

# Теорија електричних кола на Енергетском одсеку

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{U}_a + \underline{U}_b + \underline{U}_c}{3}$$

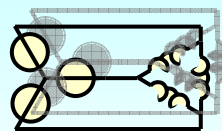
$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{U}_a + a\underline{U}_b + a^2\underline{U}_c}{3}$$

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_a + a^2\underline{U}_b + a\underline{U}_c}{3}$$

Користите само материјале које вам достави и препоручи предметни наставник у текућој школској години.



Дејан Тошић



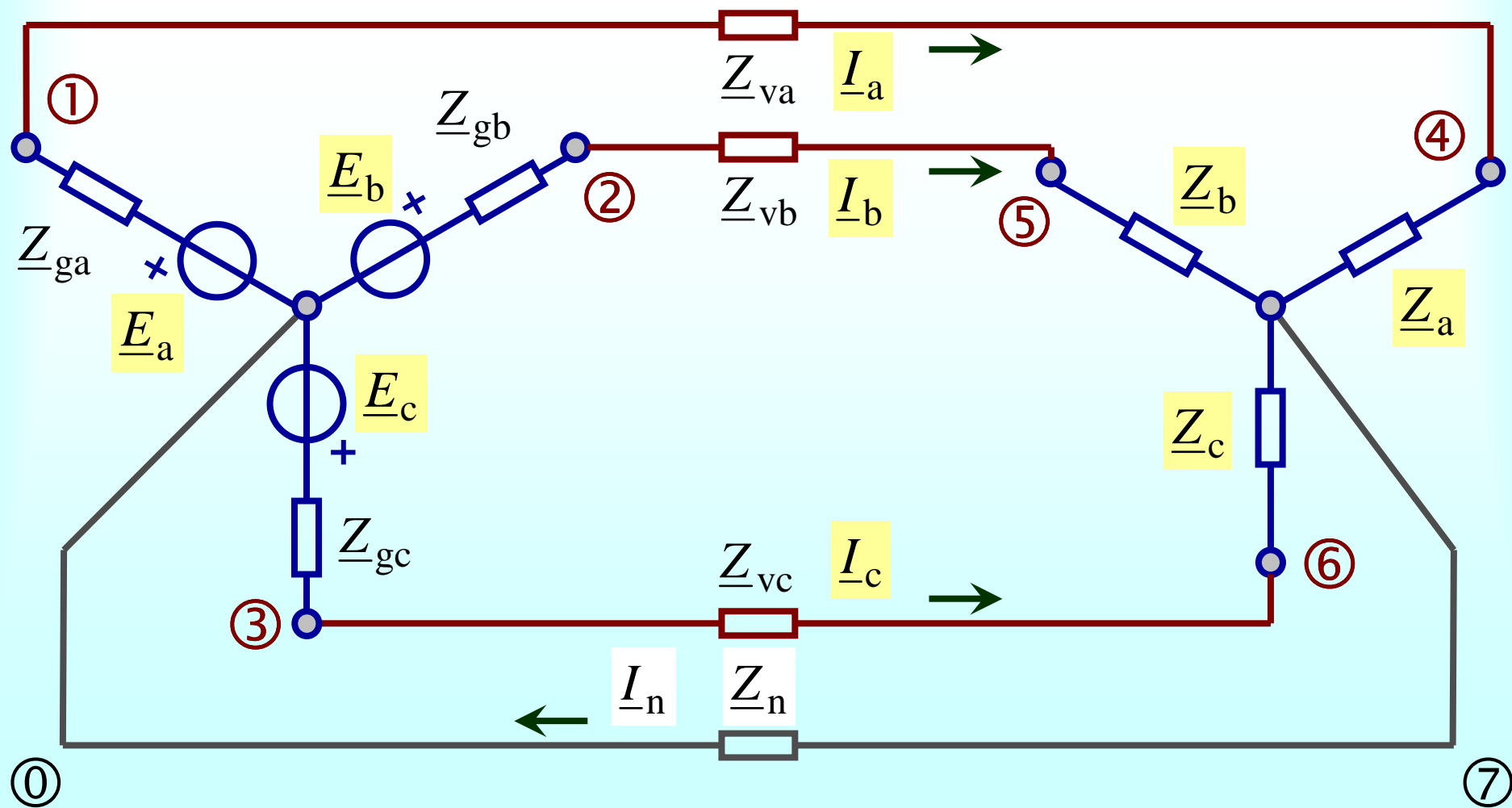
# Симетричне компоненте

временски непроменљивих, линеарних,  
трофазних кола са устаљеним  
простопериодичним одзивом

## Циљ, покретач (мотив), замисао (идеја)

- Решити **неуравнотежена** трофазна кола.
- Решавати простије заменске **једнофазне** шеме уместо сложених трофазних.
- Представити **несиметричне** трофазне системе напона и струја помоћу заменских **симетричних** система и искористити развијен поступак за решавање симетричних трофазних кола.

# Неуравнотежено 3Ф коло Y-Y



# Матрице трофазног Y-Y кола

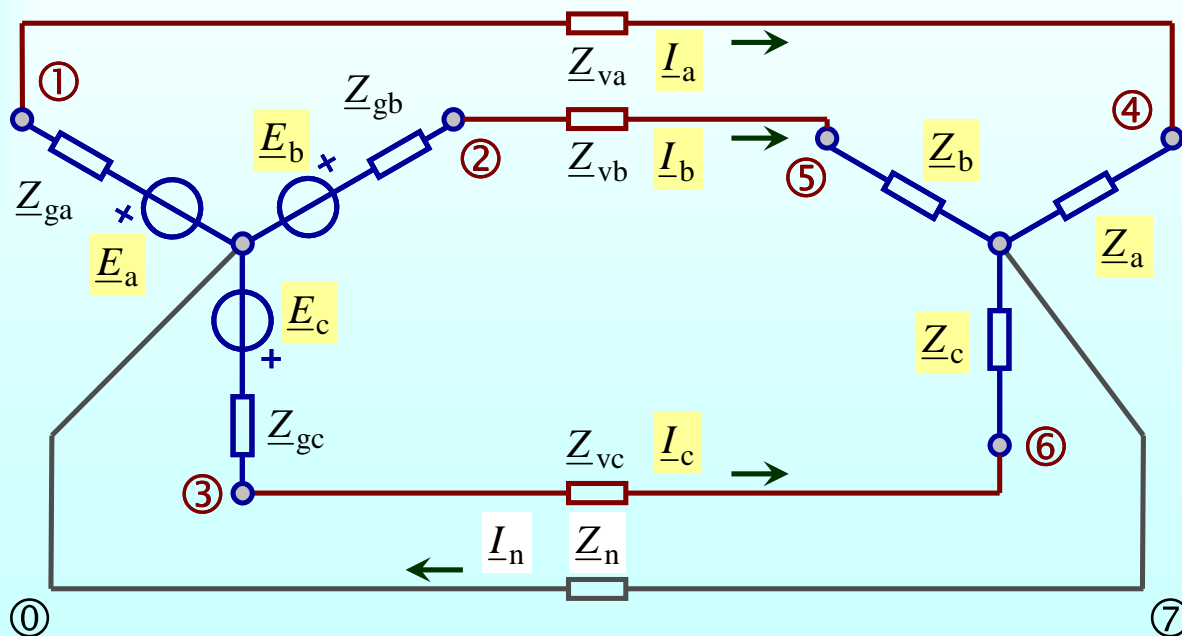
$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \underline{E}_a \\ \underline{E}_b \\ \underline{E}_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_p = \begin{bmatrix} \underline{U}_{pa} \\ \underline{U}_{pb} \\ \underline{U}_{pc} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_b \\ \underline{I}_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_g = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{ga} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{gb} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{gc} \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{Z}_v = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{va} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{vb} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{vc} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_p = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{pa} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{pb} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{pc} \end{bmatrix}$$

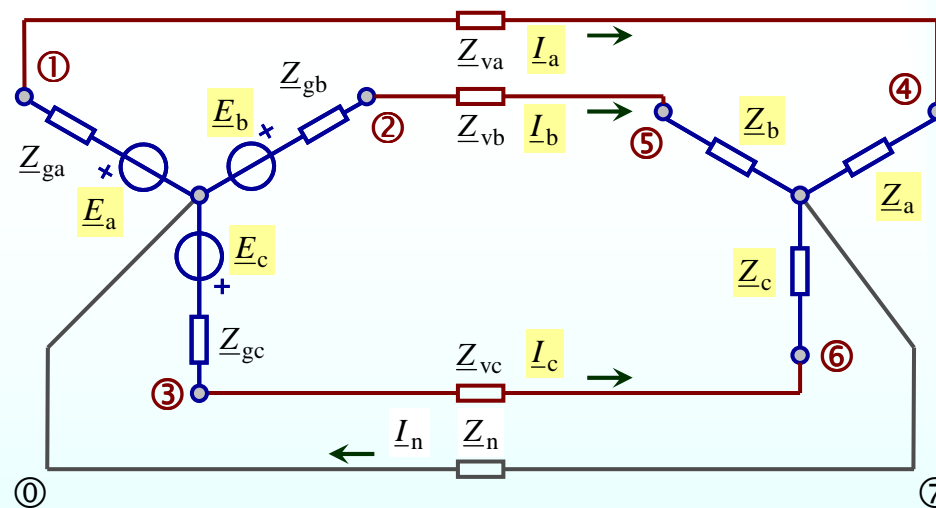
# Једначине неуравнотеженог кола

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = \underline{I}_n$$

$$-\underline{U}_a + \underline{Z}_{va}\underline{I}_a + \underline{U}_{pa} + \underline{Z}_n\underline{I}_n = 0$$

$$-\underline{U}_b + \underline{Z}_{vb}\underline{I}_b + \underline{U}_{pb} + \underline{Z}_n\underline{I}_n = 0$$

$$-\underline{U}_c + \underline{Z}_{vc}\underline{I}_c + \underline{U}_{pc} + \underline{Z}_n\underline{I}_n = 0$$



$$\underline{U}_a + \underline{Z}_{ga}\underline{I}_a = \underline{E}_a$$

$$\underline{U}_{pa} - \underline{Z}_a\underline{I}_a = 0$$

$$\underline{U}_a = \underline{U}_{10}$$

$$\underline{U}_{pa} = \underline{U}_{47}$$

$$\underline{U}_b + \underline{Z}_{gb}\underline{I}_b = \underline{E}_b$$

$$\underline{U}_{pb} - \underline{Z}_b\underline{I}_b = 0$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_{20}$$

$$\underline{U}_{pb} = \underline{U}_{57}$$

$$\underline{U}_c + \underline{Z}_{gc}\underline{I}_c = \underline{E}_c$$

$$\underline{U}_{pc} - \underline{Z}_c\underline{I}_c = 0$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_{30}$$

$$\underline{U}_{pc} = \underline{U}_{67}$$

**Фазне струје су једнаке линијским**

# Преобликовање у матрице

$$\begin{aligned} -\underline{U}_a + \underline{Z}_{va} \underline{I}_a + \underline{U}_{pa} + \underline{Z}_n \underline{I}_n &= 0 \\ -\underline{U}_b + \underline{Z}_{vb} \underline{I}_b + \underline{U}_{pb} + \underline{Z}_n \underline{I}_n &= 0 \\ -\underline{U}_c + \underline{Z}_{vc} \underline{I}_c + \underline{U}_{pc} + \underline{Z}_n \underline{I}_n &= 0 \end{aligned}$$

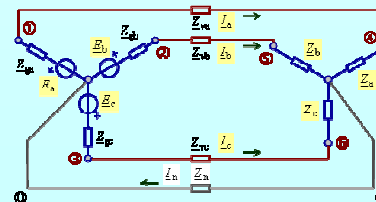
$$-\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_{va} \underline{I}_a \\ \underline{Z}_{vb} \underline{I}_b \\ \underline{Z}_{vc} \underline{I}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_{pa} \\ \underline{U}_{pb} \\ \underline{U}_{pc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_n (\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c) \\ \underline{Z}_n (\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c) \\ \underline{Z}_n (\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_a + \underline{Z}_{ga} \underline{I}_a &= \underline{E}_a \\ \underline{U}_b + \underline{Z}_{gb} \underline{I}_b &= \underline{E}_b \\ \underline{U}_c + \underline{Z}_{gc} \underline{I}_c &= \underline{E}_c \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_{ga} \underline{I}_a \\ \underline{Z}_{gb} \underline{I}_b \\ \underline{Z}_{gc} \underline{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_a \\ \underline{E}_b \\ \underline{E}_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_{pa} - \underline{Z}_a \underline{I}_a &= 0 \\ \underline{U}_{pb} - \underline{Z}_b \underline{I}_b &= 0 \\ \underline{U}_{pc} - \underline{Z}_c \underline{I}_c &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{pa} \\ \underline{U}_{pb} \\ \underline{U}_{pc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_a \underline{I}_a \\ \underline{Z}_b \underline{I}_b \\ \underline{Z}_c \underline{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



# Матричне једначине Y-Y кола

$$-\mathbf{U} + \mathbf{Z}_v \mathbf{I} + \mathbf{U}_p + \begin{bmatrix} \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \\ \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \\ \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \end{bmatrix} \mathbf{I} = \mathbf{0}$$

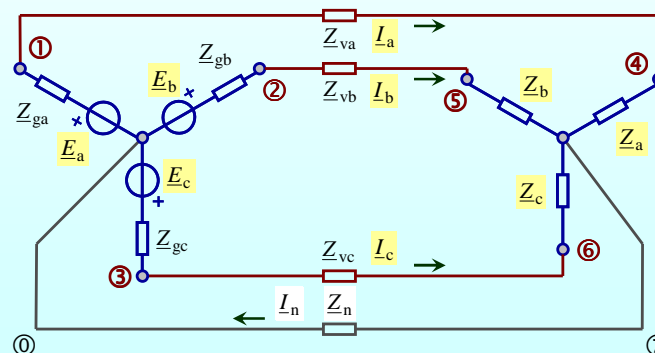
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_{va} I_a \\ \underline{Z}_{vb} I_b \\ \underline{Z}_{vc} I_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_{pa} \\ \underline{U}_{pb} \\ \underline{U}_{pc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_n (I_a + I_b + I_c) \\ \underline{Z}_n (I_a + I_b + I_c) \\ \underline{Z}_n (I_a + I_b + I_c) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} + \mathbf{Z}_g \mathbf{I} = \mathbf{E}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_a \\ \underline{U}_b \\ \underline{U}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_{ga} I_a \\ \underline{Z}_{gb} I_b \\ \underline{Z}_{gc} I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_a \\ \underline{E}_b \\ \underline{E}_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_p - \mathbf{Z} \mathbf{I} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{pa} \\ \underline{U}_{pb} \\ \underline{U}_{pc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{Z}_a I_a \\ \underline{Z}_b I_b \\ \underline{Z}_c I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{Z}_g = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{ga} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{gb} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{gc} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_v = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{va} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{vb} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{vc} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_p = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{pa} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{pb} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{pc} \end{bmatrix}$$

Матрице импеданси у сложенијим моделима, када се узимају у обзир **спреге**, могу имати све чланове а не само дијагоналне чланове.



## Замисао Фортески (Fortescue)

- Сваки члан трофазног система напона или струја разложити на **три** сабирка.
- Први сабирци треба да чине систем фазора истог аргумента (*унифазни*).
- Други сабирци треба да чине симетричан *директан* систем напона или струја.
- Трећи сабирци треба да чине симетричан *инверзан* систем напона или струја.

# Разлагање Фортески

$$\underline{U}_a = \frac{\underline{U}_a + \underline{U}_b + \underline{U}_c}{3} + \frac{\underline{U}_a + a\underline{U}_b + a^2\underline{U}_c}{3} + \frac{\underline{U}_a + a^2\underline{U}_b + a\underline{U}_c}{3}$$

$$\underline{U}_b = \frac{\underline{U}_a + \underline{U}_b + \underline{U}_c}{3} + a^2 \frac{\underline{U}_a + a\underline{U}_b + a^2\underline{U}_c}{3} + a \frac{\underline{U}_a + a^2\underline{U}_b + a\underline{U}_c}{3}$$

$$\underline{U}_c = \frac{\underline{U}_a + \underline{U}_b + \underline{U}_c}{3} + a \frac{\underline{U}_a + a\underline{U}_b + a^2\underline{U}_c}{3} + a^2 \frac{\underline{U}_a + a^2\underline{U}_b + a\underline{U}_c}{3}$$

**унифазан**

zero sequence

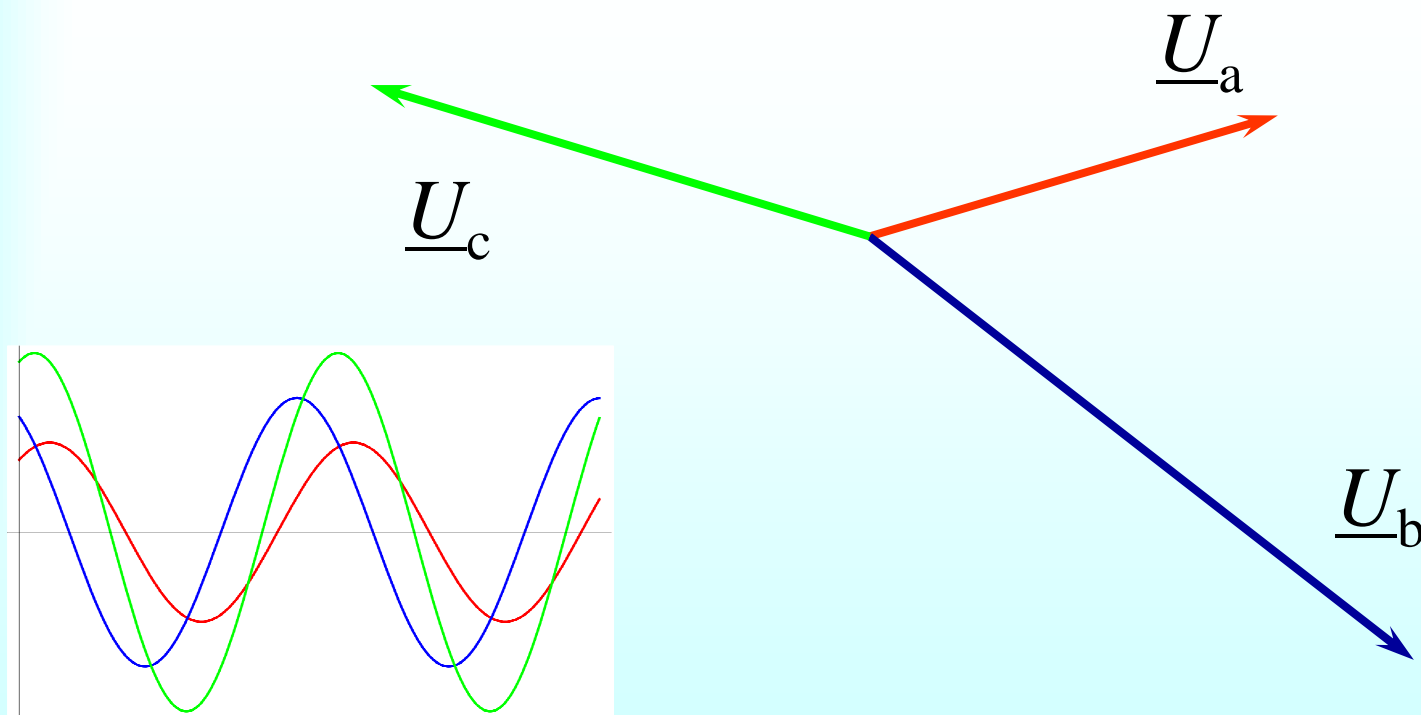
**директан**

positive sequence

**инверзан**

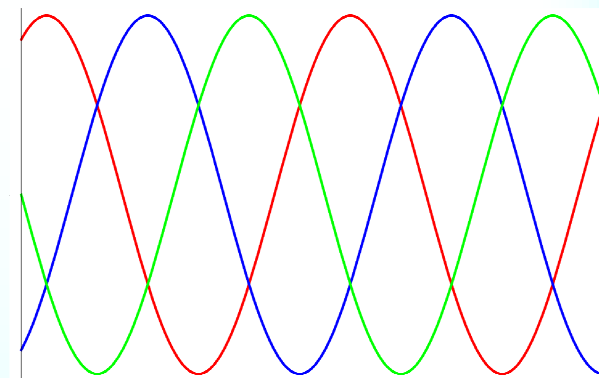
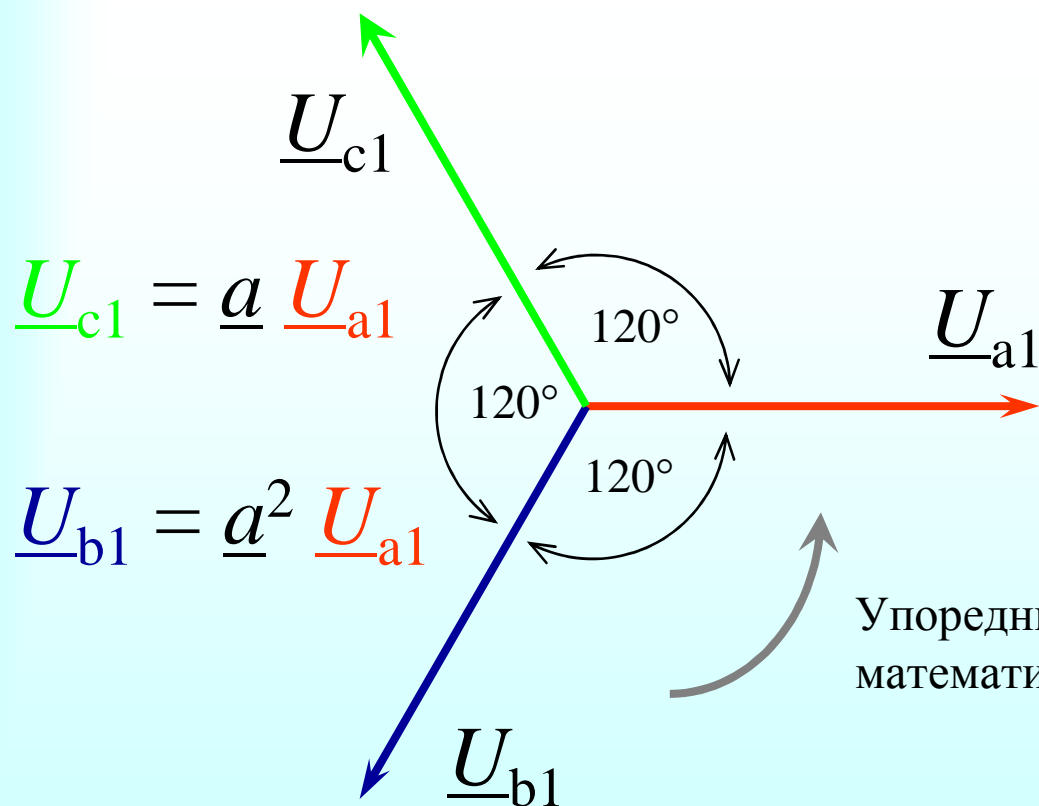
negative sequence

# Општи случај фазора трофазног система напона



Постоји 6 степени слободe, 3 модула и 3 аргумента, сваки фазор може имати произвољан модул и аргумент.

# Фазори трофазног система напона који је симетричан директан

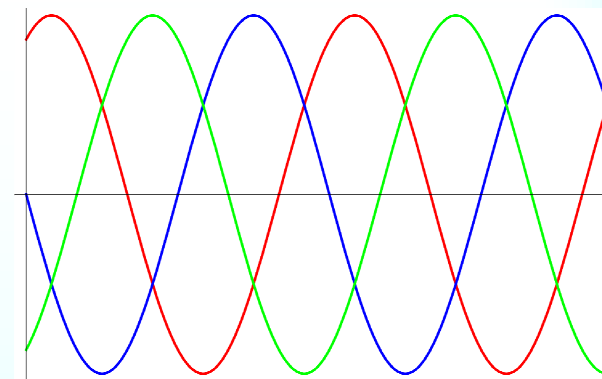
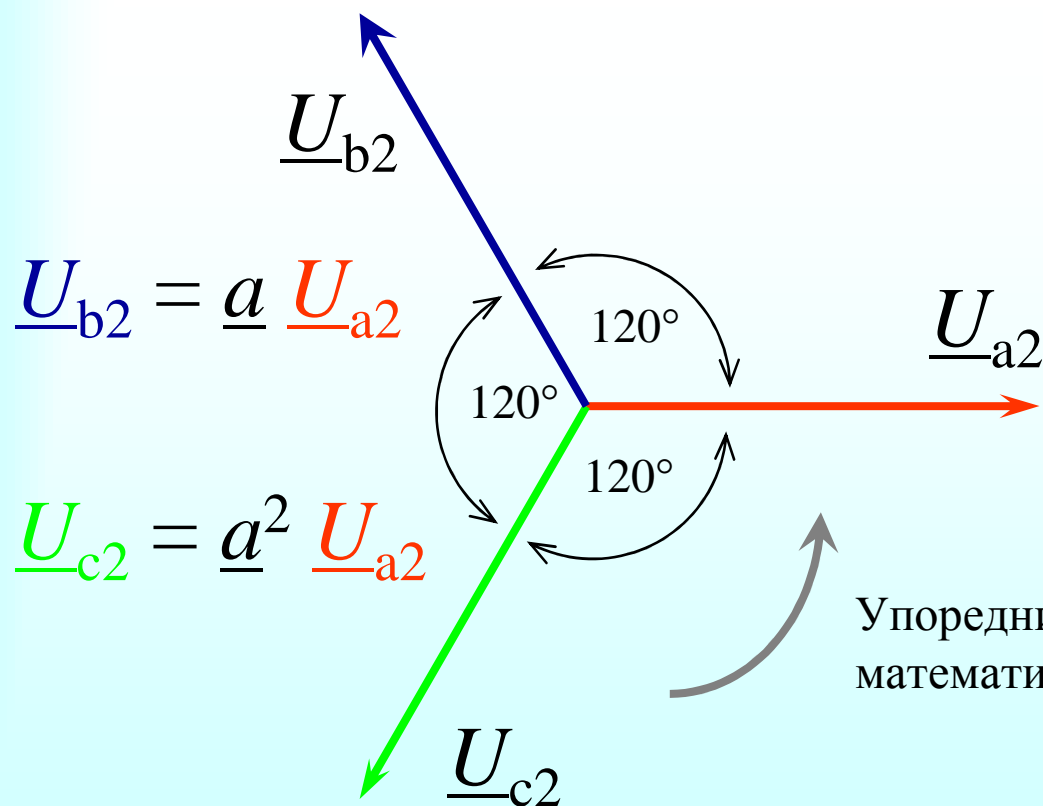


Упоредни смер ротације,  
математички позитиван смер

Symmetrical Components Positive Sequence

Постоје 2 степена слободе, 1 модул и 1 аргумент.

## Фазори трофазног система напона који је симетричан инверзан



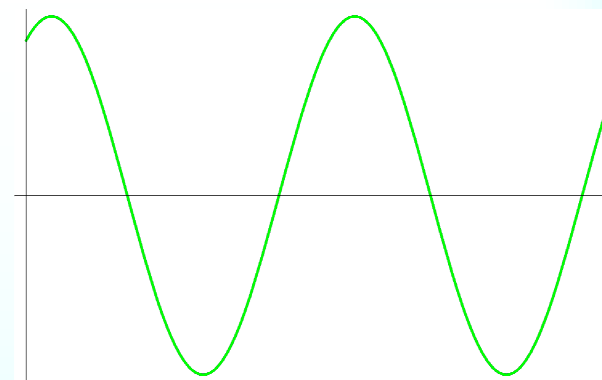
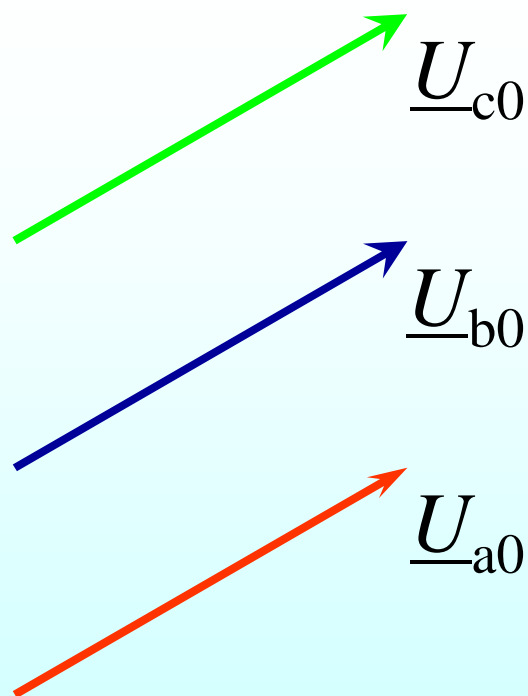
Упоредни смер ротације,  
математички позитиван смер

Symmetrical Components Negative Sequence

Постоје 2 степена слободе, 1 модул и 1 аргумент.

# Фазори трофазног система напона који је унифазан

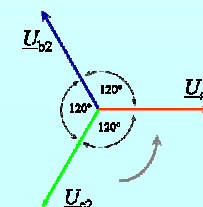
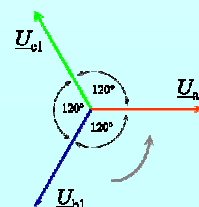
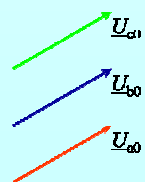
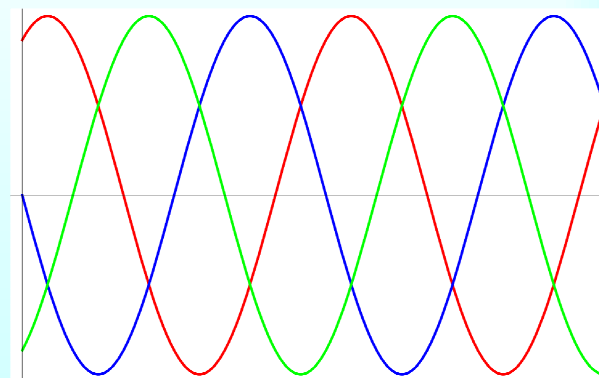
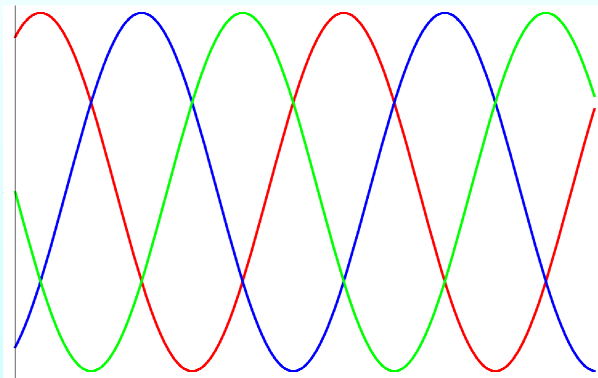
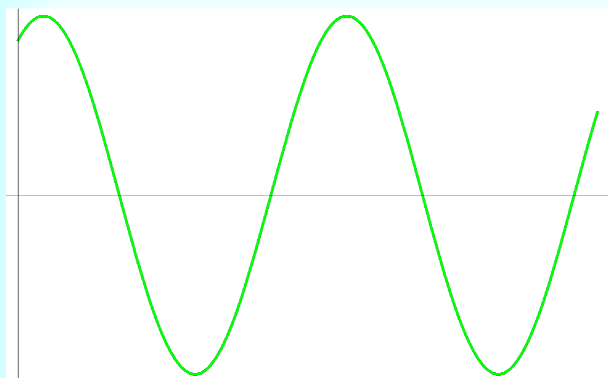
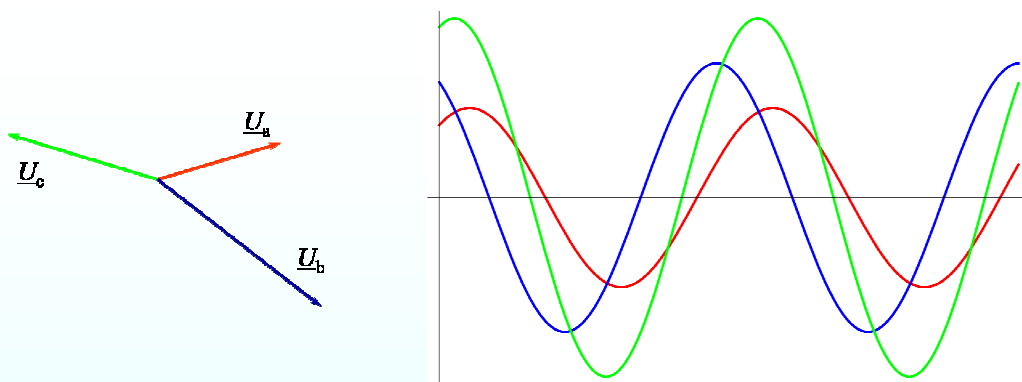
$$\underline{U}_{a0} = \underline{U}_{b0} = \underline{U}_{c0}$$



Symmetrical Components Zero Sequence

Постоје 2 степена слободе, 1 модул и 1 аргумент.

# Суперпозиција унифазног, директног и инверзног система



# Основно својство уравнотеженог трофазног кола

- Ако **симетричне** трофазне елементе повежемо на одговарајући начин, онда ћемо добити **уравнотежено** трофазно коло.
- Ако електромоторне силе трофазних генератора чине **директан** трофазни систем напона, онда ће сви трофазни системи напона и струја бити **директни** у уравнотеженом трофазном колу.
- Ако електромоторне силе трофазних генератора чине **инверзан** трофазни систем напона, онда ће сви трофазни системи напона и струја бити **инверзни** у уравнотеженом трофазном колу.



# Симетричне компоненте

Једначине синтезе (Synthesis equations)

$$\underline{U}_a = \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_0 + \underline{a}^2 \underline{U}_1 + \underline{a} \underline{U}_2$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_0 + \underline{a} \underline{U}_1 + \underline{a}^2 \underline{U}_2$$

Једначине анализе (Analysis equations)

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{U}_a + \underline{U}_b + \underline{U}_c}{3}$$

$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{U}_a + \underline{a} \underline{U}_b + \underline{a}^2 \underline{U}_c}{3}$$

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_a + \underline{a}^2 \underline{U}_b + \underline{a} \underline{U}_c}{3}$$

$$\underline{U}_{\text{simetricne}} \text{ компоненте} = \{ \underline{U}_0, \underline{U}_1, \underline{U}_2 \}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix}$$

Symmetrical  
components

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{3} \mathbf{A}^*$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{A} \mathbf{U}_s$$

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{U}$$

$$\mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

Матрица  
симетричних  
компоненти

# Неуравнотежена трофазна кола

- Симетрични трофазни генератори стварају одзив који се може разложити на збир трофазних система напона или струја.
- Одзив се може посматрати као суперпозиција три система, директног, инверзног и унифазног.
- Овакво разлагање омогућава једноставнију анализу кварова у електроенергетици или других узрока несиметрије трофазних елемената.
- Ако је трофазни систем напона или струја симетричан **директан**, онда ће њему одговарати симетричне компоненте од којих је само једна различита од нуле, други сабирак у разлагању, сабирак са индексом **1**.
- Ако је трофазни систем напона или струја симетричан **инверзан**, онда ће њему одговарати симетричне компоненте од којих је само једна различита од нуле, трећи сабирак у разлагању, сабирак са индексом **2**.

$$\mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{U}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

# Симетричне компоненте импеданси

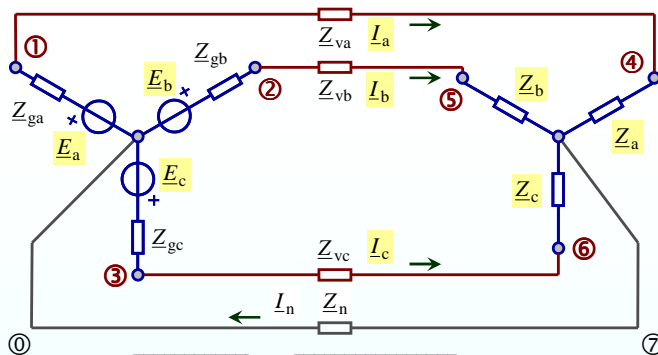
$$\begin{cases} \mathbf{U}_p = \mathbf{Z}\mathbf{I} \\ \mathbf{U}_p = \mathbf{A}\mathbf{U}_{ps} \\ \mathbf{I} = \mathbf{A}\mathbf{I}_s \end{cases}$$

$$\mathbf{A}\mathbf{U}_{ps} = \mathbf{Z}(\mathbf{A}\mathbf{I}_s)$$

$$\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A}\mathbf{U}_{ps}) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{Z}(\mathbf{A}\mathbf{I}_s))$$

$$\mathbf{U}_{ps} = (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{A})\mathbf{I}_s$$

$$\mathbf{U}_{ps} = \mathbf{Z}_s\mathbf{I}_s$$



$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_p = \begin{bmatrix} U_{pa} \\ U_{pb} \\ U_{pc} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} U_{pa} &= U_{47} \\ U_{pb} &= U_{57} \\ U_{pc} &= U_{67} \end{aligned}$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_s = \frac{1}{3} \mathbf{A}^* \mathbf{Z} \mathbf{A}$$

**Матрица  
симетричних  
компоненти  
импеданси**

Од интереса је испитати какве су ове матрице за трофазне уређаје који се граде да буду конструктивно симетрични.

# Примери матрице симетричних КОМПОНЕНТИ ИМПЕДАНСИ

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_S & \underline{Z}_M & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_S & \underline{Z}_M \\ \underline{Z}_M & \underline{Z}_m & \underline{Z}_S \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_s = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_S + \underline{Z}_M + \underline{Z}_m & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_S + a^2 \underline{Z}_M + a \underline{Z}_m & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_S + a \underline{Z}_M + a^2 \underline{Z}_m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_n = \begin{bmatrix} \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \\ \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \\ \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{ns} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{Z}_n \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3\underline{Z}_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

# Матричне једначине Y-Y кола преко симетричних компоненти

$$-(\mathbf{A}\mathbf{U}_s) + \mathbf{Z}_v(\mathbf{A}\mathbf{I}_s) + (\mathbf{A}\mathbf{U}_{ps}) + \begin{bmatrix} \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \\ \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \\ \underline{Z}_n & \underline{Z}_n & \underline{Z}_n \end{bmatrix}(\mathbf{A}\mathbf{I}_s) = \mathbf{0}$$

Лева и десна страна једначина се множе са инверзном матрицом.

$$(\mathbf{A}\mathbf{U}_s) + \mathbf{Z}_g(\mathbf{A}\mathbf{I}_s) = (\mathbf{A}\mathbf{E}_s)$$

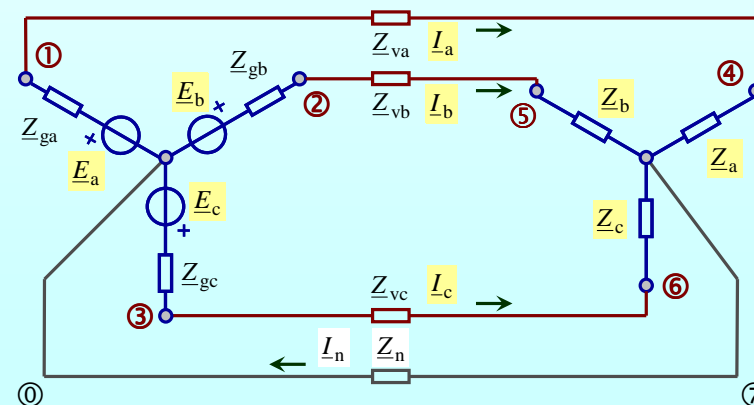
$$(\mathbf{A}\mathbf{U}_{ps}) - \mathbf{Z}(\mathbf{A}\mathbf{I}_s) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{3} \mathbf{A}^*$$

$$-\mathbf{U}_s + \mathbf{Z}_{vs}\mathbf{I}_s + \mathbf{U}_{ps} + \begin{bmatrix} 3\underline{Z}_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{I}_s = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{U}_s + \mathbf{Z}_{gs}\mathbf{I}_s = \mathbf{E}_s$$

$$\mathbf{U}_{ps} - \mathbf{Z}_s\mathbf{I}_s = \mathbf{0}$$



## Распрезање трофазног кола по симетричним компонентама

- Посебан случај чине кола чији трофазни елементи имају **дијагоналну** матрицу симетричних компоненти импеданси.
- Тада се једначине могу написати у скаларном облику тако да свака једначина зависи само од величина **једне** симетричне компоненте: коло се **распреже** по симетричним компонентама.

## Посебан случај

$$\mathbf{Z}_{gs} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{g0} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{g1} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{g2} \end{bmatrix}$$

Матрица симетричних  
компоненти импеданси  
трофазног **генератора**

$$\mathbf{Z}_s = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix}$$

Матрица симетричних  
компоненти импеданси  
трофазног **потрошача**

$$\mathbf{Z}_{vs} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{v0} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{v1} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{v2} \end{bmatrix}$$

Матрица симетричних  
компоненти импеданси  
трофазног енергетског **вода**

## Распрезање Y-Y кола по симетричним компонентама

$$-\underline{U}_0 + \underline{Z}_{v0} \underline{I}_0 + \underline{U}_{p0} + \underline{Z}_{n0} \underline{I}_0 = 0$$

$$\underline{Z}_{n0} = 3\underline{Z}_n$$

$$\underline{U}_0 + \underline{Z}_{g0} \underline{I}_0 = \underline{E}_0$$

$$\underline{U}_{p0} - \underline{Z}_0 \underline{I}_0 = 0$$

$$-\underline{U}_1 + \underline{Z}_{v1} \underline{I}_1 + \underline{U}_{p1} + \underline{Z}_{n1} \underline{I}_1 = 0$$

$$\underline{Z}_{n1} = 0$$

$$\underline{U}_1 + \underline{Z}_{g1} \underline{I}_1 = \underline{E}_1$$

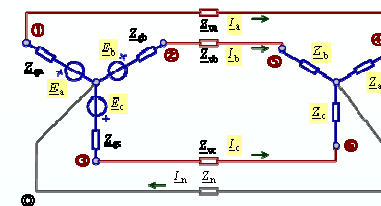
$$\underline{U}_{p1} - \underline{Z}_1 \underline{I}_1 = 0$$

$$-\underline{U}_2 + \underline{Z}_{v2} \underline{I}_2 + \underline{U}_{p2} + \underline{Z}_{n2} \underline{I}_2 = 0$$

$$\underline{Z}_{n2} = 0$$

$$\underline{U}_2 + \underline{Z}_{g2} \underline{I}_2 = \underline{E}_2$$

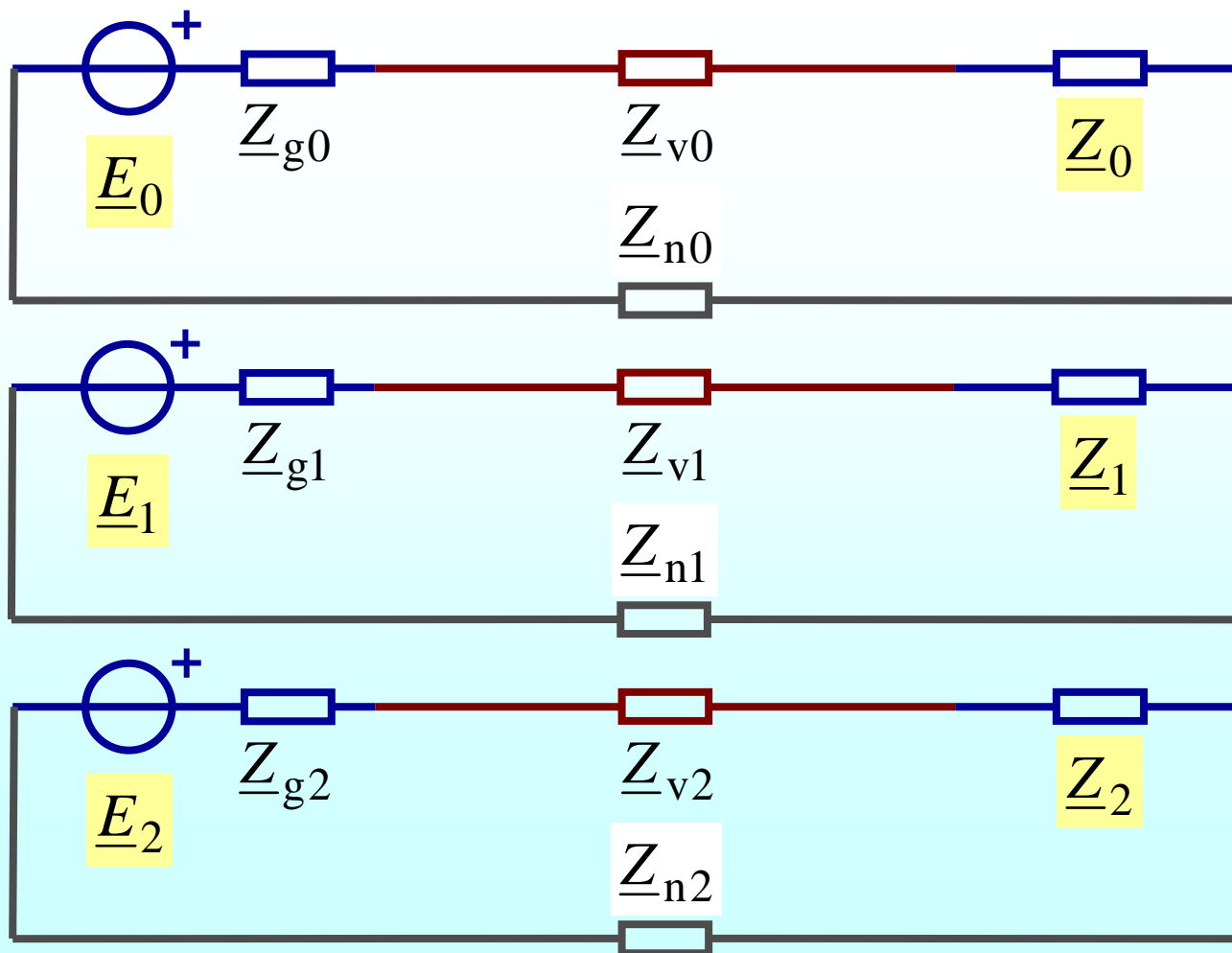
$$\underline{U}_{p2} - \underline{Z}_2 \underline{I}_2 = 0$$



За сваки подсистем од три једначине можемо нацртати заменску шему у којој се појављују величине само једне симетричне компоненте, нулте, или директне, или инверзне.

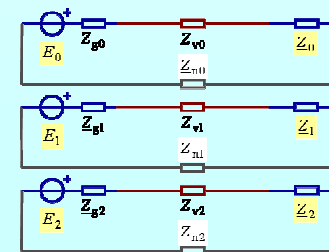


## Заменске шеме распрезања по симетричним компонентама



# Компонентни системи

- Заменске шеме трофазног кола по симетричним компонентама називају се **компонентни системи**.
- Дефинишу се **импедансе компонентних система** као количници симетричних компоненти напона и струја.
- Импедансе компонентних система се у пракси одређују мерењем.



# Снага 3Ф кола изражена преко симетричних компоненти

$$\underline{S} = \underline{U}_a \underline{I}_a^* + \underline{U}_b \underline{I}_b^* + \underline{U}_c \underline{I}_c^* = P + jQ$$

Напони и струје у једначини за снагу су фазни

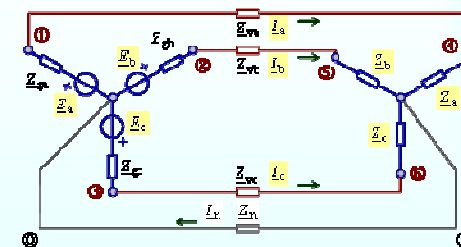
$$\underline{S} = \mathbf{U}^T \mathbf{I}^*$$

$$\underline{S} = (\mathbf{A} \mathbf{U}_s)^T (\mathbf{A} \mathbf{I}_s)^*$$

$$\underline{S} = \mathbf{U}_s^T \mathbf{A}^T \mathbf{A}^* \mathbf{I}_s^*$$

$$\underline{S} = 3 \mathbf{U}_s^T \mathbf{I}_s^*$$

$$\underline{S} = 3 \underline{U}_0 \underline{I}_0^* + 3 \underline{U}_1 \underline{I}_1^* + 3 \underline{U}_2 \underline{I}_2^*$$



## Кварови у 3Ф колима

- Кварови у трофазним колима су изразите **несиметрије** трофазних елемената.
- Кварови настају услед елементарних непогода (ветрови, поплаве, хладноће, ...).
- Кварови се јављају и као последица промена својстава уређаја услед хабања, неправилне употребе, или старења.

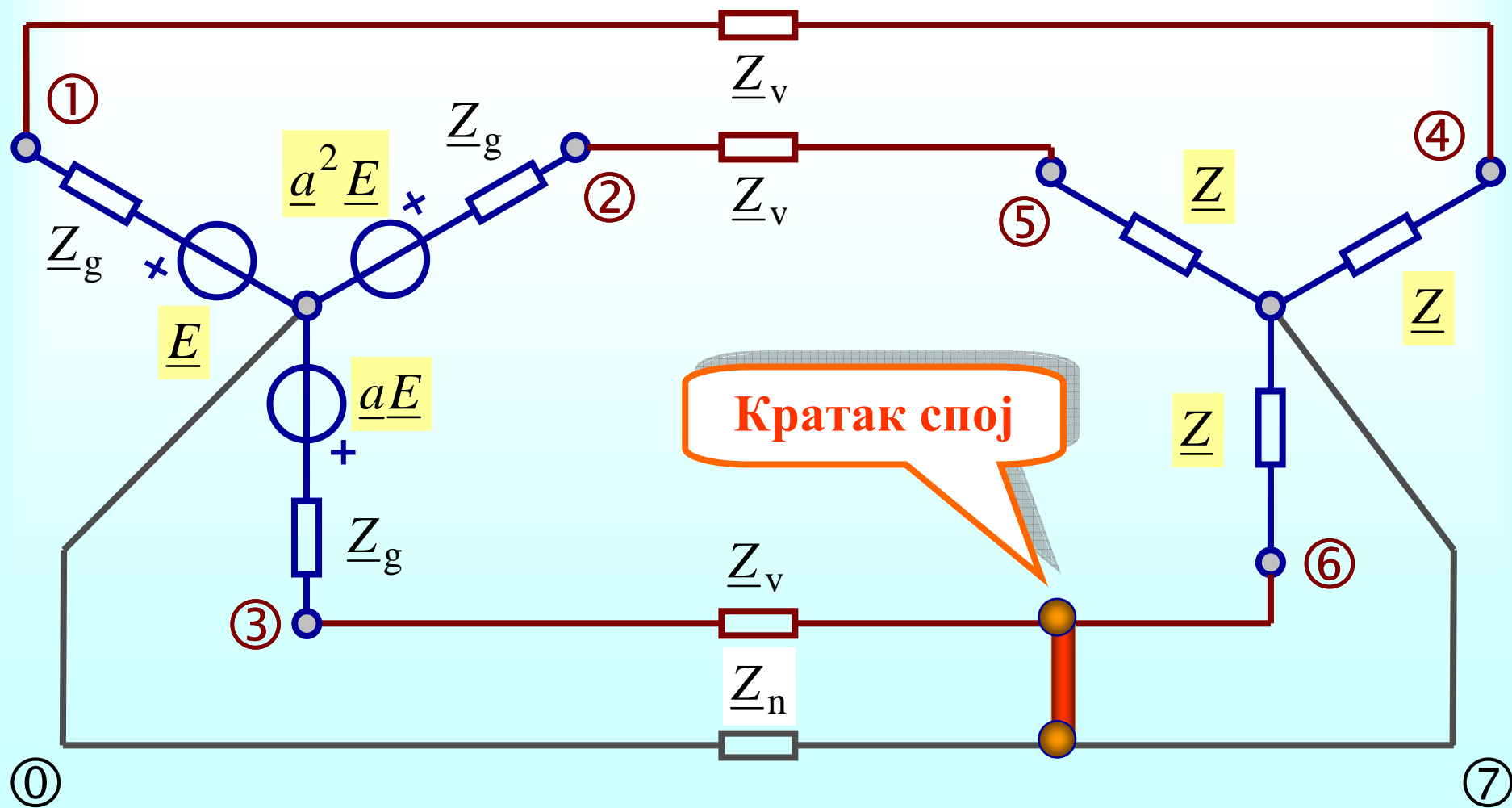
## Врсте кварова

- Потпуни **кратак спој** проводника: фазе и нуле (најчешће), две фазе, три фазе
- Делимичан кратак спој проводника
- Потпуни **прекид** једног или више проводника
- Комбиновани квар: и кратки спојеви и прекиди проводника

## Анализа кварова

- Кварови се прегледно могу анализирати помоћу **симетричних компоненти**.
- Посебно се анализирају идеализовани кварови, на пример идеалан кратак спој фазног проводника и нултог проводника, при чему се сматра да су **остали** трофазни елементи, укључујући и трофазне генераторе, **симетрични**.

# Пример квара: споја фаза-нула



# Питања (1)

- Како гласе матричне једначине  $Y$ - $Y$  кола?
- Шта су симетричне компоненте Фортески (Fortescue)?
- Који је мотив за увођење симетричних компоненти?
- Написати матричне једначине за одређивање симетричних компоненти из трофазног система напона или струја, и обрнуто.
- Шта су симетричне компоненте импеданси?
- Како гласи матрица симетричних компоненти импеданси ако је задата матрица импеданси пријемника?



## Питања (2)

- Како гласе матричне једначине  $Y$ - $Y$  кола преко симетричних компоненти?
- Шта је распрезање трофазног кола по симетричним компонентама?
- Шта су компонентни системи?
- Шта су импедансе компонентних система?
- Како гласи израз за снагу трофазног кола преко симетричних компоненти?

## Питања (3)

- Шта су кварови у трофазним колима? Како они настају?
- Које су основне врсте кварова у трофазним колима? Како се они могу прегледно анализирати?
- Нацртати шему трофазног кола у коме се појављује квар изазван спојем једне фазе и нуле.
- Да ли симетричне компоненте трофазног система струја могу бити једнаке струјама које чине трофазни систем?

## Питања (4)

- Како гласе симетричне компоненте (а) унифазног система напона, (б) директног система напона, (в) инверзног система струја?
- Када је матрица симетричних компоненти импеданси потрошача дијагонална?
- Како гласи матрица симетричних компоненти импеданси мреже симетричног пријемника?
- Навести практичне разлоге због којих се могу појавити кварови?

## Питања (5)

- Како гласи матрица симетричних компоненти импеданси пријемника чија је матрица импеданси циклично симетрична?

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_S & \underline{Z}_M & \underline{Z}_m \\ \underline{Z}_m & \underline{Z}_S & \underline{Z}_M \\ \underline{Z}_M & \underline{Z}_m & \underline{Z}_S \end{bmatrix}$$

## Питања (6)

(5) Симетричан трофазни потрошач је повезан у звезду чији делови имају импедансу  $\underline{Z}$ . Како гласи матрица симетричних компоненти импеданси потрошача?

(6) Шта су симетричне компоненте Fortescue? Шта су компонентни системи? Дати појмовно одређење, написати одговарајуће изразе и објаснити величине које се у њима појављују.

(5) Симетричан трофазни потрошач је повезан у звезду и матрица импеданси је

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z} & \underline{M} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{Z} & \underline{M} \\ \underline{M} & \underline{M} & \underline{Z} \end{bmatrix}.$$

Како гласи матрица симетричних компоненти импеданси потрошача?

(5) Резитиван симетричан трофазни потрошач је повезан у звезду чији делови имају импедансу  $R$ . Како гласи матрица симетричних компоненти импеданси потрошача?

## Питања (7)

(5) Како се распреже  $Y$ - $Y$  трофазно коло по симетричним компонентама?  
Шта су компонентни системи?  
Шта су импедансе компонентних система? Дати појмовно одређење, нацртати потребне слике, написати одговарајуће изразе и објаснити величине које се у њима појављују.

(5) Шта су компонентни системи?  
Дати појмовно одређење, нацртати одговарајуће шеме и објаснити величине које се на њима појављују.

(5) Извести матричне једначине трофазног  $Y$ - $Y$  електричног кола преко симетричних компоненти.  
Објаснити поступак извођења, написати потребне једначине, нацртати потребне шеме и објаснити величине које се појављују на шемама и у једначинама.

# Задатак (1)

## Задатак 2

У делу електроенергетског постројења, које се може представити трофазним електричним колом, дошло је до квара и измерен је трофазни систем струја  $\underline{I}_a = 150 \text{ A} \angle 45^\circ$ ,  $\underline{I}_b = 250 \text{ A} \angle 150^\circ$ ,  $\underline{I}_c = 100 \text{ A} \angle 300^\circ$ .

(5) Одредити симетричне компоненте трофазног система струја.

(5) Нацртати фазорски дијаграм симетричних компоненти.

(5) Одредити тренутне вредности симетричних компоненти.

Учестаност је  $f = 50 \text{ Hz}$ .

Симетричне компоненте су

Фазорски дијаграм симетричних компоненти

Тренутне вредности су

## Задатак (2)

### Задатак 1

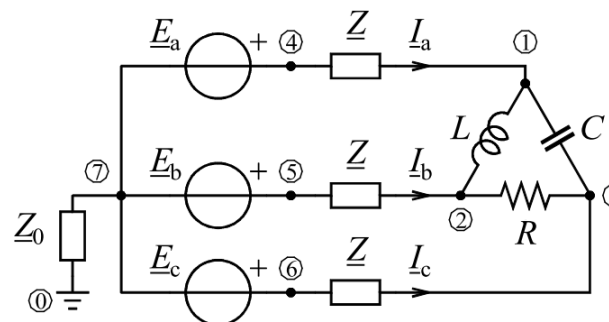
Трофазно електроенергетско постројење је представљено упрошћеним електричним колом познатих параметара. Трофазни потрошач је повезан у троугао, а чине га отпорник, кондензатор и калем чији су параметри повезани изразима

$$C = \frac{1}{\sqrt{3}R\omega}, \quad L = \frac{\sqrt{3}R}{\omega}.$$

Симетричан трофазни генератор је повезан у звезду, а његови напони чине директан симетричан трофазни систем напона  $\{e_a, e_b, e_c\}$  и  $e_a(t) = \sqrt{2}E \cos(\omega t + \theta)$ .

Одредити

- (5) симетричне компоненте трофазног система фазних напона потрошача,
- (5) симетричне компоненте трофазног система линијских струја, и
- (5) активну и реактивну снагу потрошача.



Симетричне компоненте трофазног система фазних напона потрошача су

Симетричне компоненте трофазног система линијских струја су

Активна и реактивна снага потрошача су



## Задатак (3)

### Задатак 1

У делу електроенергетског постројења, које се може представити трофазним електричним колом, дошло је до квара и одређене су симетричне компоненте трофазног система струја  $\underline{I}_0 = 52 \text{ A} \angle 112^\circ$ ,  $\underline{I}_1 = 48 \text{ A} \angle -88^\circ$ ,  $\underline{I}_2 = 163 \text{ A} \angle 40^\circ$ .

(5) Одредити трофазни систем струја.

(5) Нацртати фазорски дијаграм трофазног система струја.

(5) Одредити тренутне вредности трофазног система струја.

Учестаност је  $f = 50 \text{ Hz}$ .

-----  
Трофазни систем струја је

Фазорски дијаграм је

Тренутне вредности су

## Задатак (4)

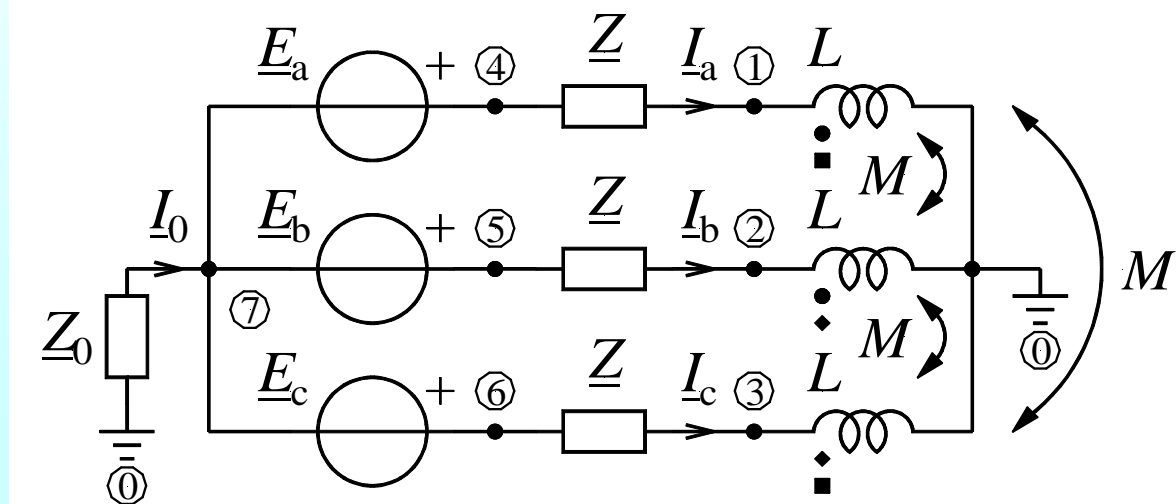
Вредности елемената трофазног електричног кола са слике су познате.

Трофазни потрошач је повезан у звезду, а чине га три спрегнута калема сопствених индуктивности  $L$  и међусобних индуктивности  $M$ .

Симетричан трофазни генератор је повезан у звезду, а његови напони чине инверзан симетричан трофазни систем напона  $\{e_a, e_b, e_c\}$  и  $e_a = \sqrt{2}E \cos(\omega t + \theta)$ .

Одредити

- (5) симетричне компоненте трофазног система напона генератора,
- (5) симетричне компоненте трофазног система линијских струја, и
- (5) симетричне компоненте импеданси потрошача.



## Задатак (5)

### Задатак 1

Електроенергетско постројење је упрошћено представљено шемом са слике. Услед квара, први фазни проводник је прекинут. Вредности елемената су познате.

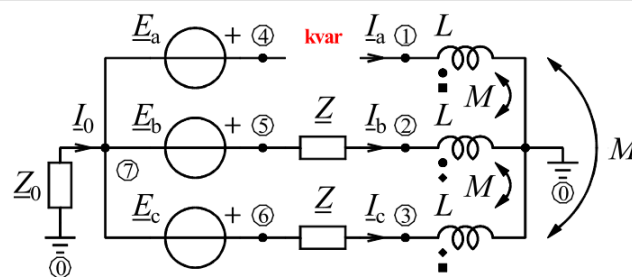
Трофазни потрошач је повезан у звезду, а чине га три спрегнута калема сопствених индуктивности  $L$  и међусобних индуктивности  $M$ .

Симетричан трофазни генератор је повезан у звезду, а његови напони чине инверзан симетричан трофазни систем напона  $\{e_a, e_b, e_c\}$  и  $e_a = \sqrt{2}E \cos(\omega t + \theta)$ .

Одредити симетричне компоненте

(4) трофазног система напона генератора, и  
(5) импеданси потрошача.

(6) Ако је  $Z_0 = 0$ ,  $Z = 0$ ,  $M = 3L/4$ , одредити симетричне компоненте трофазног система линијских струја.



Симетричне компоненте трофазног система напона генератора су

Симетричне компоненте импеданси потрошача су

Симетричне компоненте трофазног система линијских струја су

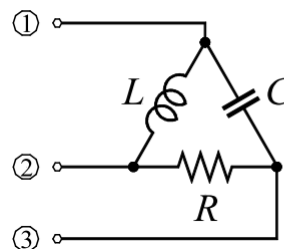
## Задатак (6)

### Задатак 1

Електротермичко постројење електроиндукционе пећи се може приближно представити трофазним потрошачем везаним у троугао који чине отпорник  $R$ , калем  $L$  и кондензатор  $C$ . Потрошач је прикључен на симетричан трофазни генератор. Линејски напони чине директан симетричан трофазни систем напона  $\{u_{12}, u_{23}, u_{31}\}$  и  $u_{12}(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta)$ .

Одредити

- (6) а) индуктивност  $L$  и капацитивност  $C$  тако да линејске струје чине директан симетричан трофазни систем струја,  
(4) б) средњу (активну) снагу и реактивну снагу потрошача под условом из а), и  
(4) в) симетричне компоненте линејских струја под условом из а). (1) Да ли је потрошач, под условом из а), симетричан?



- а) Индуктивност  $L$  и капацитивност  $C$  су
- б) Средња (активна) снага и реактивна снага потрошача под условом из а) су
- в) Симетричне компоненте линејских струја под условом из а) су

Потрошач, под условом из а),

# Charles Legeyt Fortescue

## 1876–1936



Инжењер електротехнике. Рођен у York Factory (Manitoba), САД.

Charles L. Fortescue, "Method of Symmetrical Co-Ordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks". Presented at the 34th annual convention of the AIEE (American Institute of Electrical Engineers) in Atlantic City, N.J. on 28 July 1918. Published in: AIEE Transactions, vol. 37, part II, pp. 1027-1140, 1918.