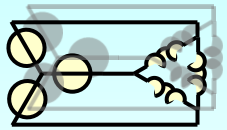
Теорија електричних кола на **Енергетском одсеку**

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{U}_\mathrm{a} + \underline{U}_\mathrm{b} + \underline{U}_\mathrm{c}}{3}$$

$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{U}_\mathrm{a} + \underline{a}\underline{U}_\mathrm{b} + \underline{a}^2\underline{U}_\mathrm{c}}{3}$$

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_\mathrm{a} + \underline{a}^2\underline{U}_\mathrm{b} + \underline{a}\underline{U}_\mathrm{c}}{3}$$

Милка Потребић



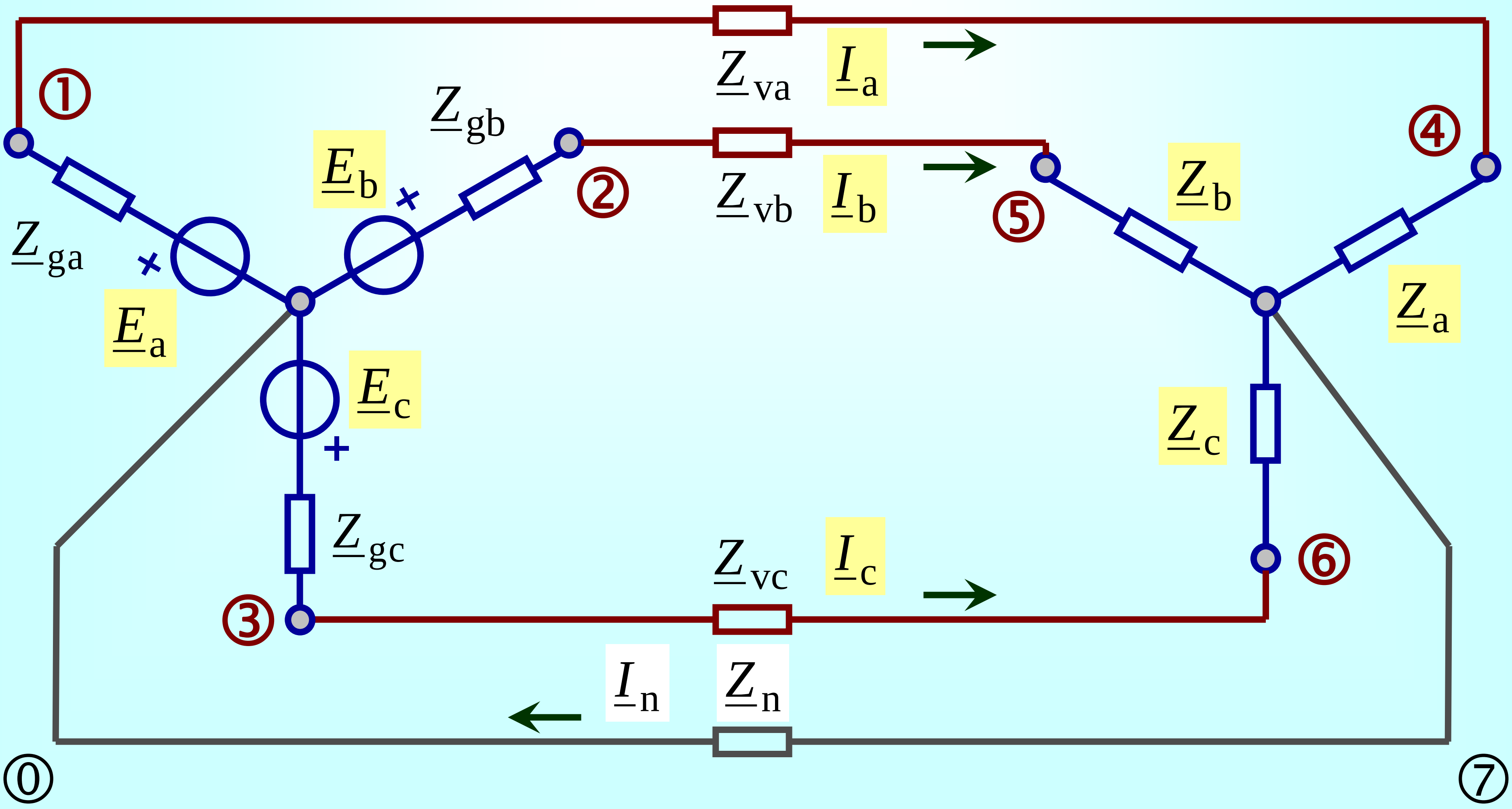
Симетричне компоненте

временски непромењивих, линеарних, трофазних кола са устаљеним простопериодичним одзивом

Циљ, покретач (мотив), замисао (идеја)

- Решити **неуравнотежена** трофазна кола
- Решавати простије заменске **једнофазне** шеме уместо сложених трофазних
- Представити **несиметричне** трофазне системе напона и струја помоћу заменских **симетричних** система и искористити развијен поступак за решавање симетричних трофазних кола

Неуравнотежено 3Ф коло Y-Y



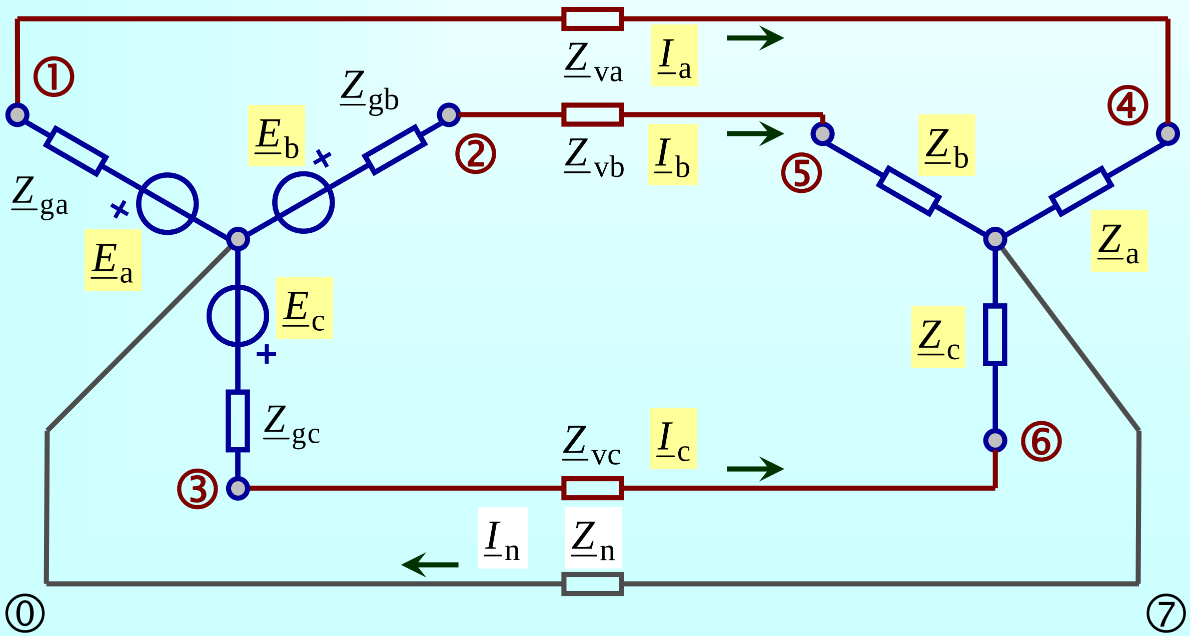
Матрице трофазног Y-Y кола

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \underline{E}_\mathrm{a} \\ \underline{E}_\mathrm{b} \\ \underline{E}_\mathrm{c} \end{bmatrix} \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \underline{U}_\mathrm{a} \\ \underline{U}_\mathrm{b} \\ \underline{U}_\mathrm{c} \end{bmatrix} \quad \mathbf{U}_\mathrm{p} = \begin{bmatrix} \underline{U}_\mathrm{pa} \\ \underline{U}_\mathrm{pb} \\ \underline{U}_\mathrm{pc} \end{bmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \underline{I}_\mathrm{a} \\ \underline{I}_\mathrm{b} \\ \underline{I}_\mathrm{c} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_\mathrm{g} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_\mathrm{ga} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_\mathrm{gb} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_\mathrm{gc} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_\mathrm{v} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_\mathrm{va} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_\mathrm{vb} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_\mathrm{vc} \end{bmatrix}$$

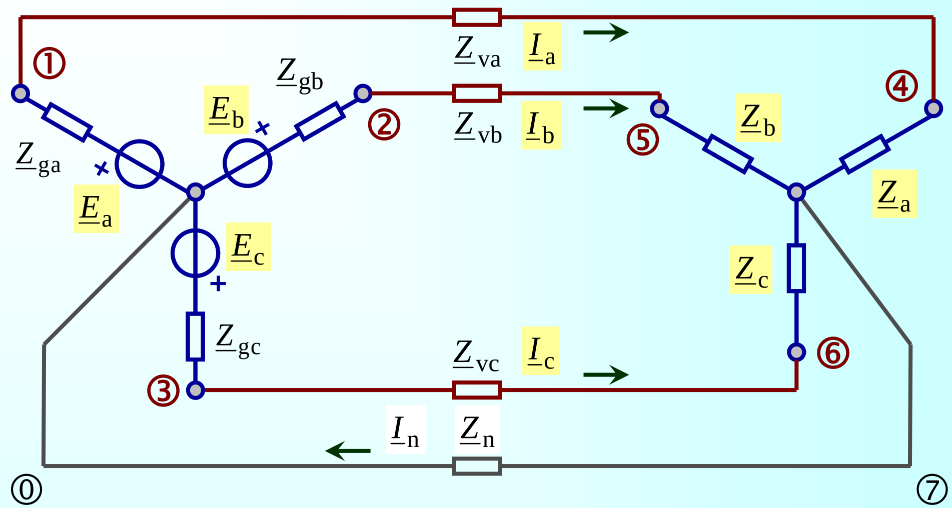
$$\mathbf{Z}_\mathrm{p} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_\mathrm{pa} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_\mathrm{pb} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_\mathrm{pc} \end{bmatrix}$$



Једначине неуравнотеженог кола

$$\underline{I}_{\mathrm{a}}+\underline{I}_{\mathrm{b}}+\underline{I}_{\mathrm{c}}=\underline{I}_{\mathrm{n}}$$

$$-\underline{U}_{\mathrm{a}}+\underline{Z}_{\mathrm{va}}\underline{I}_{\mathrm{a}}+\underline{U}_{\mathrm{pa}}+\underline{Z}_{\mathrm{n}}\underline{I}_{\mathrm{n}}=0$$
$$-\underline{U}_{\mathrm{b}}+\underline{Z}_{\mathrm{vb}}\underline{I}_{\mathrm{b}}+\underline{U}_{\mathrm{pb}}+\underline{Z}_{\mathrm{n}}\underline{I}_{\mathrm{n}}=0$$
$$-\underline{U}_{\mathrm{c}}+\underline{Z}_{\mathrm{vc}}\underline{I}_{\mathrm{c}}+\underline{U}_{\mathrm{pc}}+\underline{Z}_{\mathrm{n}}\underline{I}_{\mathrm{n}}=0$$



$$\underline{U}_{\mathrm{a}}+\underline{Z}_{\mathrm{ga}}\underline{I}_{\mathrm{a}}=\underline{E}_{\mathrm{a}}$$
$$\underline{U}_{\mathrm{b}}+\underline{Z}_{\mathrm{gb}}\underline{I}_{\mathrm{b}}=\underline{E}_{\mathrm{b}}$$
$$\underline{U}_{\mathrm{c}}+\underline{Z}_{\mathrm{gc}}\underline{I}_{\mathrm{c}}=\underline{E}_{\mathrm{c}}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{pa}}-\underline{Z}_{\mathrm{a}}\underline{I}_{\mathrm{a}}=0$$
$$\underline{U}_{\mathrm{pb}}-\underline{Z}_{\mathrm{b}}\underline{I}_{\mathrm{b}}=0$$
$$\underline{U}_{\mathrm{pc}}-\underline{Z}_{\mathrm{c}}\underline{I}_{\mathrm{c}}=0$$

$$\underline{U}_{\mathrm{a}}=\underline{U}_{10}$$
$$\underline{U}_{\mathrm{b}}=\underline{U}_{20}$$
$$\underline{U}_{\mathrm{c}}=\underline{U}_{30}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{pa}}=\underline{U}_{47}$$
$$\underline{U}_{\mathrm{pb}}=\underline{U}_{57}$$
$$\underline{U}_{\mathrm{pc}}=\underline{U}_{67}$$

Фазне струје су једнаке линијским

Преобликовање у матрице

$$-\underline{U}_{\mathrm{a}}+\underline{Z}_{\mathrm{va}}\underline{I}_{\mathrm{a}}+\underline{U}_{\mathrm{pa}}+\underline{Z}_{\mathrm{n}}\underline{I}_{\mathrm{n}}=0$$
$$-\underline{U}_{\mathrm{b}}+\underline{Z}_{\mathrm{vb}}\underline{I}_{\mathrm{b}}+\underline{U}_{\mathrm{pb}}+\underline{Z}_{\mathrm{n}}\underline{I}_{\mathrm{n}}=0$$
$$-\underline{U}_{\mathrm{c}}+\underline{Z}_{\mathrm{vc}}\underline{I}_{\mathrm{c}}+\underline{U}_{\mathrm{pc}}+\underline{Z}_{\mathrm{n}}\underline{I}_{\mathrm{n}}=0$$

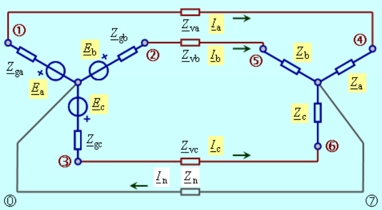
$$-\begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{a}}\\ \underline{U}_{\mathrm{b}}\\ \underline{U}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{va}}\underline{I}_{\mathrm{a}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{vb}}\underline{I}_{\mathrm{b}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{vc}}\underline{I}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{pa}}\\ \underline{U}_{\mathrm{pb}}\\ \underline{U}_{\mathrm{pc}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{n}}(\underline{I}_{\mathrm{a}}+\underline{I}_{\mathrm{b}}+\underline{I}_{\mathrm{c}})\\ \underline{Z}_{\mathrm{n}}(\underline{I}_{\mathrm{a}}+\underline{I}_{\mathrm{b}}+\underline{I}_{\mathrm{c}})\\ \underline{Z}_{\mathrm{n}}(\underline{I}_{\mathrm{a}}+\underline{I}_{\mathrm{b}}+\underline{I}_{\mathrm{c}})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{a}}+\underline{Z}_{\mathrm{ga}}\underline{I}_{\mathrm{a}}=\underline{E}_{\mathrm{a}}$$
$$\underline{U}_{\mathrm{b}}+\underline{Z}_{\mathrm{gb}}\underline{I}_{\mathrm{b}}=\underline{E}_{\mathrm{b}}$$
$$\underline{U}_{\mathrm{c}}+\underline{Z}_{\mathrm{gc}}\underline{I}_{\mathrm{c}}=\underline{E}_{\mathrm{c}}$$

$$\begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{a}}\\ \underline{U}_{\mathrm{b}}\\ \underline{U}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{ga}}\underline{I}_{\mathrm{a}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{gb}}\underline{I}_{\mathrm{b}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{gc}}\underline{I}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\underline{E}_{\mathrm{a}}\\ \underline{E}_{\mathrm{b}}\\ \underline{E}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{pa}}-\underline{Z}_{\mathrm{a}}\underline{I}_{\mathrm{a}}=0$$
$$\underline{U}_{\mathrm{pb}}-\underline{Z}_{\mathrm{b}}\underline{I}_{\mathrm{b}}=0$$
$$\underline{U}_{\mathrm{pc}}-\underline{Z}_{\mathrm{c}}\underline{I}_{\mathrm{c}}=0$$

$$\begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{pa}}\\ \underline{U}_{\mathrm{pb}}\\ \underline{U}_{\mathrm{pc}}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{a}}\underline{I}_{\mathrm{a}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{b}}\underline{I}_{\mathrm{b}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{c}}\underline{I}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$



Матричне једначине Y-Y кола

$$-\mathbf{U}+\mathbf{Z}_{\mathrm{v}}\mathbf{I}+\mathbf{U}_{\mathrm{p}}+\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{n}} & \underline{Z}_{\mathrm{n}} & \underline{Z}_{\mathrm{n}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{n}} & \underline{Z}_{\mathrm{n}} & \underline{Z}_{\mathrm{n}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{n}} & \underline{Z}_{\mathrm{n}} & \underline{Z}_{\mathrm{n}}\end{bmatrix}\mathbf{I}=\mathbf{O}$$

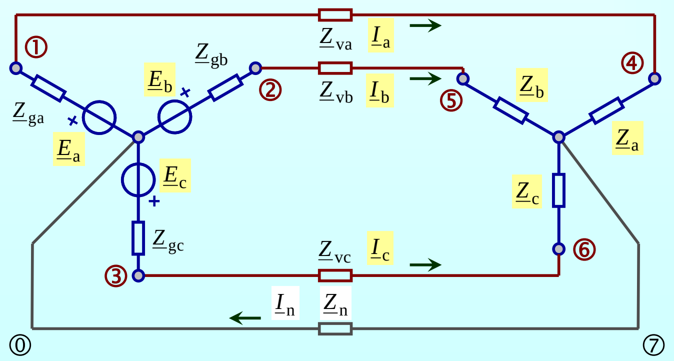
$$-\begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{a}}\\ \underline{U}_{\mathrm{b}}\\ \underline{U}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{va}}\underline{I}_{\mathrm{a}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{vb}}\underline{I}_{\mathrm{b}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{vc}}\underline{I}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{pa}}\\ \underline{U}_{\mathrm{pb}}\\ \underline{U}_{\mathrm{pc}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{n}}(\underline{I}_{\mathrm{a}}+\underline{I}_{\mathrm{b}}+\underline{I}_{\mathrm{c}})\\ \underline{Z}_{\mathrm{n}}(\underline{I}_{\mathrm{a}}+\underline{I}_{\mathrm{b}}+\underline{I}_{\mathrm{c}})\\ \underline{Z}_{\mathrm{n}}(\underline{I}_{\mathrm{a}}+\underline{I}_{\mathrm{b}}+\underline{I}_{\mathrm{c}})\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}+\mathbf{Z}_{\mathrm{g}}\mathbf{I}=\mathbf{E}$$

$$\begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{a}}\\ \underline{U}_{\mathrm{b}}\\ \underline{U}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{ga}}\underline{I}_{\mathrm{a}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{gb}}\underline{I}_{\mathrm{b}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{gc}}\underline{I}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\underline{E}_{\mathrm{a}}\\ \underline{E}_{\mathrm{b}}\\ \underline{E}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_{\mathrm{p}}-\mathbf{Z}\mathbf{I}=\mathbf{O}$$

$$\begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{pa}}\\ \underline{U}_{\mathrm{pb}}\\ \underline{U}_{\mathrm{pc}}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{a}}\underline{I}_{\mathrm{a}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{b}}\underline{I}_{\mathrm{b}}\\ \underline{Z}_{\mathrm{c}}\underline{I}_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$



$$\mathbf{Z}_{\mathrm{g}}=\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{ga}} & 0 & 0\\ 0 & \underline{Z}_{\mathrm{gb}} & 0\\ 0 & 0 & \underline{Z}_{\mathrm{gc}}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{v}}=\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{va}} & 0 & 0\\ 0 & \underline{Z}_{\mathrm{vb}} & 0\\ 0 & 0 & \underline{Z}_{\mathrm{vc}}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{p}}=\begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{pa}} & 0 & 0\\ 0 & \underline{Z}_{\mathrm{pb}} & 0\\ 0 & 0 & \underline{Z}_{\mathrm{pc}}\end{bmatrix}$$

Матрице импеданси у сложенијим моделима, када се узимају у обзир **спреге**, могу имати све чланове а не само дијагоналне чланове

Замисао Фортески (Fortescue)

- Сваки члан трофазног система напона или струја разложити на **три** сабирка
- Први сабирци треба да чине систем фазора истог аргумента (***унифазни***)
- Други сабирци треба да чине симетричан ***директан*** систем напона или струја
- Трећи сабирци треба да чине симетричан ***инверзан*** систем напона или струја

Разлагање Фортески

$$\underline{U}_{\mathrm{a}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{U}_{\mathrm{c}}}{3} + \frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{a}\underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{a}^2\underline{U}_{\mathrm{c}}}{3} + \frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{a}^2\underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{a}\underline{U}_{\mathrm{c}}}{3}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{b}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{U}_{\mathrm{c}}}{3} + \underline{a}^2\frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{a}\underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{a}^2\underline{U}_{\mathrm{c}}}{3} + \underline{a}\frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{a}^2\underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{a}\underline{U}_{\mathrm{c}}}{3}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{c}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{U}_{\mathrm{c}}}{3} + \underline{a}\frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{a}\underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{a}^2\underline{U}_{\mathrm{c}}}{3} + \underline{a}^2\frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{a}^2\underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{a}\underline{U}_{\mathrm{c}}}{3}$$

унифазан
zero sequence

директан
positive sequence

инверзан
negative sequence

Симетричне компоненте

$$\underline{U}_{\mathrm{a}} = \underline{U}_0 + \underline{U}_1 + \underline{U}_2$$
$$\underline{U}_{\mathrm{b}} = \underline{U}_0 + \underline{a}^2\underline{U}_1 + \underline{a}\underline{U}_2$$
$$\underline{U}_{\mathrm{c}} = \underline{U}_0 + \underline{a}\underline{U}_1 + \underline{a}^2\underline{U}_2$$

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{U}_{\mathrm{c}}}{3}$$
$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{a}\underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{a}^2\underline{U}_{\mathrm{c}}}{3}$$
$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_{\mathrm{a}} + \underline{a}^2\underline{U}_{\mathrm{b}} + \underline{a}\underline{U}_{\mathrm{c}}}{3}$$

$$U_{\substack{\text{simetricne}\\ \text{komponente}}} = \left\{\underline{U}_0, \underline{U}_1, \underline{U}_2\right\}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix}$$

Symmetrical components

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{3}\mathbf{A}^*$$

$$\mathbf{U}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} \underline{U}_0 \\ \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}\mathbf{U}_{\mathrm{s}}$$

$$\mathbf{U}_{\mathrm{s}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{U}$$

Матрица симетричних компоненти

Симетричне компоненте импеданси

$$\begin{cases} \mathbf{U}_p = \mathbf{Z}\mathbf{I} \\ \mathbf{U}_p = \mathbf{A}\mathbf{U}_{ps} \\ \mathbf{I} = \mathbf{A}\mathbf{I}_s \end{cases}$$

$$\mathbf{A}\mathbf{U}_{ps} = \mathbf{Z}(\mathbf{A}\mathbf{I}_s)$$

$$\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A}\mathbf{U}_{ps}) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{Z}(\mathbf{A}\mathbf{I}_s))$$

$$\mathbf{U}_{ps} = (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{A})\mathbf{I}_s$$

$$\mathbf{U}_{ps} = \mathbf{Z}_s\mathbf{I}_s$$

$$\mathbf{Z}_s = \frac{1}{3}\mathbf{A}^*\mathbf{Z}\mathbf{A}$$

Матрица симетричних компоненти импеданси

Од интереса је испитати какве су ове матрице за трофазне уређаје који се граде да буду конструктивно симетрични

Примери матрице симетричних компоненти импеданси

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_\mathrm{S} & \underline{Z}_\mathrm{M} & \underline{Z}_\mathrm{m} \\ \underline{Z}_\mathrm{m} & \underline{Z}_\mathrm{S} & \underline{Z}_\mathrm{M} \\ \underline{Z}_\mathrm{M} & \underline{Z}_\mathrm{m} & \underline{Z}_\mathrm{S} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_\mathrm{s} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_\mathrm{S} + \underline{Z}_\mathrm{M} + \underline{Z}_\mathrm{m} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_\mathrm{S} + \underline{a}^2\underline{Z}_\mathrm{M} + \underline{a}\underline{Z}_\mathrm{m} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_\mathrm{S} + \underline{a}\underline{Z}_\mathrm{M} + \underline{a}^2\underline{Z}_\mathrm{m} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_\mathrm{n} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n} \\ \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n} \\ \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_\mathrm{ns} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{Z}_\mathrm{n}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3\underline{Z}_\mathrm{n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Матричне једначине Y-Y кола преко симетричних компоненти

$$-(\mathbf{AU}_\mathrm{s})+\mathbf{Z}_\mathrm{v}(\mathbf{AI}_\mathrm{s})+(\mathbf{AU}_\mathrm{ps})+\begin{bmatrix}\underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n}\\ \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n}\\ \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n} & \underline{Z}_\mathrm{n}\end{bmatrix}(\mathbf{AI}_\mathrm{s})=\mathbf{O}$$

Лева и десна страна једначина се множе са инверзном матрицом

$$(\mathbf{AU}_\mathrm{s})+\mathbf{Z}_\mathrm{g}(\mathbf{AI}_\mathrm{s})=(\mathbf{AE}_\mathrm{s})$$

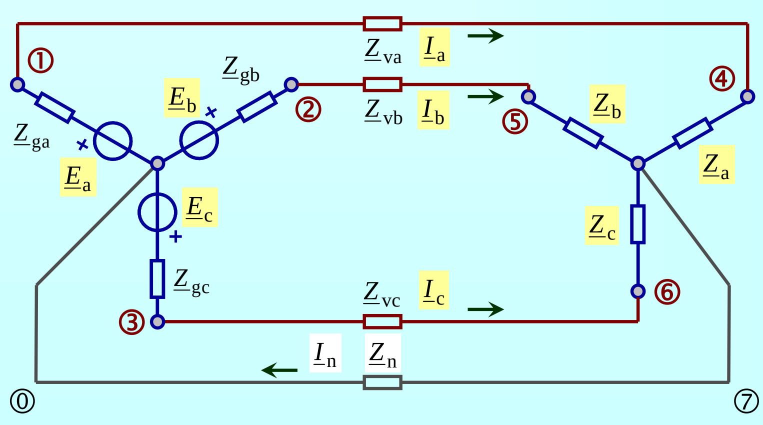
$$(\mathbf{AU}_\mathrm{ps})-\mathbf{Z}(\mathbf{AI}_\mathrm{s})=\mathbf{O}$$

$$\mathbf{A}^{-1}=\frac{1}{3}\mathbf{A}^{*}$$

$$-\mathbf{U}_\mathrm{s}+\mathbf{Z}_\mathrm{vs}\mathbf{I}_\mathrm{s}+\mathbf{U}_\mathrm{ps}+\begin{bmatrix}3\underline{Z}_\mathrm{n} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\mathbf{I}_\mathrm{s}=\mathbf{O}$$

$$\mathbf{U}_\mathrm{s}+\mathbf{Z}_\mathrm{gs}\mathbf{I}_\mathrm{s}=\mathbf{E}_\mathrm{s}$$

$$\mathbf{U}_\mathrm{ps}-\mathbf{Z}_\mathrm{s}\mathbf{I}_\mathrm{s}=\mathbf{O}$$



Распрезање трофазног кола по симетричним компонентама

- Посебан случај чине кола чији трофазни елементи имају **дијагоналну** матрицу симетричних компоненти импеданси
- Тада се једначине могу написати у скаларном облику тако да свака једначина зависи само од величина **једне** симетричне компоненте: коло се распреже по симетричним компонентама

Посебан случај

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{gs}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{\mathrm{g}0} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{\mathrm{g}1} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{\mathrm{g}2} \end{bmatrix}$$

Матрица симетричних компоненти импеданси трофазног **генератора**

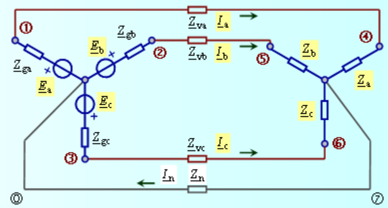
$$\mathbf{Z}_{\mathrm{s}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{0} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{1} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{2} \end{bmatrix}$$

Матрица симетричних компоненти импеданси трофазног **потрошача**

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{vs}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{\mathrm{v}0} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{\mathrm{v}1} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{\mathrm{v}2} \end{bmatrix}$$

Матрица симетричних компоненти импеданси трофазног енергетског **вода**

Распрезање Y-Y кола по симетричним компонентама



$$-\underline{U}_0+\underline{Z}_{\mathrm{v}0}\underline{I}_0+\underline{U}_{\mathrm{p}0}+\underline{Z}_{\mathrm{n}0}\underline{I}_0=0 \qquad \underline{Z}_{\mathrm{n}0}=3\underline{Z}_{\mathrm{n}}$$

$$\underline{U}_0+\underline{Z}_{\mathrm{g}0}\underline{I}_0=\underline{E}_0 \qquad \underline{U}_{\mathrm{p}0}-\underline{Z}_0\underline{I}_0=0$$

$$-\underline{U}_1+\underline{Z}_{\mathrm{v}1}\underline{I}_1+\underline{U}_{\mathrm{p}1}+\underline{Z}_{\mathrm{n}1}\underline{I}_1=0 \qquad \underline{Z}_{\mathrm{n}1}=0$$

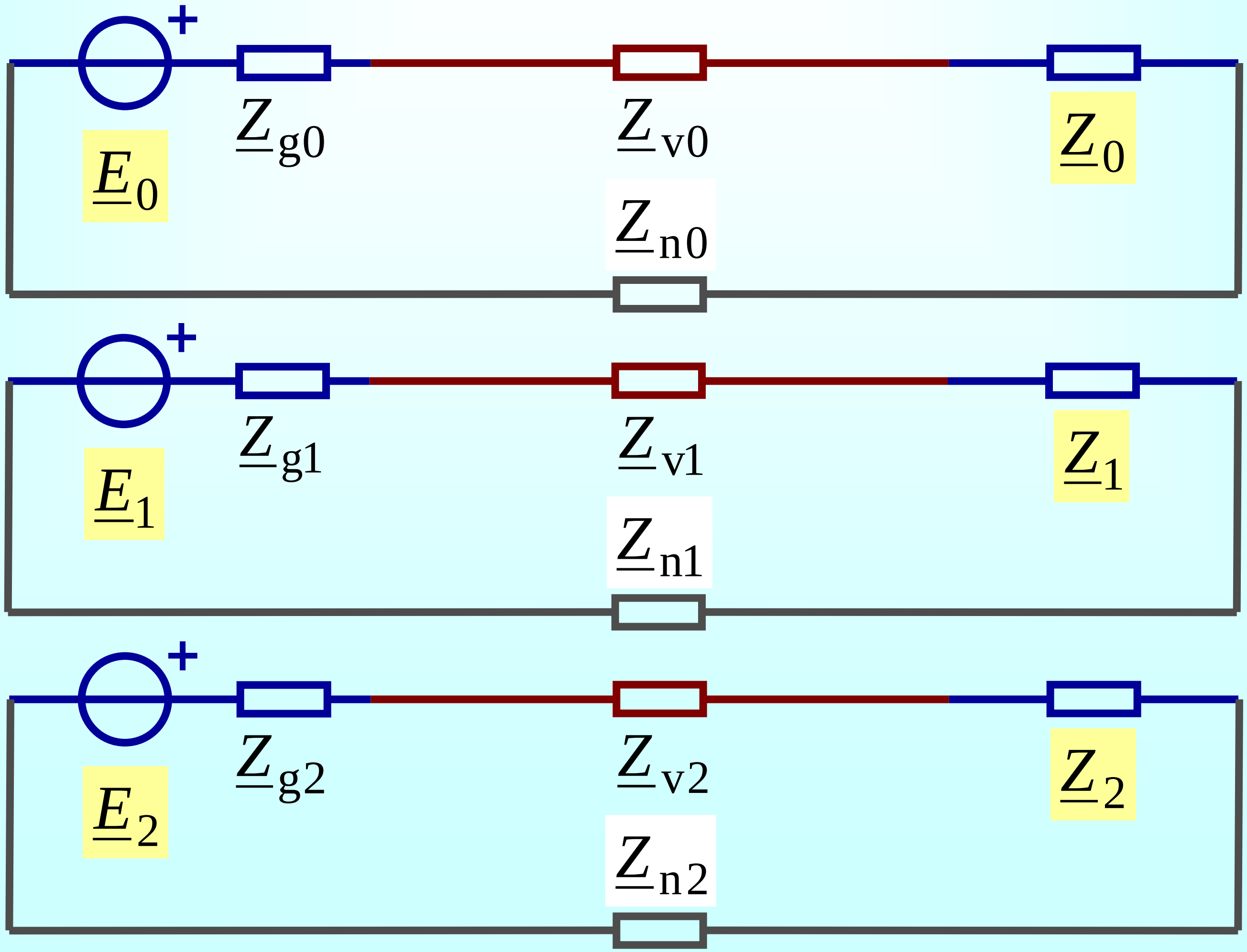
$$\underline{U}_1+\underline{Z}_{\mathrm{g}1}\underline{I}_1=\underline{E}_1 \qquad \underline{U}_{\mathrm{p}1}-\underline{Z}_1\underline{I}_1=0$$

$$-\underline{U}_2+\underline{Z}_{\mathrm{v}2}\underline{I}_2+\underline{U}_{\mathrm{p}2}+\underline{Z}_{\mathrm{n}2}\underline{I}_2=0 \qquad \underline{Z}_{\mathrm{n}2}=0$$

$$\underline{U}_2+\underline{Z}_{\mathrm{g}2}\underline{I}_2=\underline{E}_2 \qquad \underline{U}_{\mathrm{p}2}-\underline{Z}_2\underline{I}_2=0$$

За сваки подсистем од три једначине можемо нацртати заменску шему у којој се појављују величине само једне симетричне компоненте, нулте, или директне, или инверзне

Заменске шеме распрезања по симетричним компонентама



Компонентни системи

- Заменске шеме трофазног кола по симетричним компонентама називају се ***компонентни системи***
- Дефинишу се ***импедансе компонентних система*** као количници симетричних компоненти напона и струја
- Импедансе компонентних система се у пракси одређују **мерењем**

Снага 3Ф кола изражена преко симетричних компоненти

$$\underline{S} = \underline{U}_{\mathrm{a}}\underline{I}_{\mathrm{a}}^{*} + \underline{U}_{\mathrm{b}}\underline{I}_{\mathrm{b}}^{*} + \underline{U}_{\mathrm{c}}\underline{I}_{\mathrm{c}}^{*} = P + \mathrm{j}Q$$

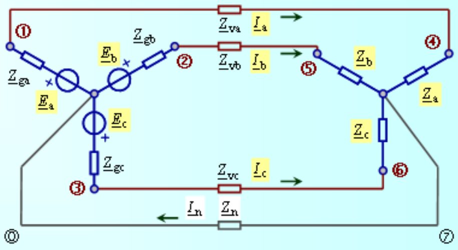
Напони и струје у једначини за снагу су фазни

$$\underline{S} = \mathbf{U}^{\mathrm{T}}\mathbf{I}^{*}$$

$$\underline{S} = (\mathbf{A}\mathbf{U}_{\mathrm{s}})^{\mathrm{T}}(\mathbf{A}\mathbf{I}_{\mathrm{s}})^{*}$$

$$\underline{S} = \mathbf{U}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}^{*}\mathbf{I}_{\mathrm{s}}^{*}$$

$$\boxed{\underline{S} = 3\mathbf{U}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{T}}\mathbf{I}_{\mathrm{s}}^{*}}$$



$$\underline{S} = 3\underline{U}_{0}\underline{I}_{0}^{*} + 3\underline{U}_{1}\underline{I}_{1}^{*} + 3\underline{U}_{2}\underline{I}_{2}^{*}$$

Кварови у 3Ф колима

- Кварови у трофазним колима су изразите **несиметрије** трофазних елемената
- Кварови настају услед елементарних непогода (ветрови, поплаве, хладноће, ...)
- Кварови се јављају и као последица промена својстава уређаја услед хабања, неправилне употребе, или старења

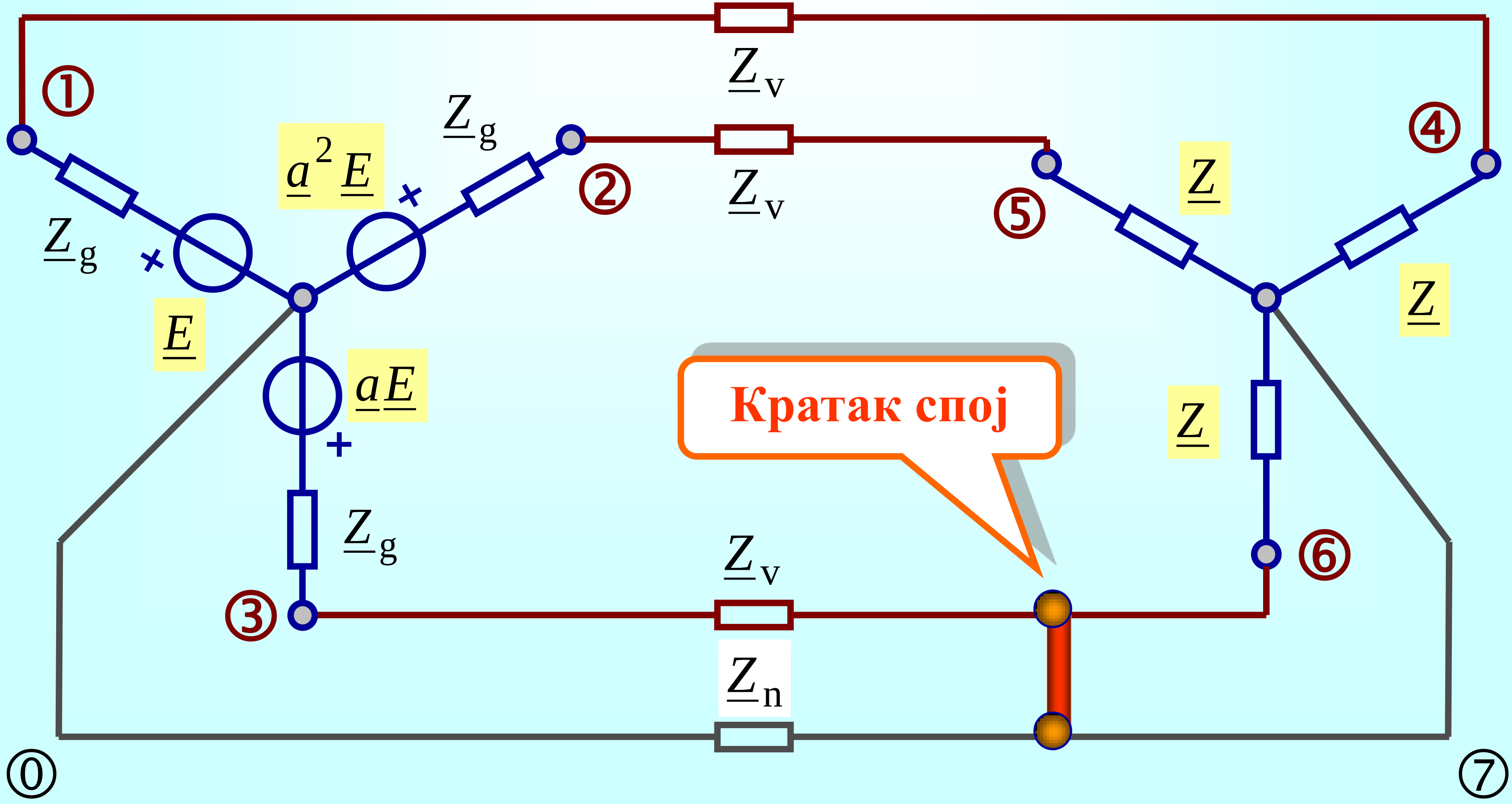
Врсте кварова

- Потпуни **кратак спој** проводника: фазе и нуле (најчешће), две фазе, три фазе
- Делимичан кратак спој проводника
- Потпуни **прекид** једног или више проводника
- Комбиновани квар: и кратки спојеви и прекиди проводника

Анализа кварова

- Кварови се прегледно могу анализирати помоћу **симетричних компоненти**
- Посебно се анализирају идеализовани кварови, на пример идеалан кратак спој фазног проводника и нултог проводника, при чему се сматра да су **остали** трофазни елементи, укључујући и трофазне генераторе, **симетрични**

Пример квара: споја фаза-нула



Питања

- Како гласи матрица симетричних компоненти импеданси пријемника чија је матрица импеданси циклично симетрична?

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{\mathrm{S}} & \underline{Z}_{\mathrm{M}} & \underline{Z}_{\mathrm{m}} \\ \underline{Z}_{\mathrm{m}} & \underline{Z}_{\mathrm{S}} & \underline{Z}_{\mathrm{M}} \\ \underline{Z}_{\mathrm{M}} & \underline{Z}_{\mathrm{m}} & \underline{Z}_{\mathrm{S}} \end{bmatrix}$$

Питања

(5) Симетричан трофазни потрошач је повезан у звезду чији делови имају импедансу $\underline{Z}$. Како гласи матрица симетричних компоненти импеданси потрошача?

(5) Резитиван симетричан трофазни потрошач је повезан у звезду чији делови имају импедансу R . Како гласи матрица симетричних компоненти импеданси потрошача?

Задатак (1)

У трофазном електричном колу је дошло до квара и измерен је трофазни систем струја

$$\underline{I}_{\mathrm{a}} = 150\,\mathrm{A}\angle 45°,\ \underline{I}_{\mathrm{b}} = 250\,\mathrm{A}\angle 150°,\ \underline{I}_{\mathrm{c}} = 100\,\mathrm{A}\angle 300°.$$

(а) Одредити симетричне компоненте трофазног система струја.

(б) Нацртати фазорски дијаграм симетричних компоненти.

(в) Одредити тренутне вредности симетричних компоненти.

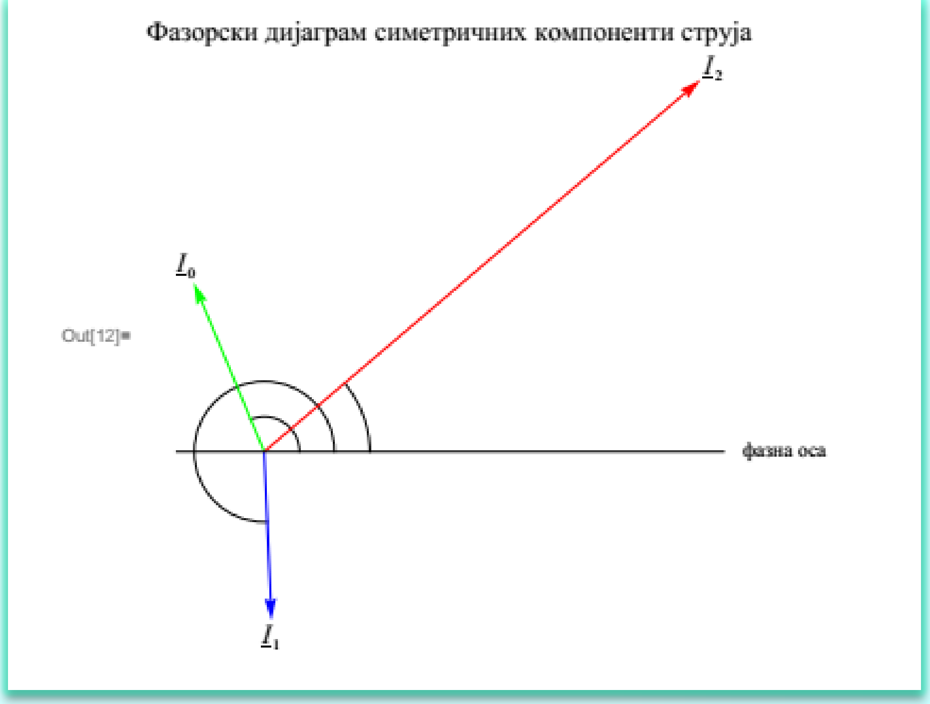
Учестаност је $f = 50\,\mathrm{Hz}$.

Симетричне компоненте трофазног система струја

$$\mathbf{I}_{\mathrm{abc}} = \begin{bmatrix} 150\,\mathrm{e}^{j45^\circ} \\ 250\,\mathrm{e}^{j150^\circ} \\ 100\,\mathrm{e}^{j300^\circ} \end{bmatrix}$$

$$\underline{a} = \mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}j}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^{-1} & \underline{a}^{-2} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{I}_{012} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{I}_{\mathrm{abc}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^{-1} & \underline{a}^{-2} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 150\,\mathrm{e}^{j45^\circ} \\ 250\,\mathrm{e}^{j150^\circ} \\ 100\,\mathrm{e}^{j300^\circ} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_{012} = \begin{pmatrix} 52.1991\angle 112.703^\circ \\ 48.0206\angle -87.5867^\circ \\ 163.205\angle 40.4521^\circ \end{pmatrix}$$

Тренутне вредности симетричних компоненти

$$\mathbf{I}_{012} = \begin{pmatrix} 52.1991\angle 112.703\,° \\ 48.0206\angle -87.5867\,° \\ 163.205\angle 40.4521\,° \end{pmatrix}$$

$$f = 50\,\mathrm{Hz}$$

$$i_0(t) = 52.199\sqrt{2}\cos(2\pi f t + 112.703^\circ)$$

$$i_1(t) = 48.0206\sqrt{2}\cos(2\pi f t - 87.5867^\circ)$$

$$i_2(t) = 163.205\sqrt{2}\cos(2\pi f t + 40.4521^\circ)$$

Задатак (2)

Вредности елемената трофазног електричног кола са слике су познате. Трофазни потрошач је повезан у троугао, а чине га отпорник, кондензатор и калем чији су параметри повезани изразима

$$C = \frac{1}{\sqrt{3}R\omega},\ L = \frac{\sqrt{3}R}{\omega}.$$

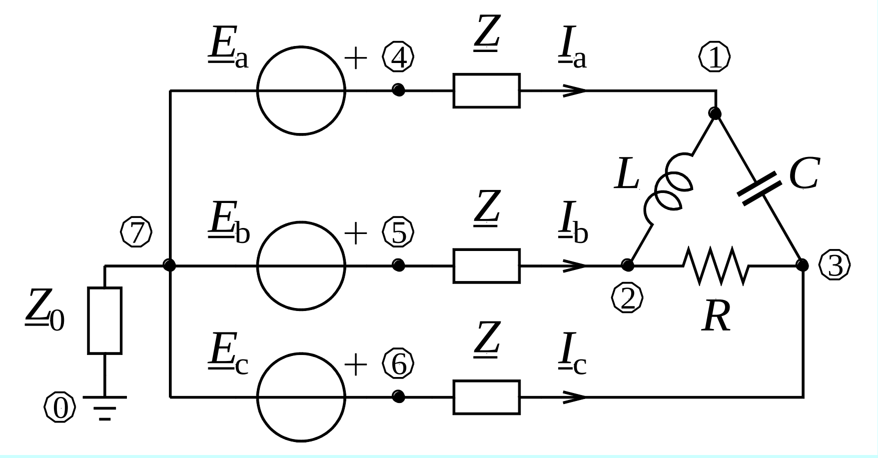
Симетричан трофазни генератор је повезан у звезду, а његови напони чине директан симетричан трофазни систем напона $\{e_\mathrm{a}, e_\mathrm{b}, e_\mathrm{c}\}$ и $e_\mathrm{a}(t) = \sqrt{2}E\cos(\omega t + \theta)$.

Одредити

(5) симетричне компоненте трофазног система напона генератора,

(5) симетричне компоненте трофазног система линијских струја, и

(5) реактивну снагу потрошача.



Симетричне компоненте трофазног система напона генератора

$$C = \frac{1}{\sqrt{3}R\omega}$$

$$L = \frac{\sqrt{3}R}{\omega}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{a}}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{b}} = \underline{E}_{\mathrm{a}} \mathrm{e}^{-\frac{2\pi}{3}j}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{c}} = \underline{E}_{\mathrm{a}} \mathrm{e}^{-\frac{4\pi}{3}j}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^{-1} & \underline{a}^{-2} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^{2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{a} = \mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}j}$$

$$\mathbf{E}_{012} = \mathbf{A}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{E}_{\mathrm{a}} \\ \underline{E}_{\mathrm{b}} \\ \underline{E}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^{-1} & \underline{a}^{-2} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^{2} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{E}_{\mathrm{a}} \\ \underline{E}_{\mathrm{b}} \\ \underline{E}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}_{012} = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{E}_{\mathrm{a}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Симетричне компоненте трофазног система линијских струја

$$-\underline{I}_\mathrm{a}+\frac{\underline{E}_\mathrm{a}-\underline{V}_1}{\underline{Z}}=0$$

$$-\underline{I}_\mathrm{b}+\frac{\underline{E}_\mathrm{b}-\underline{V}_2}{\underline{Z}}=0$$

$$-\underline{I}_\mathrm{c}+\frac{\underline{E}_\mathrm{c}-\underline{V}_3}{\underline{Z}}=0$$

$$-\underline{I}_\mathrm{a}+\frac{\underline{V}_1-\underline{V}_2}{\mathrm{j}\omega L}+\mathrm{j}\omega C\left(\underline{V}_1-\underline{V}_3\right)=0$$

$$-\underline{I}_\mathrm{b}+\frac{\underline{V}_2-\underline{V}_1}{\mathrm{j}\omega L}+\frac{\underline{V}_2-\underline{V}_3}{R}=0$$

$$-\underline{I}_\mathrm{c}+\frac{\underline{V}_3-\underline{V}_2}{R}+\mathrm{j}\omega C\left(\underline{V}_3-\underline{V}_1\right)=0$$

$$\mathbf{I}_\mathrm{abc}=\begin{bmatrix}\underline{I}_\mathrm{a}\\ \underline{I}_\mathrm{b}\\ \underline{I}_\mathrm{c}\end{bmatrix}$$

$$\underline{I}_\mathrm{a}=\frac{\underline{E}_\mathrm{a}}{R+\underline{Z}}\qquad \underline{V}_1=\frac{\underline{E}_\mathrm{a}R}{R+\underline{Z}}$$

$$\underline{I}_\mathrm{b}=-\frac{(-1)^{1/3}\underline{E}_\mathrm{a}}{R+\underline{Z}}\qquad \underline{V}_2=-\frac{(-1)^{1/3}\underline{E}_\mathrm{a}R}{R+\underline{Z}}$$

$$\underline{I}_\mathrm{c}=\frac{\mathrm{j}\left(\mathrm{j}+\sqrt{3}\right)\underline{E}_\mathrm{a}}{2\left(R+\underline{Z}\right)}\qquad \underline{V}_3=\frac{(-1)^{2/3}\underline{E}_\mathrm{a}R}{R+\underline{Z}}$$

$$\mathbf{I}_{012}=\mathbf{A}^{-1}\mathbf{I}_\mathrm{abc}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & \underline{a}^{-1} & \underline{a}^{-2}\\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^{2}\end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix}\underline{I}_\mathrm{a}\\ \underline{I}_\mathrm{b}\\ \underline{I}_\mathrm{c}\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_{012}=\begin{pmatrix}0\\ \frac{\underline{E}_\mathrm{a}}{R+\underline{Z}}\\ 0\end{pmatrix}$$

Реактивна снага потрошача

$$\underline{E}_{\mathrm{a}} = E_{\mathrm{a}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}$$
$$\underline{Z} = R_{\mathrm{lin}} + \mathrm{j}X_{\mathrm{lin}}$$

$$\underline{S} = \frac{\left|\underline{V}_1 - \underline{V}_2\right|^2}{(\mathrm{j}\omega L)^*} + \frac{\left|\underline{V}_2 - \underline{V}_3\right|^2}{(R)^*} + \frac{\left|\underline{V}_3 - \underline{V}_1\right|^2}{\left(\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)^*} = \frac{3E_{\mathrm{a}}^2 R}{\left|\mathrm{R} + \mathrm{R}_{\mathrm{lin}} + \mathrm{j}X_{\mathrm{lin}}\right|^2}$$

$$\underline{S} = P + \mathrm{j}Q$$

$$P = \frac{3E_{\mathrm{a}}^2 R}{(\mathrm{R} + \mathrm{R}_{\mathrm{lin}})^2 + X_{\mathrm{lin}}^2}$$

$$Q = 0$$

$$\boxed{Q = 0}$$

Задатак (3)

У трофазном електричном колу је дошло до квара и одређене су симетричне компоненте трофазног система струја

$\underline{I}_0 = 52\,\mathrm{A}\angle 112°$, $\underline{I}_1 = 48\,\mathrm{A}\angle -88°$, $\underline{I}_2 = 163\,\mathrm{A}\angle 40°$.

(а) Одредити трофазни систем струја.

(б) Нацртати фазорски дијаграм трофазног система струја.

(в) Одредити тренутне вредности трофазног система струја.

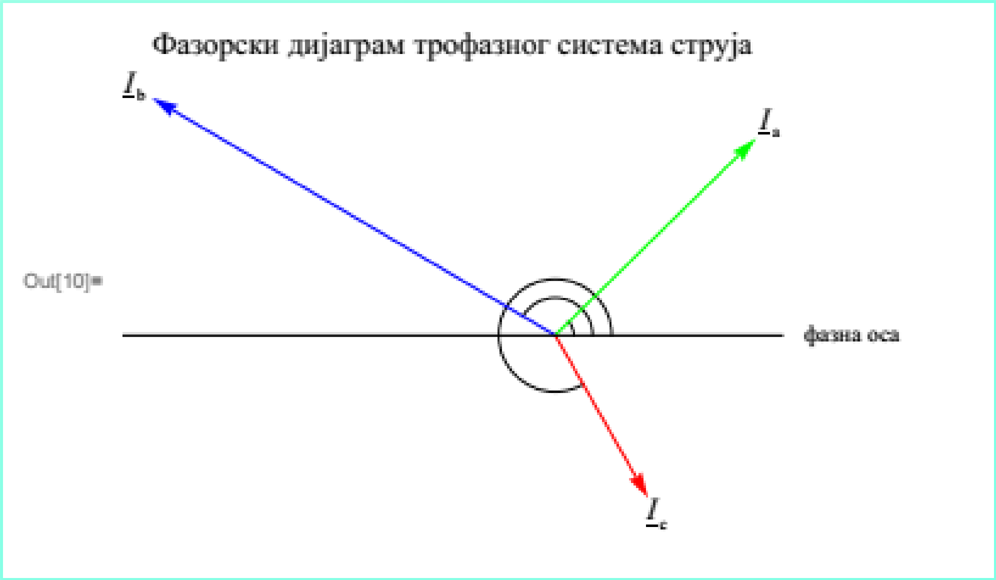
Учестаност је $f = 50\,\mathrm{Hz}$.

Трофазни систем струја

$$\mathbf{I}_{012} = \begin{bmatrix} 52\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}112^\circ} \\ 48\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}88^\circ} \\ 163\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}40^\circ} \end{bmatrix}$$

$$\underline{a} = \mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}j}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^{-1} & \underline{a}^{-2} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^{2} \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{I_{abc}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{I_{012}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^{-1} & \underline{a}^{-2} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 52\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}112^\circ} \\ 48\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}88^\circ} \\ 163\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}40^\circ} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_{\mathrm{abc}} = \begin{pmatrix} 149.969\angle 44.4479^\circ \\ 249.479\angle 149.533^\circ \\ 100.002\angle -60.3103^\circ \end{pmatrix}$$

Тренутне вредности трофазног система струја

$$\mathbf{I}_{\mathrm{abc}} = \begin{pmatrix} 149.969\angle 44.4479\,^\circ \\ 249.479\angle 149.533\,^\circ \\ 100.002\angle -60.3103\,^\circ \end{pmatrix}$$

$$f = 50\,\mathrm{Hz}$$

$$i_{\mathrm{a}}(t) = 149.969\sqrt{2}\cos(2\pi f t + 44.4479^\circ)$$

$$i_{\mathrm{b}}(t) = 249.479\sqrt{2}\cos(2\pi f t + 149.533^\circ)$$

$$i_{\mathrm{c}}(t) = 100.002\sqrt{2}\cos(2\pi f t - 60.3103^\circ)$$

Задатак (4)

Вредности елемената трофазног електричног кола са слике су познате.

Трофазни потрошач је повезан у звезду, а чине га три спрегнута калема сопствених индуктивности L и међусобних индуктивности M.

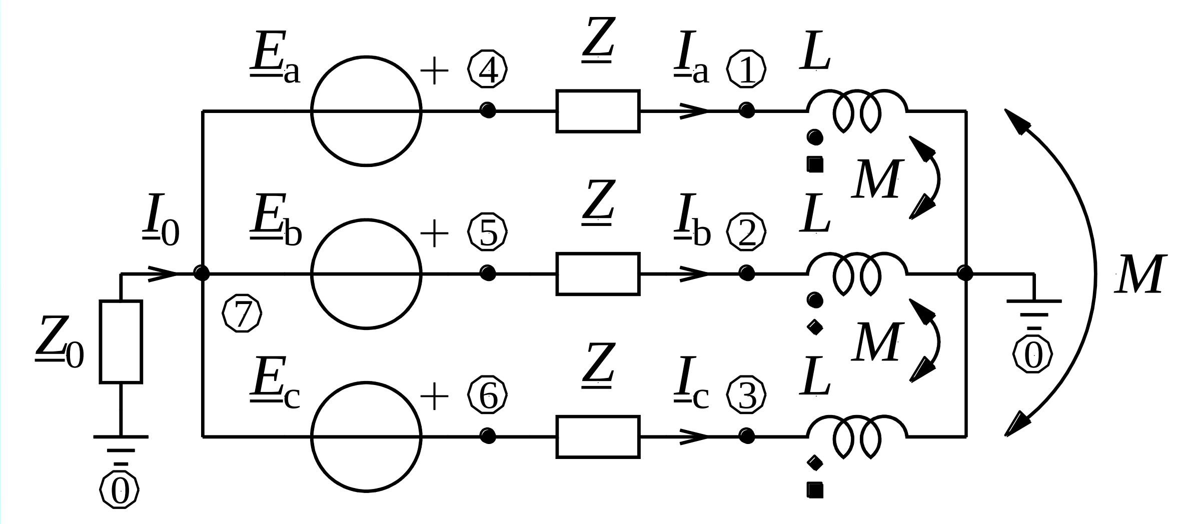
Симетричан трофазни генератор је повезан у звезду, а његови напони чине инверзан симетричан трофазни систем напона $\{e_{\mathrm{a}}, e_{\mathrm{b}}, e_{\mathrm{c}}\}$ и $e_{\mathrm{a}} = \sqrt{2}E\cos(\omega t + \theta)$.

Одредити

(5) симетричне компоненте трофазног система напона генератора,

(5) симетричне компоненте трофазног система линијских струја, и

(5) симетричне компоненте импеданси потрошача.



Симетричне компоненте трофазног система напона генератора

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^{-1} & \underline{a}^{-2} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^{2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{a} = \mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}j}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{a}}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{b}} = \underline{E}_{\mathrm{a}} \mathrm{e}^{\frac{2\pi}{3}\mathrm{j}}$$

$$\underline{E}_{\mathrm{c}} = \underline{E}_{\mathrm{a}} \mathrm{e}^{\frac{4\pi}{3}\mathrm{j}}$$

$$\mathbf{E}_{012} = \mathbf{A}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{E}_{\mathrm{a}} \\ \underline{E}_{\mathrm{b}} \\ \underline{E}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^{-1} & \underline{a}^{-2} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^{2} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{E}_{\mathrm{a}} \\ \underline{E}_{\mathrm{b}} \\ \underline{E}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\mathbf{E}_{012} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{E}_{\mathrm{a}} \end{pmatrix}}$$

Једначине... Линијске струје...

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c$$

$$\underline{E}_a = \underline{Z}\,\underline{I}_a + \underline{U}_1 + \underline{Z}_0\underline{I}_0$$

$$\underline{E}_b = \underline{Z}\,\underline{I}_b + \underline{U}_2 + \underline{Z}_0\underline{I}_0$$

$$\underline{E}_c = \underline{Z}\,\underline{I}_c + \underline{U}_3 + \underline{Z}_0\underline{I}_0$$

$$\underline{U}_1 = \mathrm{j}\omega L\underline{I}_a + \mathrm{j}\omega M\,\underline{I}_b + \mathrm{j}\omega M\,\underline{I}_c$$

$$\underline{U}_2 = \mathrm{j}\omega M\,\underline{I}_a + \mathrm{j}\omega L\underline{I}_b + \mathrm{j}\omega M\,\underline{I}_c$$

$$\underline{U}_3 = \mathrm{j}\omega M\,\underline{I}_a + \mathrm{j}\omega M\,\underline{I}_b + \mathrm{j}\omega L\underline{I}_c$$

$$\Rightarrow$$

$$\underline{I}_0 = 0$$

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{E}_a}{\underline{Z} + \mathrm{j}(L-M)\omega}$$

$$\underline{I}_b = \frac{\mathrm{j}\left(\mathrm{j}+\sqrt{3}\right)\underline{E}_a}{2\left(\underline{Z} + \mathrm{j}(L-M)\omega\right)}$$

$$\underline{I}_c = -\frac{(-1)^{1/3}\,\underline{E}_a}{\underline{Z} + \mathrm{j}(L-M)\omega}$$

$$\underline{U}_1 = \frac{\underline{E}_a(L-M)\omega}{-\mathrm{j}\underline{Z} + (L-M)\omega}$$

$$\underline{U}_2 = \frac{\mathrm{j}\left(\mathrm{j}+\sqrt{3}\right)\underline{E}_a(L-M)\omega}{-2\mathrm{j}\underline{Z} + 2(L-M)\omega}$$

$$\underline{U}_3 = -\frac{(-1)^{1/3}\,\underline{E}_a(L-M)\omega}{-\mathrm{j}\underline{Z} + (L-M)\omega}$$

Симетричне компоненте трофазног система линијских струја

$$\mathbf{I}_{\mathbf{abc}} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{a}} \\ \underline{I}_{\mathrm{b}} \\ \underline{I}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\underline{E}_{\mathrm{a}}}{\underline{Z} + \mathrm{j}(L-M)\omega} \\ \dfrac{\mathrm{j}\left(\mathrm{j}+\sqrt{3}\right)\underline{E}_{\mathrm{a}}}{2\left(\underline{Z} + \mathrm{j}(L-M)\omega\right)} \\ -\dfrac{(-1)^{1/3}\,\underline{E}_{\mathrm{a}}}{\underline{Z} + \mathrm{j}(L-M)\omega} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_{\mathbf{012}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{I}_{\mathbf{abc}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^{-1} & \underline{a}^{-2} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^{2} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{a}} \\ \underline{I}_{\mathrm{b}} \\ \underline{I}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_{012} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{\underline{E}_{\mathrm{a}}}{i\,(L-M)\,\omega+\underline{Z}} \end{pmatrix}$$

Симетричне компоненте импеданси потрошача

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathrm{j}\omega L & \mathrm{j}\omega M & \mathrm{j}\omega M \\ \mathrm{j}\omega M & \mathrm{j}\omega L & \mathrm{j}\omega M \\ \mathrm{j}\omega M & \mathrm{j}\omega M & \mathrm{j}\omega L \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{s}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{Z}\mathbf{A}$$

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{s}} = \begin{pmatrix} i\,(L+2\,M)\,\omega & 0 & 0 \\ 0 & i\,(L-M)\,\omega & 0 \\ 0 & 0 & i\,(L-M)\,\omega \end{pmatrix}$$