског напона је **корен из три** пута већи од ефективне вредности фазног напона (Y-генератор)

$$\frac{2\pi}{3}$$

$$U_{\text{linijski}} = \sqrt{3}U_{\text{fazni}}$$

# Симетрични трофазни елементи

- Трофазни генератор је ***симетричан*** ако његови напони чине симетричан систем напона и ако су импедансе једнаке
- Трофазни потрошач је ***симетричан*** ако су његове импедансе једнаке
- Трофазни вод је ***симетричан*** ако су импедансе фазних проводника једнаке

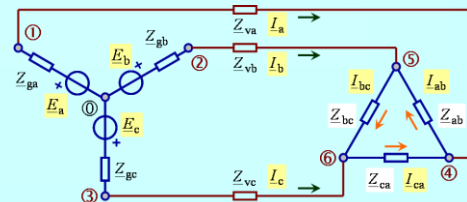


# Уравнотежено трофазно коло

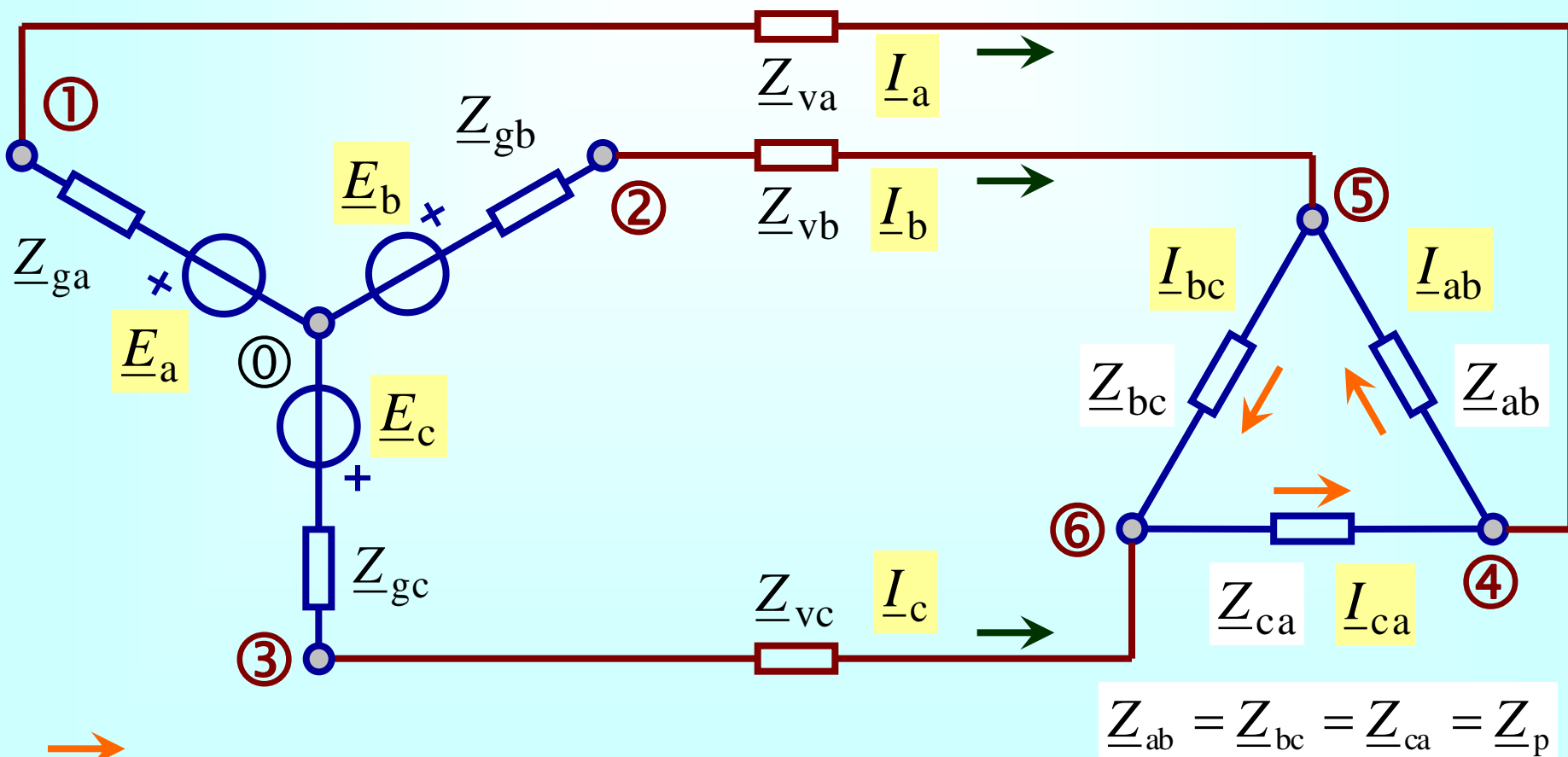
- Трофазно коло је **уравнотежено** ако су сви трофазни системи напона и струја кола **симетрични**
- Уравнотежено коло се образује повезивањем **симетричних** трофазних елемената
- Уравнотежена кола су **циљ** у пракси

# Домаћи задатак

- Трофазно коло  $Y$ - $\Delta$  је уравнотежено и вредности елемената су познате
- Одреди фазне и линијске напоне и струје
- Одредити комплексну и тренутну снагу потрошача
- Сматрати да је трофазни генератор симетричан (а) директан, (б) инверзан



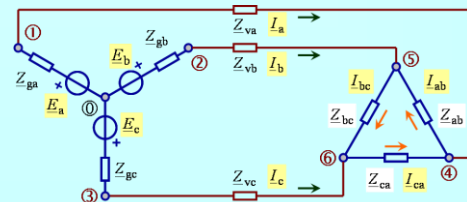
# Трофазно коло Y-Δ



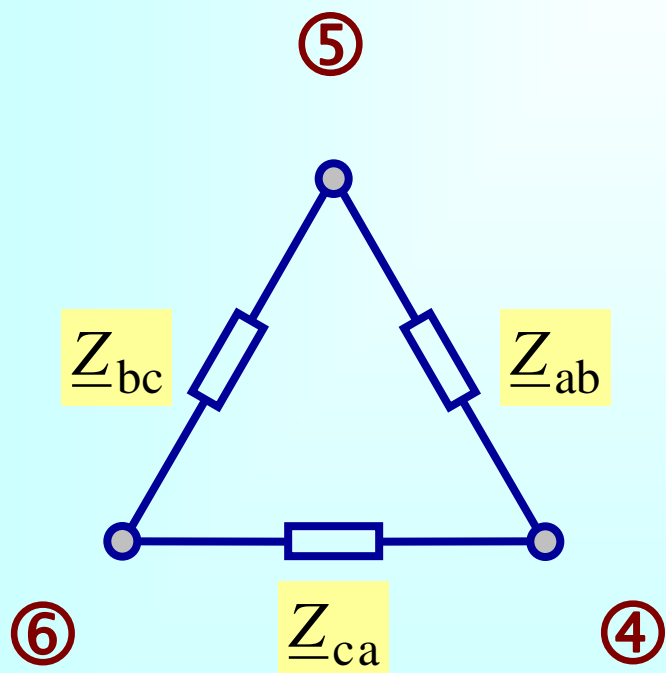
**Наранџасте** стрелице означавају смер **фазних** струја потрошача

# Како решавамо $Y$ - $\Delta$ коло?

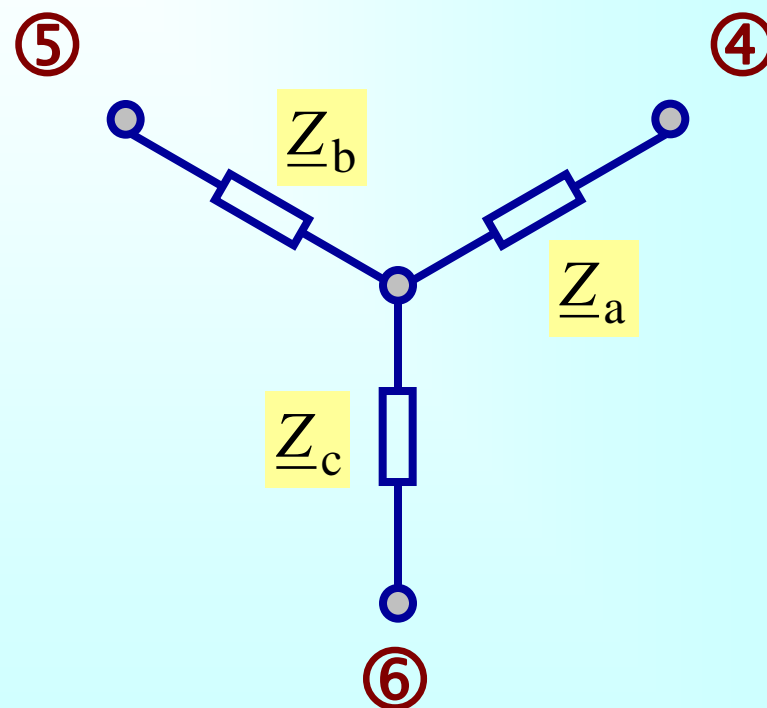
- Преобразујемо (трансфигуришемо) троугао импеданси потрошача у звезду
- Решимо **заменско**  $Y$ - $Y$  коло, одредимо линијске напоне потрошача
- Из одређених линијских напона, у  $Y$ - $\Delta$  колу, одредимо **фазне** струје потрошача (фазни напони потрошача у  $Y$ - $\Delta$  колу су **једнаки** линијским напонима потрошача)



# Трофазни потрошач везан у троугао



Веза у троугао или  
Δ веза (Delta)



Веза у звезду или  
Y веза (WYE)

# Веза импеданси звезда-троугао

$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_a + \underline{Z}_b + \frac{\underline{Z}_a \underline{Z}_b}{\underline{Z}_c}$$

$$\underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_b + \underline{Z}_c + \frac{\underline{Z}_b \underline{Z}_c}{\underline{Z}_a}$$

$$\underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_c + \underline{Z}_a + \frac{\underline{Z}_c \underline{Z}_a}{\underline{Z}_b}$$

$$\underline{Z}_{\Delta} = 3\underline{Z}_Y$$

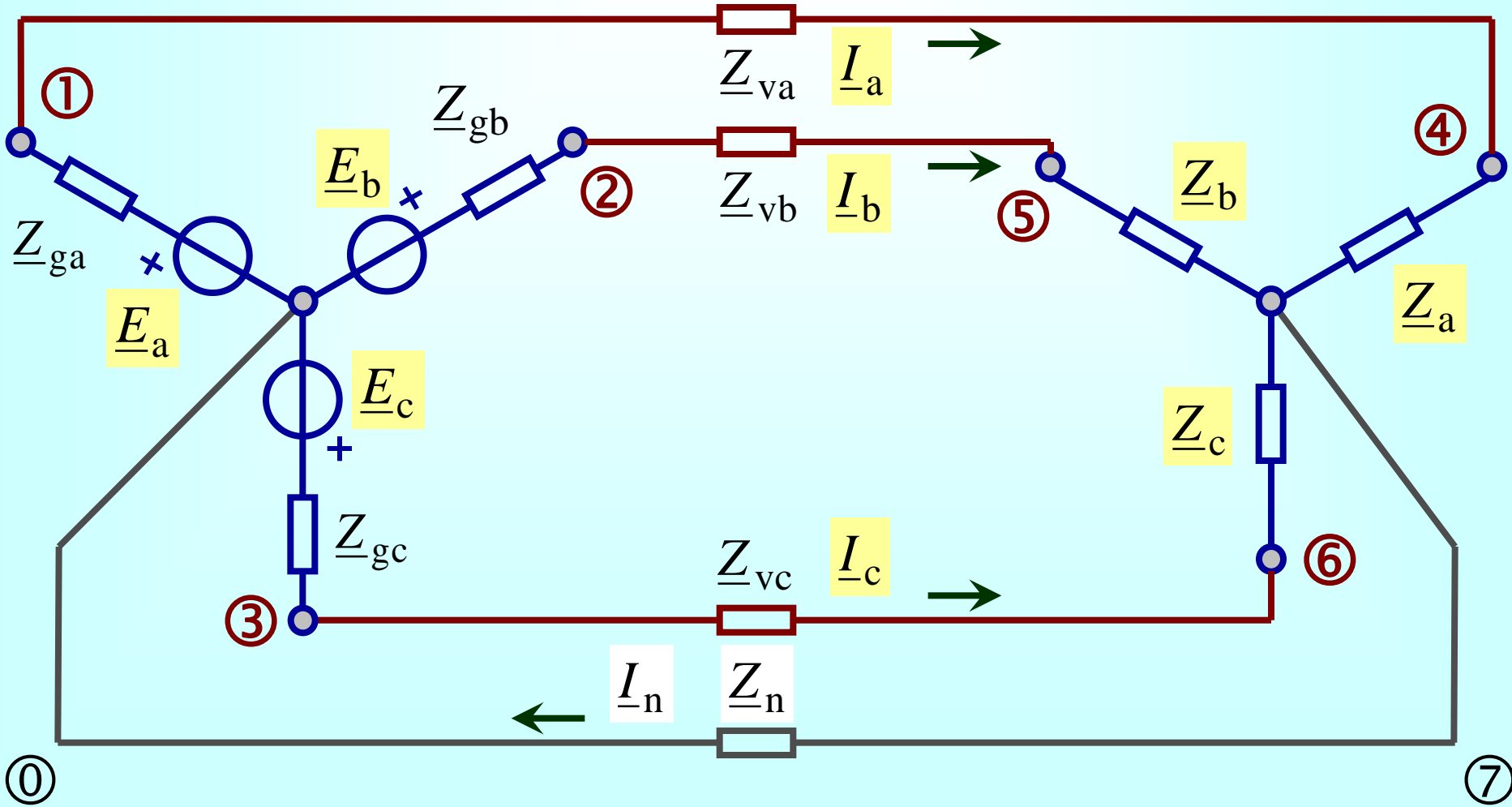
$$\underline{Z}_a = \frac{\underline{Z}_{ab} \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}$$

$$\underline{Z}_b = \frac{\underline{Z}_{bc} \underline{Z}_{ab}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}$$

$$\underline{Z}_c = \frac{\underline{Z}_{ca} \underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}}$$

$$\underline{Z}_Y = \frac{1}{3} \underline{Z}_{\Delta}$$

# Трофазно коло Y-Y



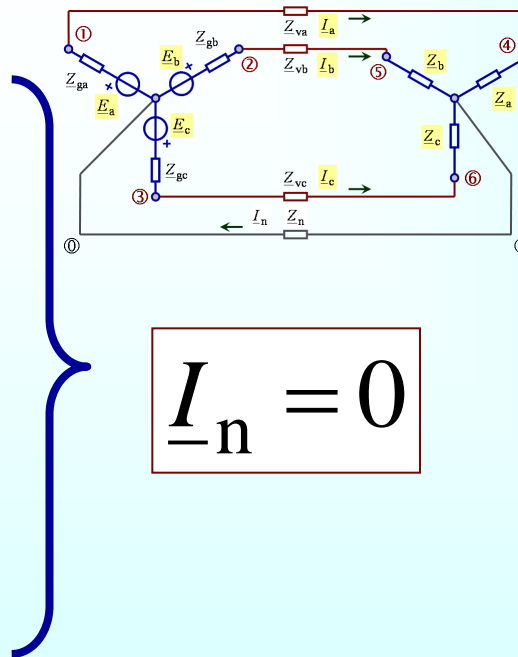
# Решавање уравнотеженог Y-Y кола

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = \underline{I}_n$$

$$(\underline{Z}_{ga} + \underline{Z}_{va} + \underline{Z}_a)\underline{I}_a + \underline{Z}_n \underline{I}_n = \underline{E}_a$$

$$(\underline{Z}_{gb} + \underline{Z}_{vb} + \underline{Z}_b)\underline{I}_b + \underline{Z}_n \underline{I}_n = \underline{E}_b$$

$$(\underline{Z}_{gc} + \underline{Z}_{vc} + \underline{Z}_c)\underline{I}_c + \underline{Z}_n \underline{I}_n = \underline{E}_c$$



$$\underline{I}_n = 0$$

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{E}_a}{\underline{Z}_g + \underline{Z}_v + \underline{Z}}$$

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{E}_b}{\underline{Z}_g + \underline{Z}_v + \underline{Z}}$$

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{E}_c}{\underline{Z}_g + \underline{Z}_v + \underline{Z}}$$

$$\underline{Z}_{ga} = \underline{Z}_{gb} = \underline{Z}_{gc} = \underline{Z}_g$$

$$\underline{E}_a \quad \text{или} \quad \underline{E}_a$$

$$\underline{Z}_{va} = \underline{Z}_{vb} = \underline{Z}_{vc} = \underline{Z}_v$$

$$\underline{E}_b = \underline{a}^{-1} \underline{E}_a \quad \underline{E}_b = \underline{a} \underline{E}_a$$

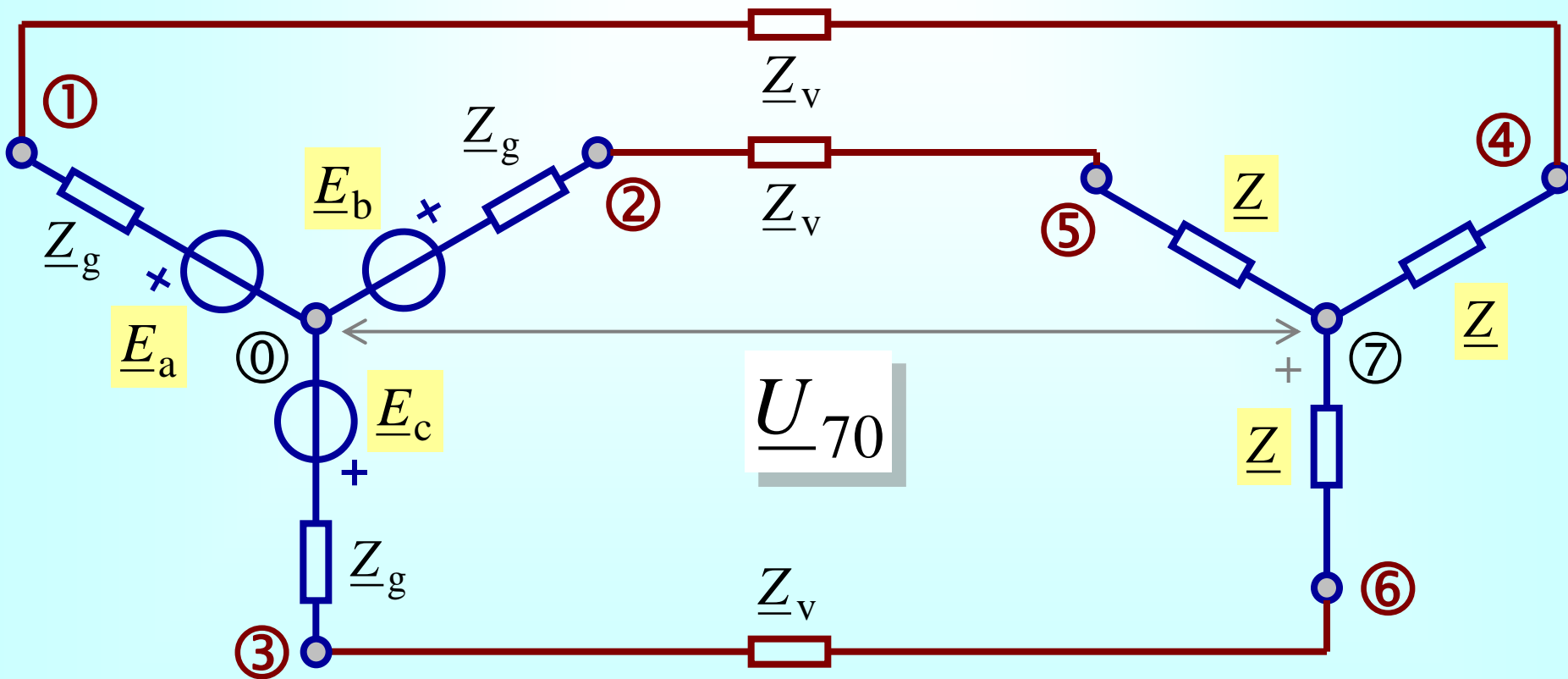
$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z} = \underline{Z}_p / 3$$

$$\underline{E}_c = \underline{a}^{-2} \underline{E}_a \quad \underline{E}_c = \underline{a}^2 \underline{E}_a$$

**Струје чине симетричан трофаз. систем**



# Y-Y коло без нултог проводника

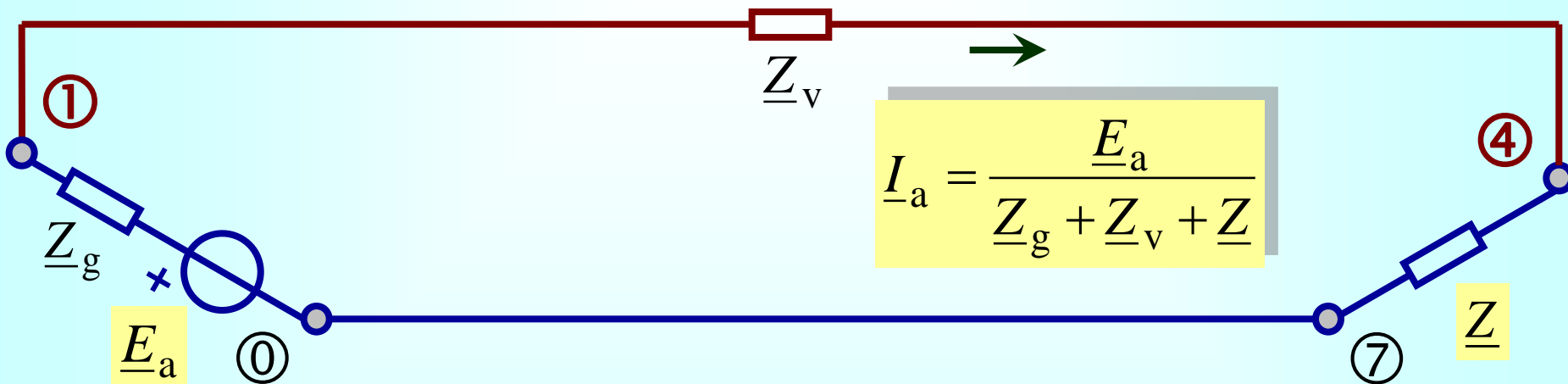
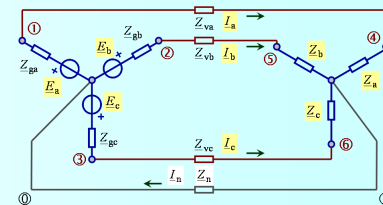


$$\underline{I}_n = 0$$

**Можемо уклонити нулти проводник**

$$\underline{U}_{70} = 0$$

# Распрезање Y-Y кола - линијске струје -



$$\underline{I}_a = \frac{\underline{E}_a}{\underline{Z}_g + \underline{Z}_v + \underline{Z}}$$

$$\underline{I}_b = \underline{a}^{-1} \underline{I}_a$$

$$\underline{I}_c = \underline{a}^{-2} \underline{I}_a$$

За директан систем

$$\underline{I}_b = \underline{a} \underline{I}_a$$

$$\underline{I}_c = \underline{a}^2 \underline{I}_a$$

За инверзан систем

**Решавамо просто једнофазно (монофазно) коло**

# Линијски напони на потрошачу у Y-Y колу

За директан систем

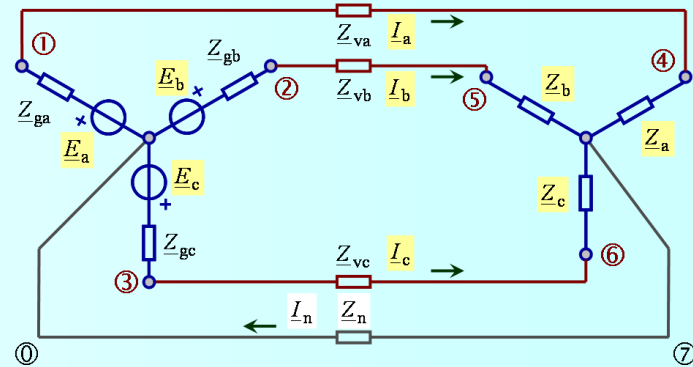
$$\underline{U}_{45} = \underline{U}_{47} - \underline{U}_{57} = \underline{Z}_a \underline{I}_a - \underline{Z}_b \underline{I}_b = \underline{Z}(\underline{I}_a - \underline{I}_b)$$

$$\underline{U}_{56} = \underline{U}_{57} - \underline{U}_{67} = \underline{Z}_b \underline{I}_b - \underline{Z}_c \underline{I}_c = \underline{Z}(\underline{I}_b - \underline{I}_c) = \underline{Z} \underline{a}^{-1} (\underline{I}_a - \underline{I}_b) = \underline{a}^{-1} \underline{U}_{45}$$

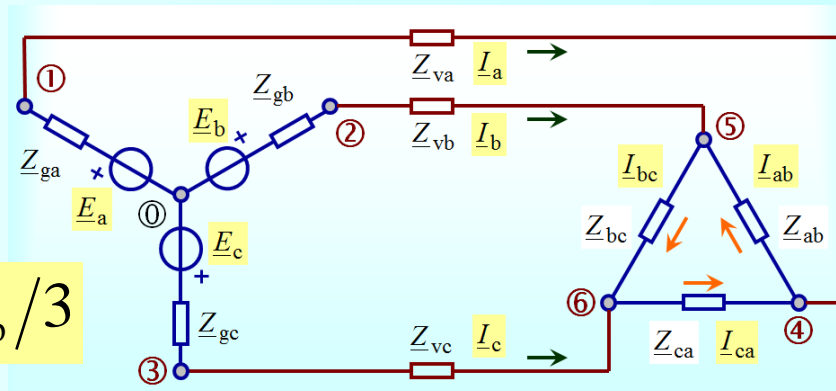
$$\underline{U}_{64} = \underline{U}_{67} - \underline{U}_{47} = \underline{Z}_c \underline{I}_c - \underline{Z}_a \underline{I}_a = \underline{Z}(\underline{I}_c - \underline{I}_a) = \underline{Z} \underline{a}^{-2} (\underline{I}_a - \underbrace{\underline{a}^2 \underline{I}_a}_{\underline{I}_b}) = \underline{a}^{-2} \underline{U}_{45}$$

За инверзан систем

$$\underline{U}_{56} = \underline{a} \underline{U}_{45} \quad \underline{U}_{64} = \underline{a}^2 \underline{U}_{45}$$



# Фазне струје потрошача у Y-Δ колу



За директан систем

$$\underline{I}_{45} = \underline{U}_{45} / \underline{Z}_{ab} = \underline{Z}(\underline{I}_a - \underline{I}_b) / \underline{Z}_p = (\underline{I}_a - \underline{I}_b) / 3$$

$$\underline{I}_{56} = \underline{U}_{56} / \underline{Z}_{bc} = \underline{Z} \underline{a}^{-1} (\underline{I}_a - \underline{I}_b) / \underline{Z}_p = \underline{a}^{-1} (\underline{I}_a - \underline{I}_b) / 3 = \underline{a}^{-1} \underline{I}_{45}$$

$$\underline{I}_{64} = \underline{U}_{64} / \underline{Z}_{ca} = \underline{Z} \underline{a}^{-2} (\underline{I}_a - \underbrace{\underline{a}^2 \underline{I}_a}_{\underline{I}_b}) / \underline{Z}_p = \underline{a}^{-2} (\underline{I}_a - \underline{I}_b) / 3 = \underline{a}^{-2} \underline{I}_{45}$$

За инверзан систем

$$\underline{I}_{56} = \underline{a} \underline{I}_{45}$$

$$\underline{I}_{64} = \underline{a}^2 \underline{I}_{45}$$

# Снага трофазног пријемника Y-Δ кола

$$\underline{S}_{p45} = \underline{U}_{45} \underline{I}_{45}^* = P_{p45} + jQ_{p45}$$

$$\underline{S}_{p56} = \underline{U}_{56} \underline{I}_{56}^* = P_{p56} + jQ_{p56}$$

$$\underline{S}_{p64} = \underline{U}_{64} \underline{I}_{64}^* = P_{p64} + jQ_{p64}$$

$$\underline{S}_p = \underline{S}_{p45} + \underline{S}_{p56} + \underline{S}_{p64} = 3\underline{U}_{45} \underline{I}_{45}^*$$

$$\underline{S}_p = P_p + jQ_p$$

$$\underline{Z}_p = R_p + jX_p = Z_p e^{j\varphi}$$

$$P_p = 3U_{45} I_{45} \cos(\varphi)$$

$$\varphi = \arg(\underline{Z}_p)$$

Комплексна снага фазе је производ фазног напона и коњуговане фазне струје

Комплексна снага трофазног пријемника је једнака трострукој снази једне фазе

$\cos(\varphi)$  је *фактор снаге* трофазног пријемника

# Тренутна снага трофазног пријемника

$$p_p(t) = p_{p45}(t) + p_{p56}(t) + p_{p64}(t)$$

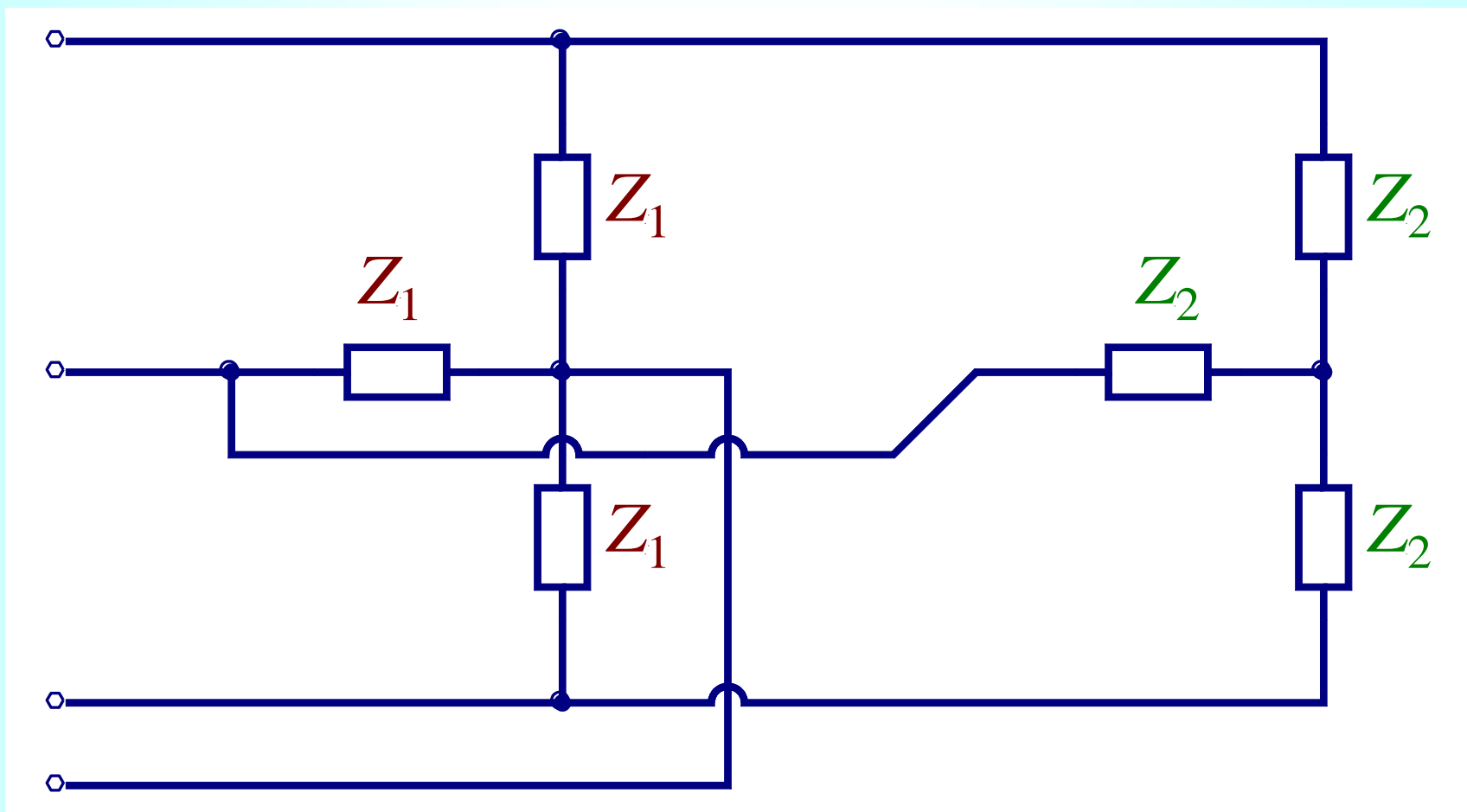
$$\begin{aligned} p_p(t) &= u_{45}(t)i_{45}(t) + u_{56}(t)i_{56}(t) + u_{64}(t)i_{64}(t) \\ &= \sqrt{2}U_{45} \cos(\omega t + \theta_{45}) \sqrt{2}I_{45} \cos(\omega t + \psi_{45}) \\ &+ \sqrt{2}U_{45} \cos(\omega t + \theta_{45} - \frac{2\pi}{3}) \sqrt{2}I_{45} \cos(\omega t + \psi_{45} - \frac{2\pi}{3}) \\ &+ \sqrt{2}U_{45} \cos(\omega t + \theta_{45} - \frac{4\pi}{3}) \sqrt{2}I_{45} \cos(\omega t + \psi_{45} - \frac{4\pi}{3}) \end{aligned}$$

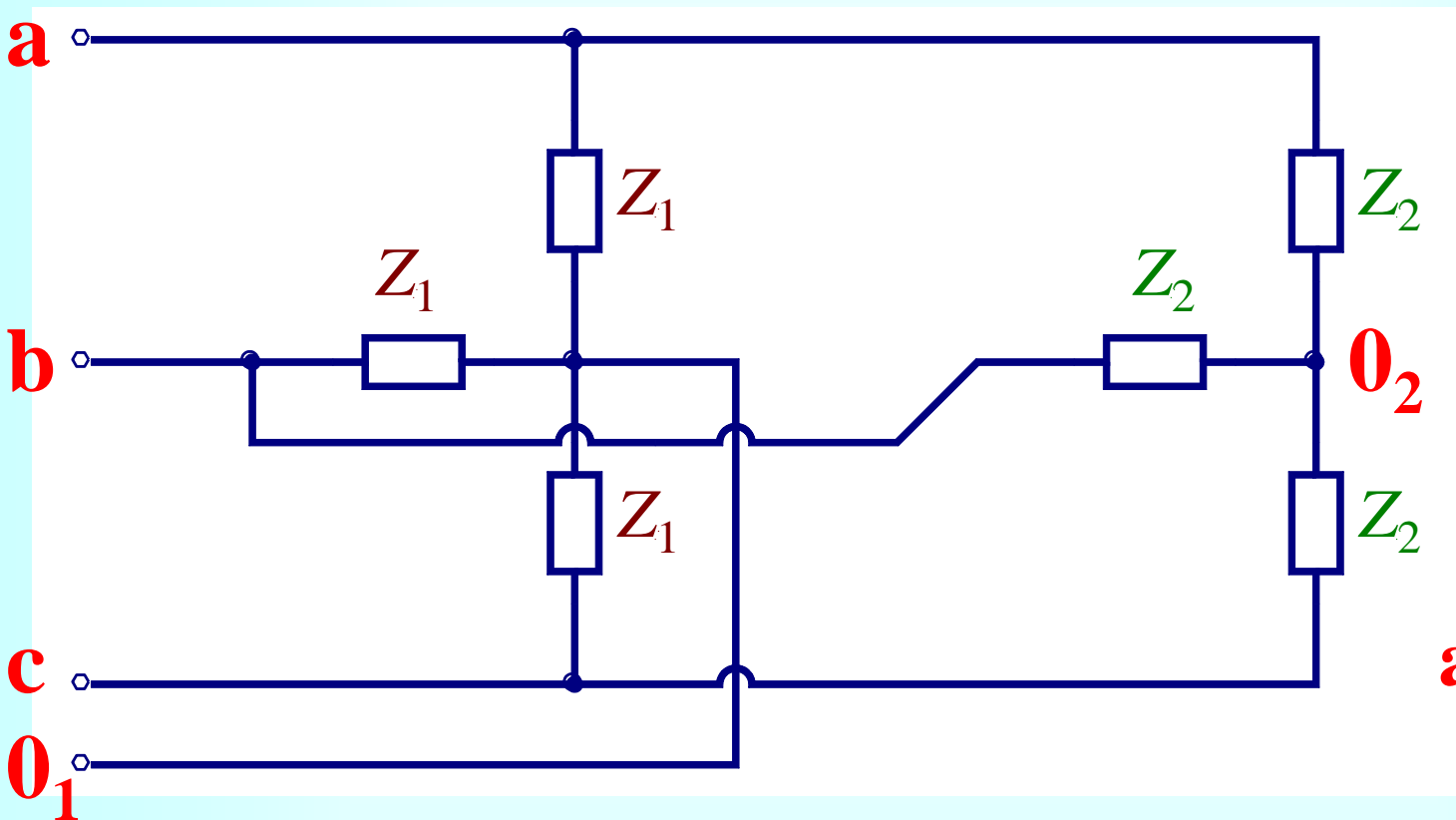
$$p_p(t) = 3U_{45}I_{45} \cos(\theta_{45} - \psi_{45})$$

Снага не  
зависи од  
времена –  
КОНСТАНТНА је!

Ово је подесно за  
праксу (машине)

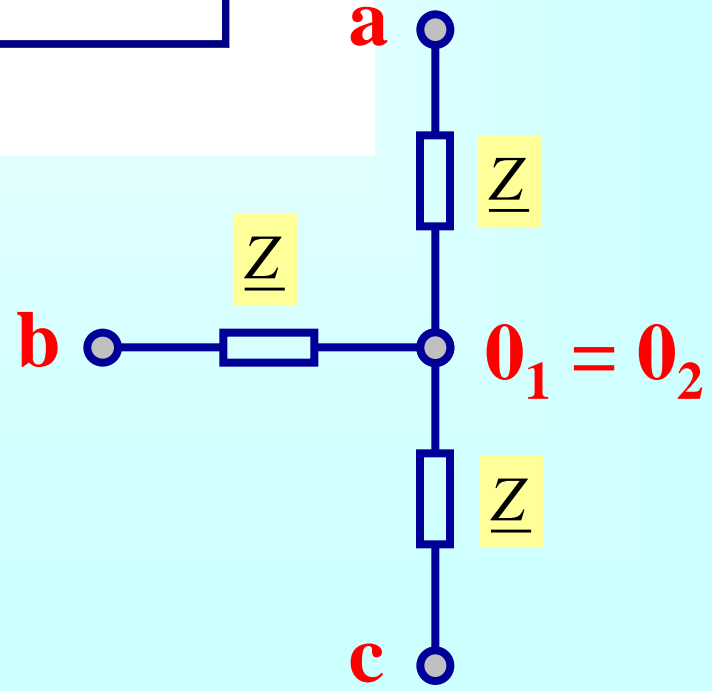
Како изгледа заменска шема везе два трофазна потрошача са слике?





$$V_{0_1} = V_{0_2} !!!$$

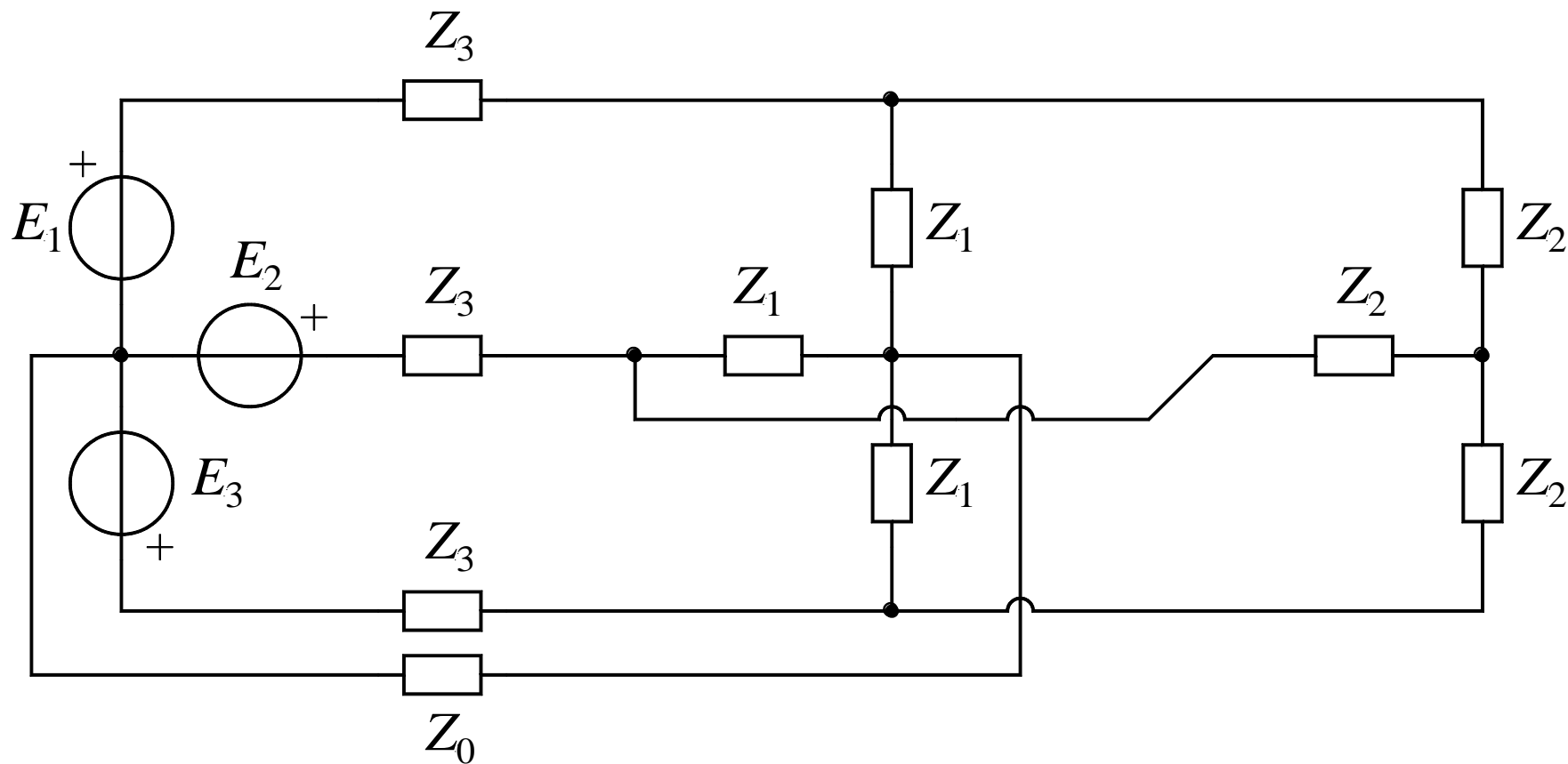
$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 \parallel \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

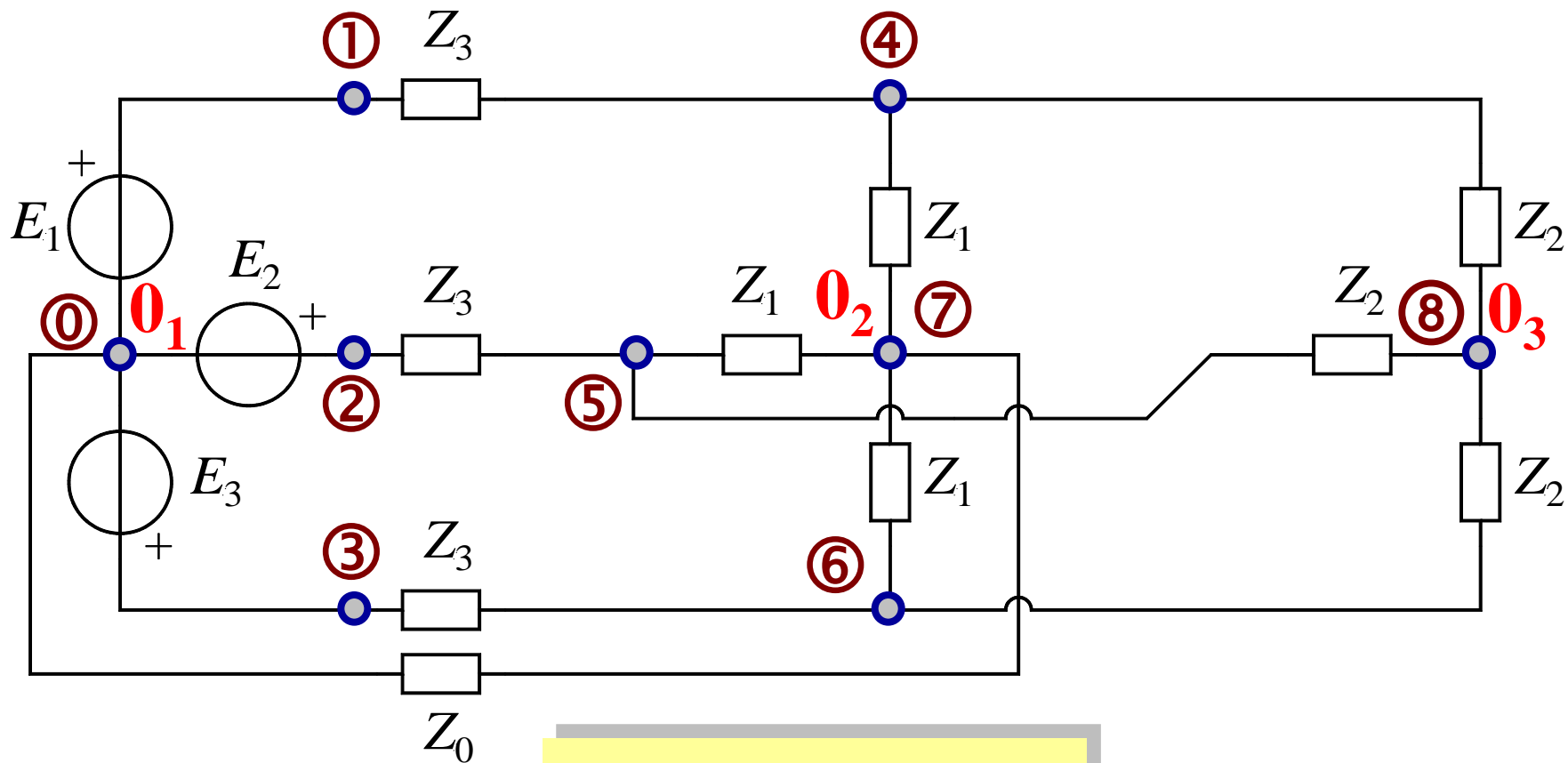




# Решити трофазно коло са слике

Трофазно електрично коло је уравнотежено:  $\underline{Z}_3 = R/5$ ,  $\underline{Z}_2 = 4R$ ,  $\underline{Z}_1 = R$ ,  $R > 0$ . Одредити тренутне вредности струја генератора. Одредити средњу снагу коју трофазни генератор предаје остатку електричног кола. Колика је тренутна вредност напона импедансе  $\underline{Z}_0$ ?

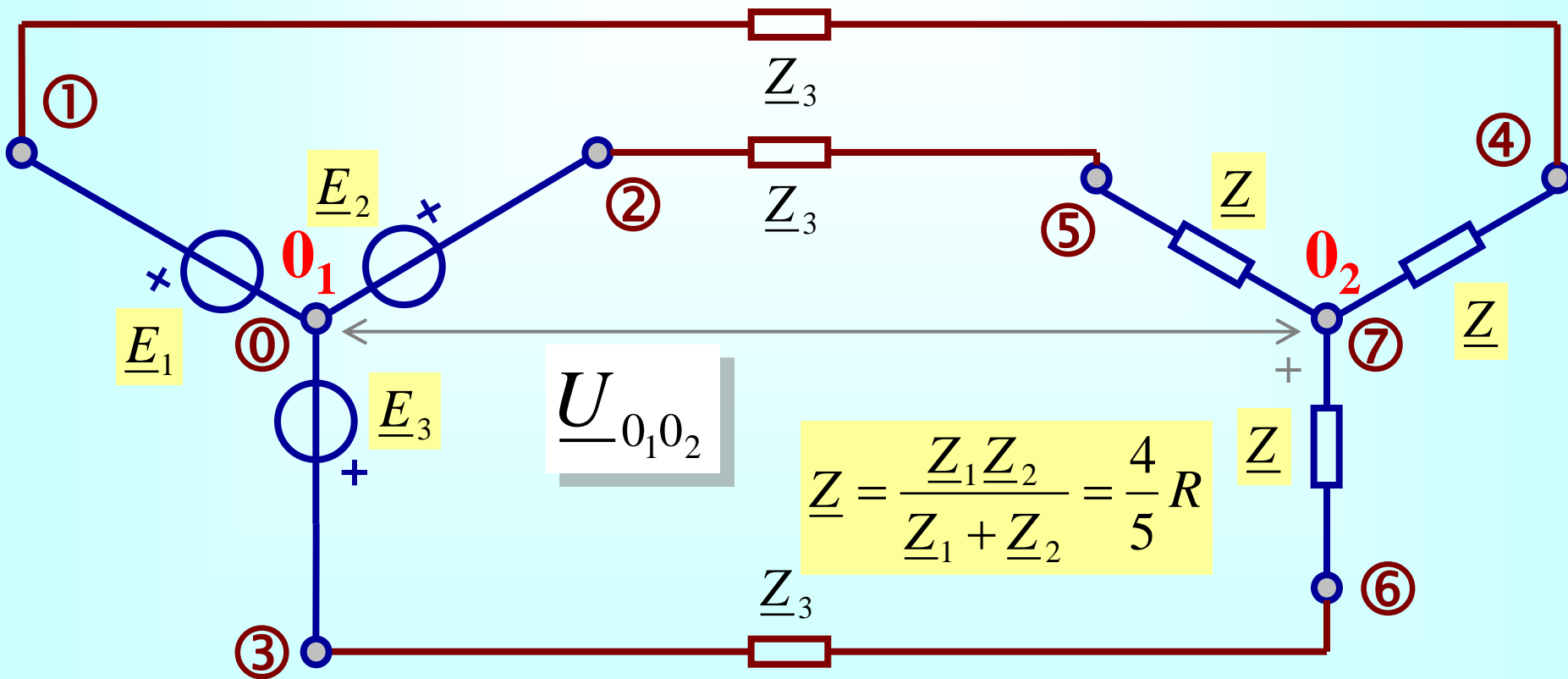




$$V_{0_1} = V_{0_2} = V_{0_3} !!!$$

$$u_{Z_0}(t) = V_{0_1} - V_{0_2} = 0$$

# Y-Y коло без нултог проводника

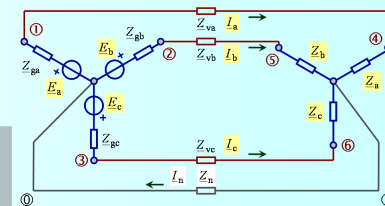


$$\underline{I}_n = 0$$

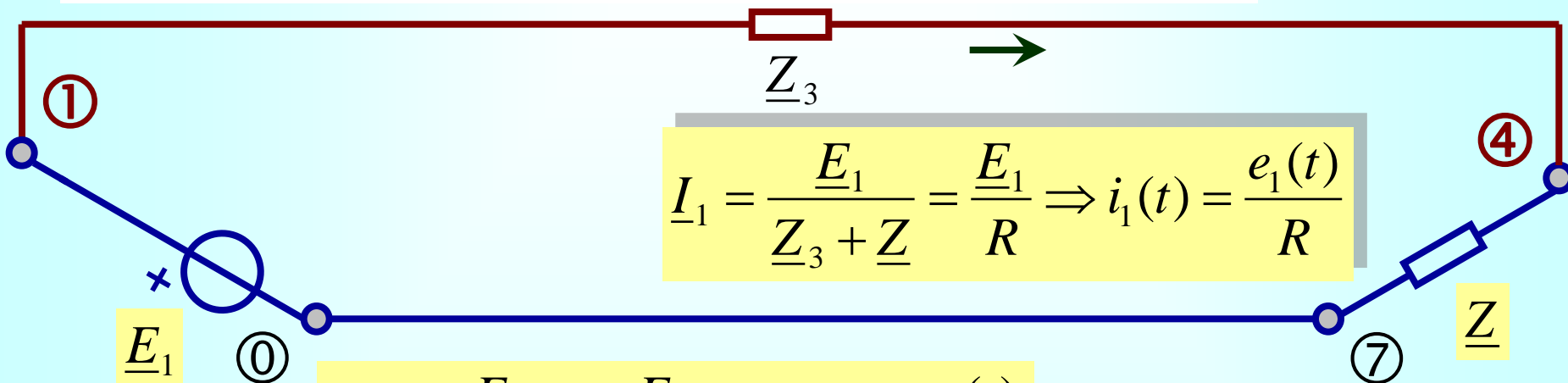
**Можемо уклонити нулти проводник**

$$\underline{U}_{0_1 0_2} = 0$$

# Распрезање Y-Y кола



Решавамо просто једнофазно (монофазно) коло



$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}} = \frac{\underline{E}_1}{R} \Rightarrow i_1(t) = \frac{e_1(t)}{R}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}} = \frac{\underline{E}_2}{R} \Rightarrow i_2(t) = \frac{e_2(t)}{R}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}} = \frac{\underline{E}_3}{R} \Rightarrow i_3(t) = \frac{e_3(t)}{R}$$

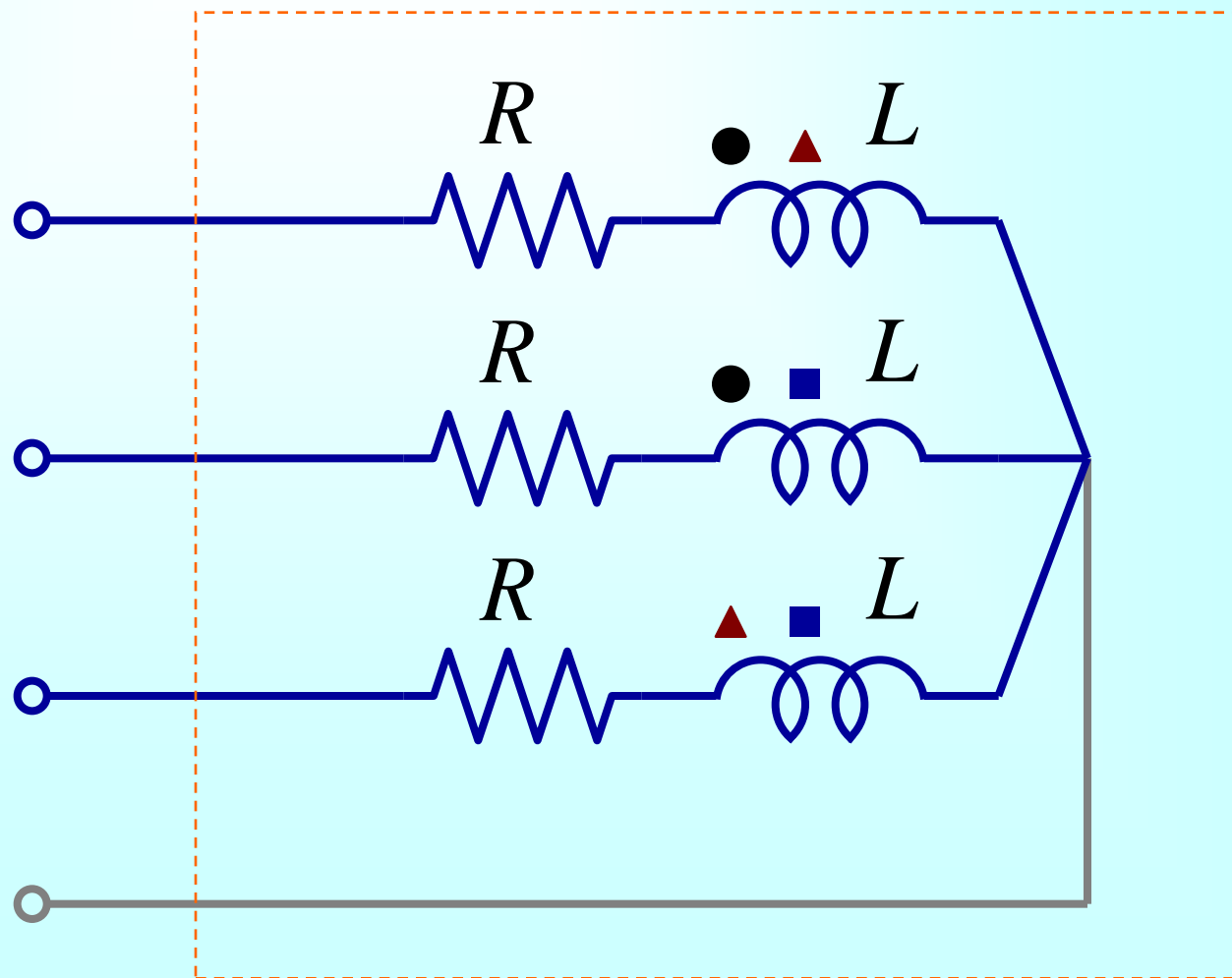
**Тренутне вредности  
линијских струја  
генератора**

**Средња снага трофазног генератора**

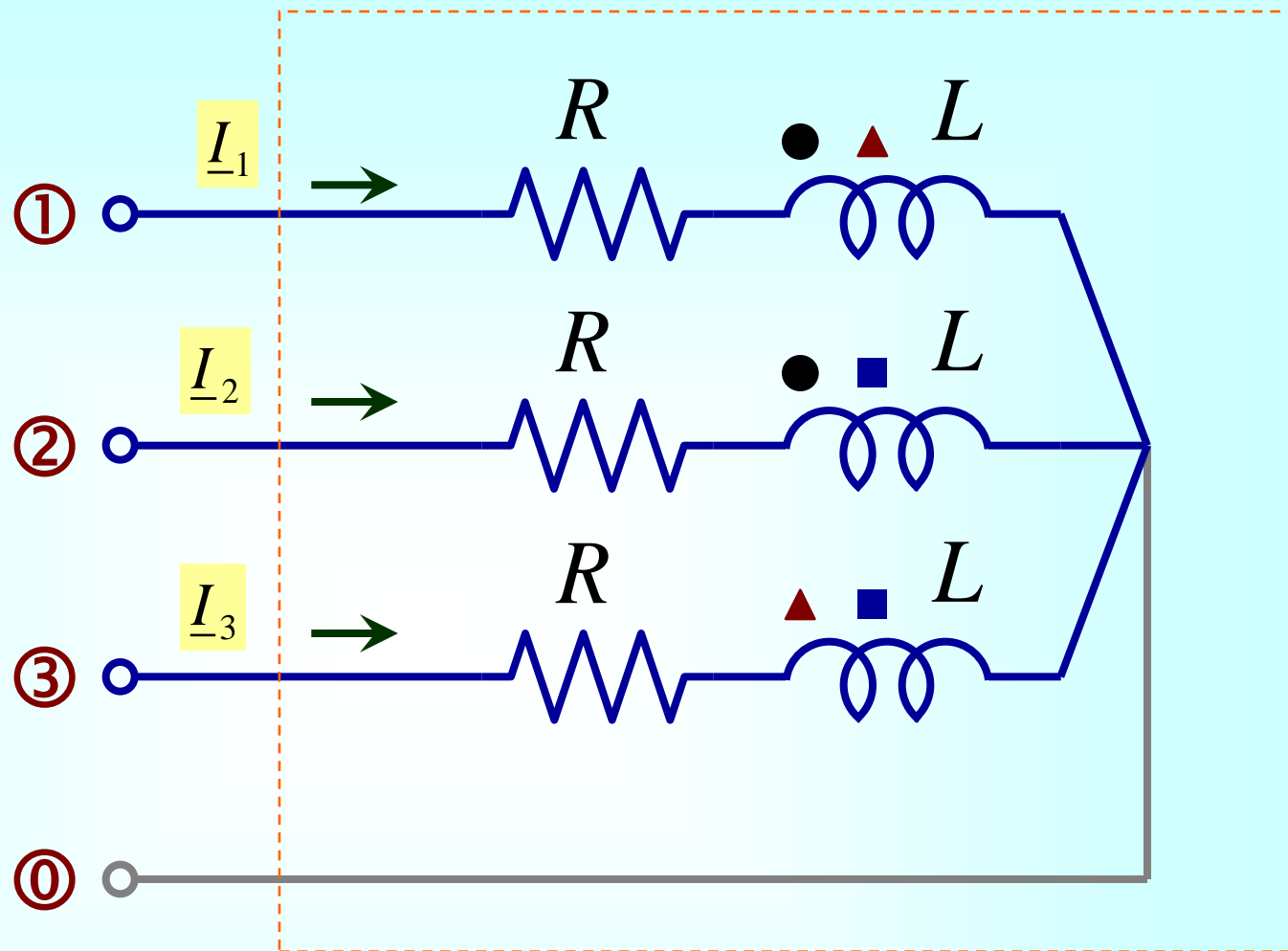
$$P_g = 3 \frac{E_{1\text{eff}}^2}{R}$$

$$\underline{S}_g = \underline{S}_{g1} + \underline{S}_{g2} + \underline{S}_{g3} = 3 \underline{E}_1 \underline{I}_1^* = P_g = 3 \frac{E_{1\text{eff}}^2}{R}$$

# Како изгледа заменска шема трофазног потрошача са спрегом?



Међусобна  
ИНДУКТИВНОСТ  
између било која  
два намотаја је  
 $M$



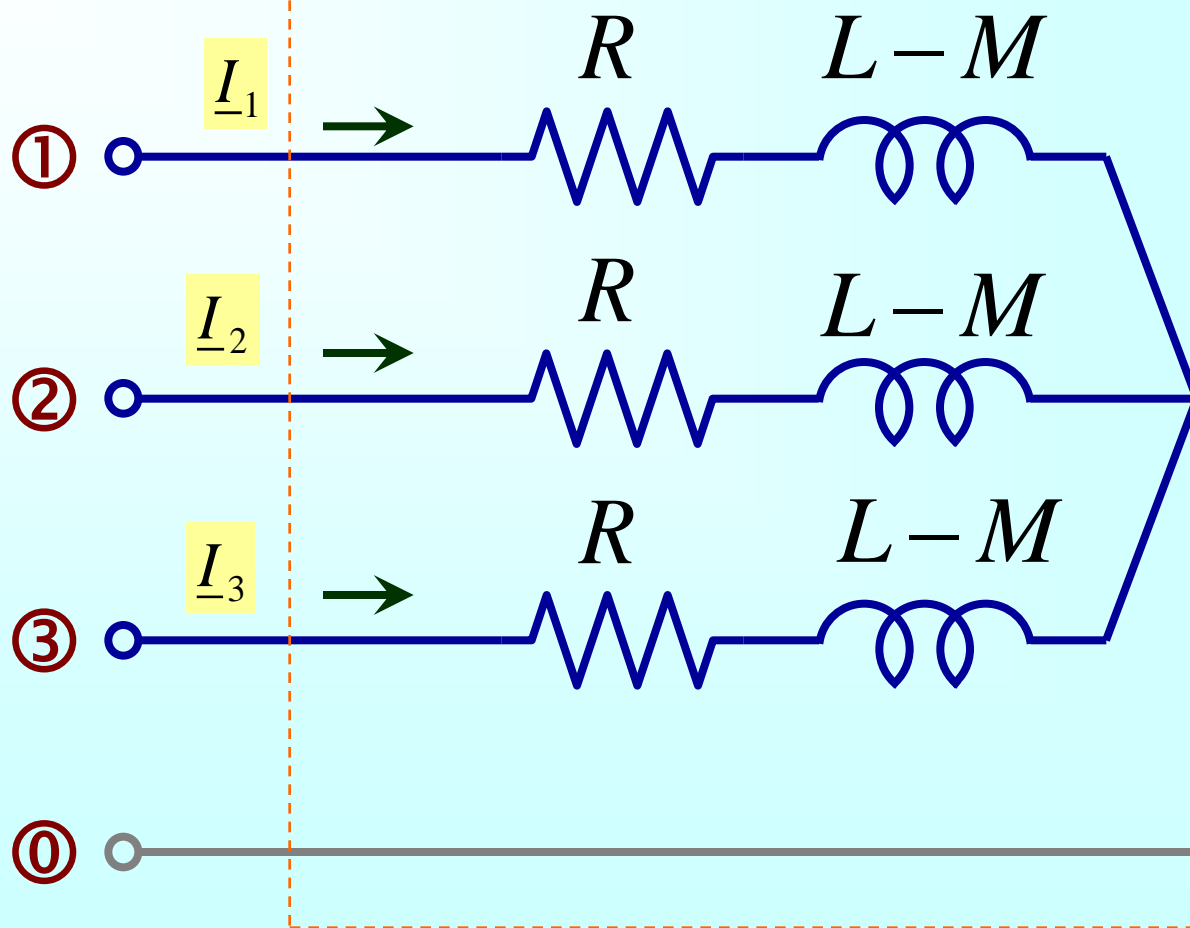
$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$

$$\underline{U}_{10} = (R + \underline{s}L)\underline{I}_1 + \underline{s}M\underline{I}_2 + \underline{s}M\underline{I}_3 = (R + \underline{s}L)\underline{I}_1 - \underline{s}M\underline{I}_1 = (R + \underline{s}(L - M))\underline{I}_1$$

$$\underline{U}_{20} = (R + \underline{s}L)\underline{I}_2 + \underline{s}M\underline{I}_1 + \underline{s}M\underline{I}_3 = (R + \underline{s}L)\underline{I}_2 - \underline{s}M\underline{I}_2 = (R + \underline{s}(L - M))\underline{I}_2$$

$$\underline{U}_{30} = (R + \underline{s}L)\underline{I}_3 + \underline{s}M\underline{I}_1 + \underline{s}M\underline{I}_2 = (R + \underline{s}L)\underline{I}_3 - \underline{s}M\underline{I}_3 = (R + \underline{s}(L - M))\underline{I}_3$$

# Заменска шема трофазног потрошача са спрегом



# Задатак (1)

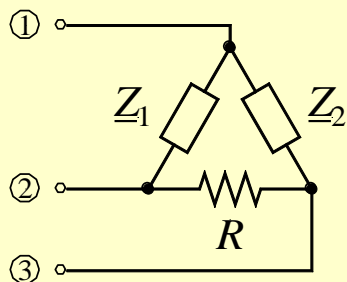
Трофазни потрошач везан у троугао чине отпорник  $R$  и импедансе  $\underline{Z}_1 = jX$  и  $\underline{Z}_2 = -jX$ ,  $X \in \mathbb{R}$ . Потрошач је прикључен на симетричан трофазни генератор, линијски напони чине директан симетричан трофазни систем напона  $\{u_{12}, u_{23}, u_{31}\}$  и  $u_{12}(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta)$ .

Одредити

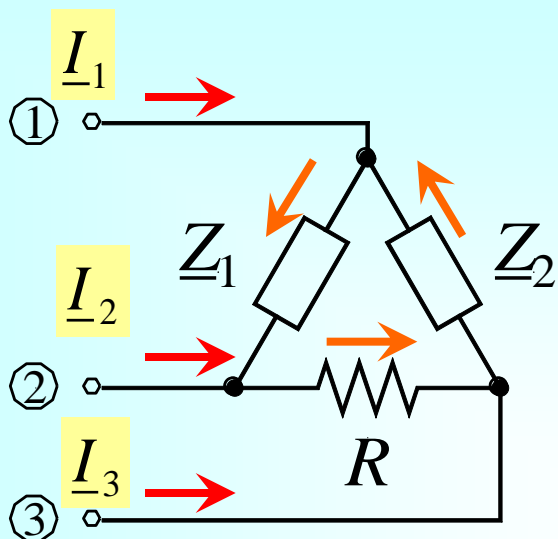
(5) (а) комплексне линијске струје,

(5) (б) реактансу  $X$  тако да линијске струје чине директан симетричан трофазни систем струја, и

(5) (в) реактивну снагу потрошача под условом из (б).







## Комплексне линијске струје

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} = \frac{U_{12}}{\underline{Z}_1} - \frac{\overbrace{U_{31}}^{\underline{a}^{-2}U_{12}}}{\underline{Z}_2} = \frac{U_{12}}{\underline{jX}} (1 + \underline{a})$$

$$\underline{I}_2 = -\underline{I}_{12} + \underline{I}_{23} = -\frac{U_{12}}{\underline{Z}_1} + \frac{\overbrace{U_{23}}^{\underline{a}^{-1}U_{12}}}{R} = U_{12} \left( -\frac{1}{\underline{jX}} + \frac{\underline{a}^{-1}}{R} \right)$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0 \Rightarrow \underline{I}_3 = -\underline{I}_1 - \underline{I}_2$$

## Директан симетричан трофазни систем линијских струја

$$\underline{I}_1$$

$$\underline{I}_2 = \underline{a}^{-1} \underline{I}_1$$

$$\underline{I}_3 = \underline{a}^{-2} \underline{I}_1$$

$$\underline{I}_2 = \underline{a}^{-1} \underline{I}_1 \Rightarrow U_{12} \left( -\frac{1}{\underline{jX}} + \frac{\underline{a}^{-1}}{R} \right) = \underline{a}^{-1} \frac{U_{12}}{\underline{jX}} (1 + \underline{a})$$

$$\underline{U}_{12} \left( -\frac{1}{jX} + \frac{\underline{a}^{-1}}{R} \right) = \underline{a}^{-1} \frac{\underline{U}_{12}}{jX} (1 + \underline{a})$$

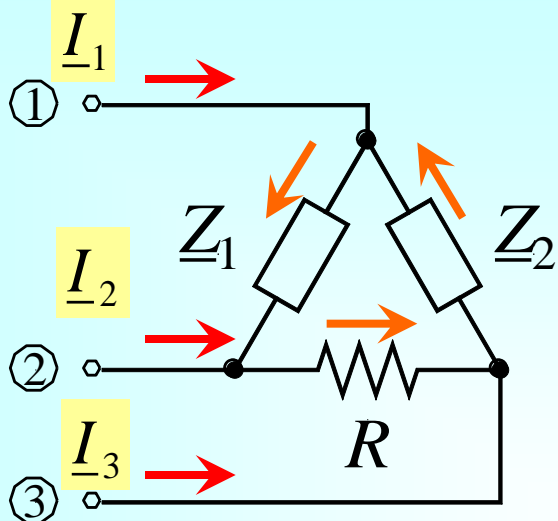
$$\left( -\frac{1}{jX} + \frac{\underline{a}^{-1}}{R} \right) = \frac{\underline{a}^{-1} + 1}{jX}$$

$$\frac{\underline{a}^{-1}}{R} = \frac{\underline{a}^{-1} + 2}{jX} \Rightarrow jX \underline{a}^{-1} = (\underline{a}^{-1} + 2)R$$

$$jX = (1 + 2\underline{a})R \Rightarrow jX = R + 2R \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$jX = R + R(-1 + j\sqrt{3}) \Rightarrow jX = j\sqrt{3}R \Rightarrow X = \sqrt{3}R$$

$$X = \sqrt{3}R$$



$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}_{12}}{jX}$$

$$\underline{I}_{23} = \frac{\overbrace{\underline{U}_{23}}^{a^{-1}\underline{U}_{12}}}{R} = \frac{a^{-1}\underline{U}_{12}}{R}$$

$$\underline{I}_{31} = \frac{\overbrace{\underline{U}_{31}}^{a^{-2}\underline{U}_{12}}}{\underline{Z}_2} = \frac{a^{-2}\underline{U}_{12}}{-jX}$$

$$\underline{S}_p = \underline{S}_{p12} + \underline{S}_{p23} + \underline{S}_{p31} = \underline{U}_{12}\underline{I}_{12}^* + \underline{U}_{23}\underline{I}_{23}^* + \underline{U}_{31}\underline{I}_{31}^*$$

$$\underline{S}_p = \underline{U}_{12} \left( \frac{\underline{U}_{12}}{jX} \right)^* + \underline{U}_{23} \left( \frac{a^{-1}\underline{U}_{12}}{R} \right)^* + \underline{U}_{31} \left( \frac{a^{-2}\underline{U}_{12}}{-jX} \right)^*$$

$$\underline{S}_p = \underline{U}_{12} \left( \frac{\underline{U}_{12}}{jX} \right)^* + \underline{U}_{23} \left( \frac{\underline{U}_{23}}{R} \right)^* + \underline{U}_{31} \left( \frac{\underline{U}_{31}}{-jX} \right)^* = -\frac{U^2}{jX} + \frac{U^2}{R} + \frac{U^2}{jX} = \frac{U^2}{R}$$

$$\underline{S}_p = \frac{U^2}{R} = P + jQ \Rightarrow Q = 0$$

$$Q = 0$$

**реактивна снага потрошача**

## Задатак (2)

### Задатак 2

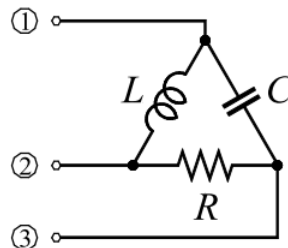
Електротермичко постројење електроиндукционе пећи се може приближно представити трофазним потрошачем везаним у троугао који чине отпорник  $R$ , калем  $L$  и кондензатор  $C$ . Потрошач је прикључен на симетричан трофазни генератор, линијски напони чине директан симетричан трофазни систем напона  $\{u_{12}, u_{23}, u_{31}\}$  и

$u_{12}(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta)$ . Одредити

(5) а) индуктивност  $L$  и капацитивност  $C$  тако да линијске струје чине директан симетричан трофазни систем струја,

(5) б) реактивну снагу потрошача под условом из а), и

(5) в) средњу (активну) снагу потрошача под условом из а).



а) Индуктивност је  $L = \frac{\sqrt{3}R}{\omega}$

Капацитивност је  $C = \frac{1}{\sqrt{3}R\omega}$

б) Реактивна снага потрошача под условом из а) је  $Q = 0$

в) Средња (активна) снага потрошача под условом из а) је  $P = \frac{U^2}{R}$

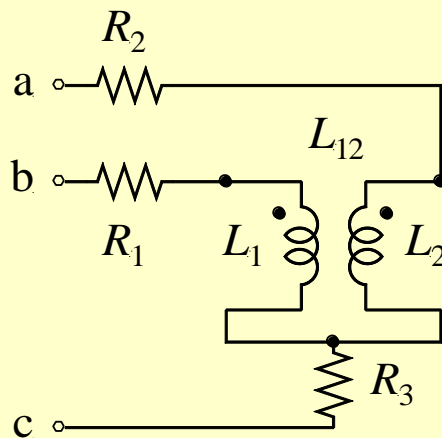
## Задатак (3)

Трофазни потрошач чине три отпорника и линеарни индуктивни трансформатор.

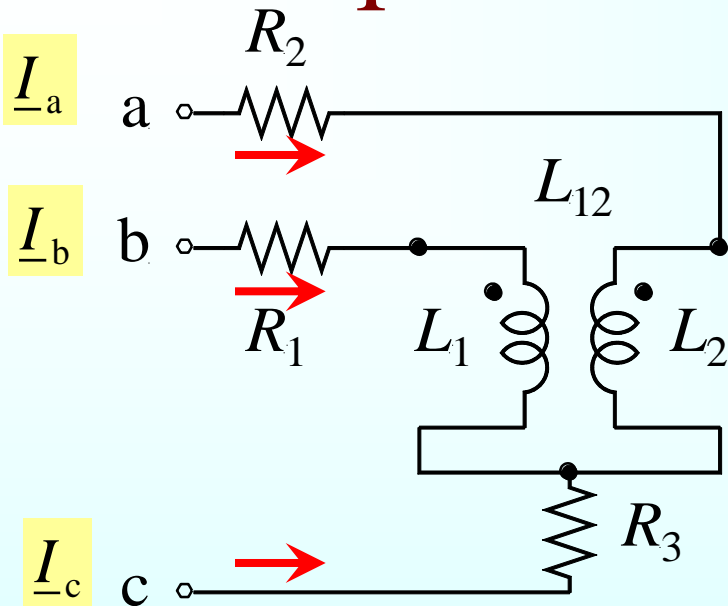
(5) Одредити везу вредности елемената тако да потрошач буде симетричан.

(5) Колико у том случају износи коефицијент спреге трансформатора?

(5) Који је тада фактор снаге потрошача?



# Симетричан трофазни потрошач

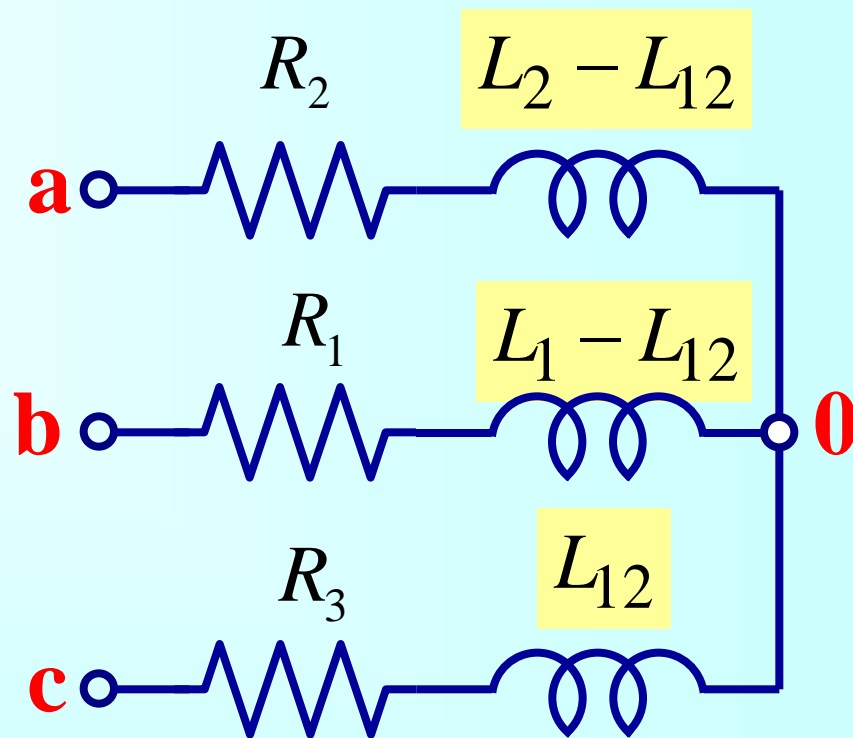


$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

$$L_1 - L_{12} = L_2 - L_{12} = L_{12}$$

$$L_2 - L_{12} = L_{12} \Rightarrow L_2 = 2L_{12}$$

$$L_1 - L_{12} = L_2 - L_{12} \Rightarrow L_1 = L_2 = L$$



$$L_{12} = \frac{\overset{k}{1}}{2} \sqrt{L_1 L_2} = \frac{L}{2}$$

# Снага трофазног потрошача и фактор снаге

$$\underline{S}_{pa} = \underline{U}_{pa} \underline{I}_a^* = P_a + jQ_a$$

$$\underline{S}_{pb} = \underline{U}_{pb} \underline{I}_b^* = P_b + jQ_b$$

$$\underline{S}_{pc} = \underline{U}_{pc} \underline{I}_c^* = P_c + jQ_c$$

$$\underline{S}_p = \underline{S}_{pa} + \underline{S}_{pb} + \underline{S}_{pc} = 3\underline{U}_{pa} \underline{I}_a^*$$

$$\underline{S}_p = P_p + jQ_p$$

$$\underline{Z} = R + j \overbrace{X}^{\omega L/2} = Z e^{j\varphi}$$

$$P_p = 3U_{pa} I_a \cos(\varphi)$$

$$\varphi = \arg(\underline{Z})$$

Комплексна снага фазе је  
производ фазног напона и  
коњуговане фазне струје

Комплексна снага  
трофазног потрошача је  
једнака **трострукој** снази  
једне фазе

$k = \cos(\varphi)$  је **фактор снаге**  
трофазног потрошача

$$k = R / \sqrt{R^2 + (\omega L/2)^2}$$

# Задатак (4)

## Задатак 2

Уравнотежен трофазан тројични систем напаја два симетрична потрошача. Један потрошач, за поправку фактора снаге, је повезан у троугао и чине га три кондензатора, импеданси  $\underline{Z}_2 = -j500 \Omega$ .

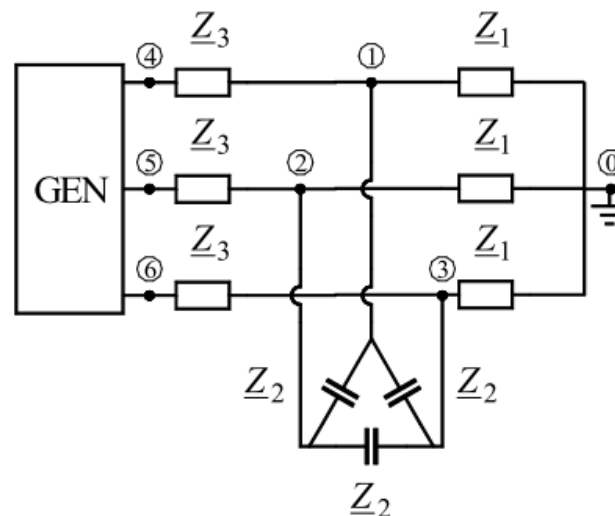
Други потрошач, мотор, је повезан у звезду импеданси  $\underline{Z}_1 = 89 \angle 36.8^\circ \Omega$ . Импеданса проводника трофазног вода је  $\underline{Z}_3 = (8.0 + j4.5) \Omega$ . Ефективна вредност линијског напона генератора је 6.6 kV.

Одредити

(5) ефективне вредности струја вода,

(5) ефективне вредности фазних напона мотора и

(5) средњу (активну) и реактивну снагу коју генератор предаје остатку кола.



Ефективне вредности струја вода су  
31.97 A

Ефективне вредности фазних напона мотора су  
3542 V

Средња (активна) и реактивна снага су  
363.1 kW, 41.3 kvar



# Задатак (5)

## Задатак 2

Ефективна вредност међуфазног напона симетричног трофазног генератора је  $400\text{ V}$  а учестаност је  $50\text{ Hz}$ . На генератор се прикључују два симетрична трофазна потрошача.

Први потрошач је везан у звезду и импеданса његовог трофазног дела је  $25/_30^\circ\ \Omega$ . Други потрошач је везан у троугао и импеданса његовог трофазног дела је  $40\ \Omega$ .

(5) Одредити ефективне вредности фазних струја оба потрошача.

(5) Колика је средња (активна) снага коју даје генератор?

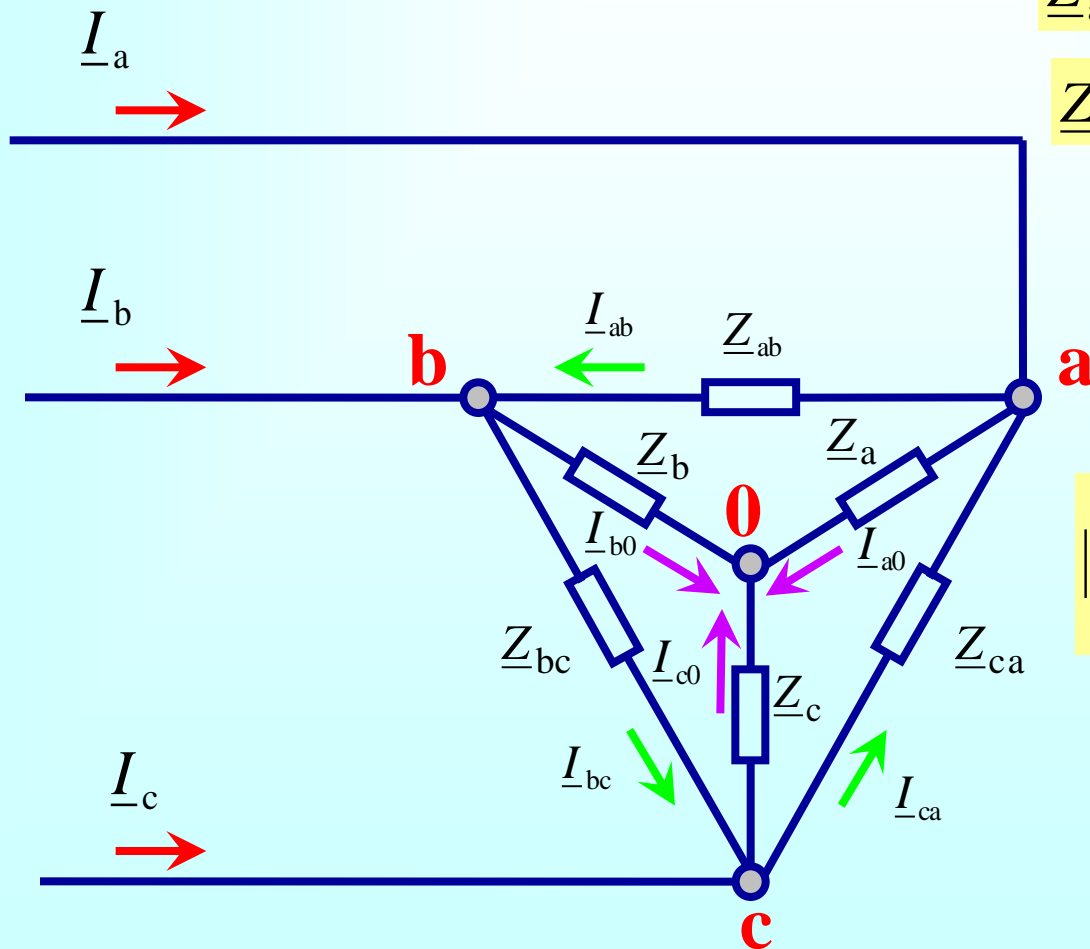
(5) Колики је укупан сачинитељ (фактор) снаге?

Ефективне вредности фазних струја оба потрошача су

Средња (активна) снага коју даје генератор је

Укупан сачинитељ (фактор) снаге је

# Ефективне вредности фазних струја $\Delta$ -потрошача



$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{ab} = R = 40\Omega$$

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z} = 25e^{j\pi/6}$$

$$\underline{I}_{ab} = \frac{U_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}$$

$$|\underline{I}_{ab}| = \left| \frac{U_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} \right| = \frac{400\text{ V}}{40\Omega} = 10\text{ A}$$

$$|\underline{I}_{ab}| = |\underline{I}_{bc}| = |\underline{I}_{ca}| = 10\text{ A}$$

# Везе линијских и фазних напона

За директан систем

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{a0} - \underline{U}_{b0} = \underline{U}_{a0} - \underline{a}^{-1} \underline{U}_{a0} \Rightarrow \underline{U}_{a0} = \underline{U}_{ab} / (1 - \underline{a}^{-1})$$

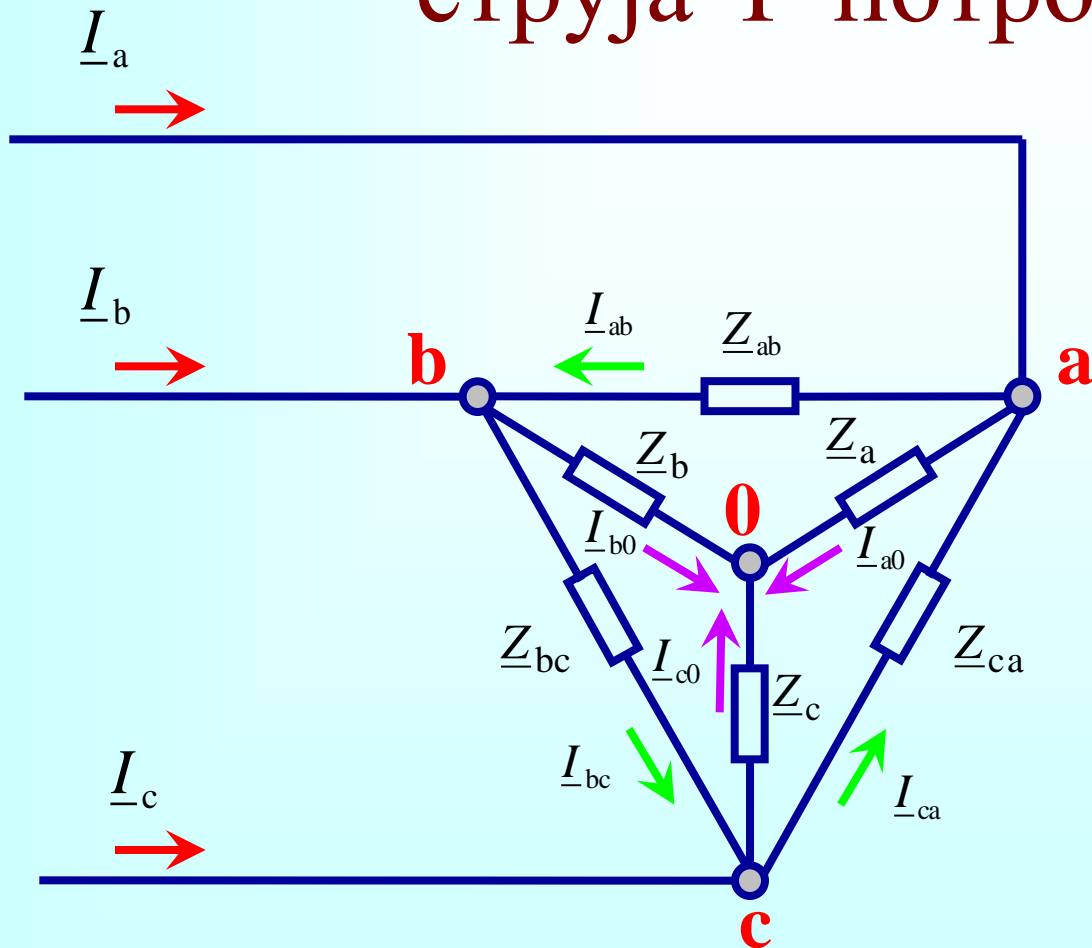
$$|\underline{U}_{a0}| = |\underline{U}_{ab}| / |(1 - \underline{a}^{-1})| = |\underline{U}_{ab}| / \sqrt{3}$$

За инверзан систем

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{a0} - \underline{U}_{b0} = \underline{U}_{a0} - \underline{a} \underline{U}_{a0} \Rightarrow \underline{U}_{a0} = \underline{U}_{ab} / (1 - \underline{a})$$

$$|\underline{U}_{a0}| = |\underline{U}_{ab}| / |(1 - \underline{a})| = |\underline{U}_{ab}| / \sqrt{3}$$

# Ефективне вредности фазних струја $Y$ -потрошача



$$\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{ab} = R = 40\Omega$$

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z} = 25e^{j\pi/6}$$

$$\underline{I}_{a0} = \frac{U_{a0}}{\underline{Z}} \Rightarrow |\underline{I}_{a0}| = \frac{|U_{a0}|}{|\underline{Z}|} = \frac{400/\sqrt{3}}{25} \cong 9.237 \text{ A}$$

$$|\underline{I}_{a0}| = |\underline{I}_{b0}| = |\underline{I}_{c0}| \cong 9.237 \text{ A}$$

# Средња снага генератора и фактор снаге

$$\underline{S}_{Yp} = \underline{S}_{Ypa} + \underline{S}_{Ypb} + \underline{S}_{Ypc} = 3\underline{U}_{a0} \underline{I}_{a0}^* = 3 \frac{U_{a0}^2}{\underline{Z}^*} = P_{Yp} + jQ_{Yp}$$

$$\underline{S}_{\Delta p} = \underline{S}_{\Delta pab} + \underline{S}_{\Delta pbc} + \underline{S}_{\Delta pca} = 3\underline{U}_{ab} \underline{I}_{ab}^* = 3 \frac{U_{ab}^2}{R} = P_{\Delta p}$$

$$P = P_{Yp} + P_{\Delta p} \cong 17.5426 \text{ kW}$$

**Средња снага генератора**

$$Q = Q_{Yp} \cong 3.2 \text{ kvar}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \cong 0.983767$$

**Фактор снаге**