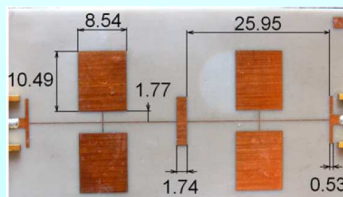
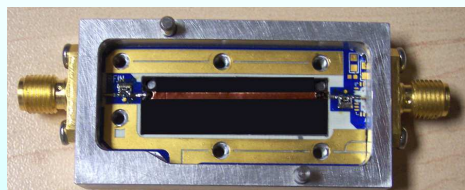
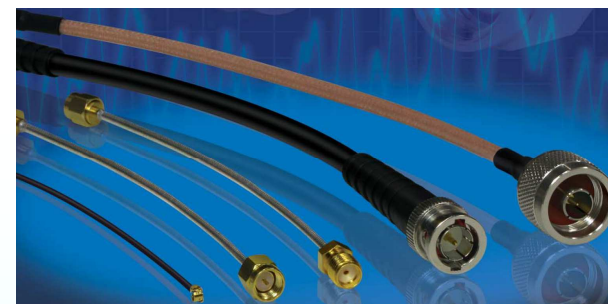
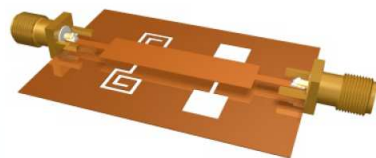
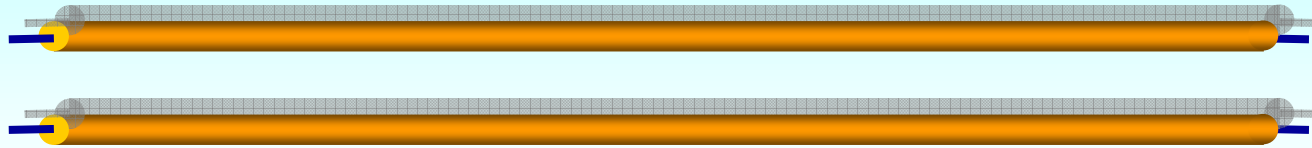




Теорија електричних кола



Дејан Тошић

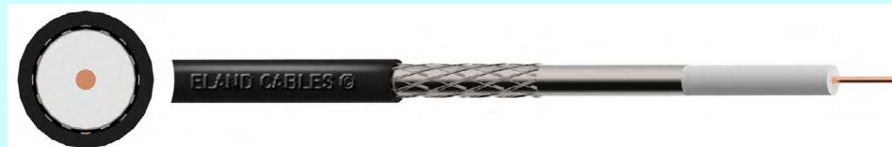


Водови

временски непроменљиви
линеарни, са устаљеним
простопериодичним одзивом

Шта је вод?

- **Вод** је електромагнетски систем, сачињен од проводника и диелектрика, којим се преноси електрична енергија или поруке (информације).
- Посматраћемо вод од **два** проводника који се паралелно протежу једној оси (**z-оси**).
- Сматраћемо да су губици енергије у воду врло **мали** или практично занемарљиви.
- **Пресек** на воду (попречни пресек) је раван управна на правац протезања проводника.
- Вод је **униформан** ако у сваком пресеку има исти облик – исту геометрију (конструкцију).

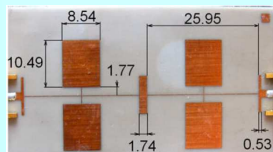




Која је практична примена водова?



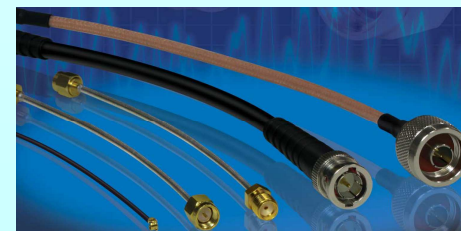
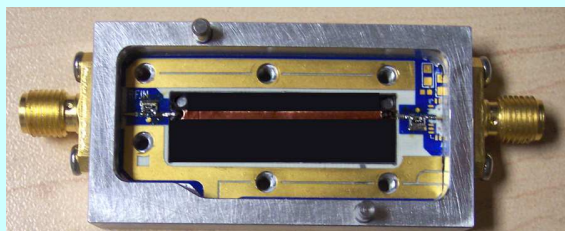
- Пренос **електричне енергије**, једини исплатив начин када су у питању велике снаге, може бити надземни и подземни(водни).
- Пренос **телекомуникационих сигнала**, на пример, телефоније.
- Пренос **видео сигнала**, на пример, у системима кабловске телевизије, у ТВ студијама, код видео надзора.
- Пренос **података и сигнала управљања**, на пример, у сензорским мрежама и паметним кућама, у индустријским системима.
- Интернет и **рачунарске мреже**, на пример, IPTV, LAN.
- **Повезивање уређаја**, на пример, телефона, таблета, преносних рачунара, мултимедијалних уређаја, камера, мерне опреме.
- Матичне плоче рачунара и друге **штампане плоче**, на пример, повезивање чипова и модула, повезивање антена.
- **Прављење електричних кола** за високе учестаности, на пример, у WLAN и GPS подсистемима мобилних телефона и таблета.



Водови су неизоставни у свим савременим војно-безбедносним системима!

Неке посебности водова са гледишта практичне примене

- Подземни водови могу бити подеснији у подручјима где су неповољни климатски услови, на пример, ветар.
- Водови, по правилу, стварају знатно мање сметње и нежељена зрачења у околини у односу на бежично повезивање.
- Пренос порука и података водовима је, по правилу, сигурнији и безбеднији од бежичног.



ХОМОГЕН ВОД

- **Хомоген вод** је вод који чине хомогени материјали, проводници и диелектрици.
- Сматраћемо да вектори електричног и магнетског поља имају, практично, само компоненте у равни управној на правац протезања проводника (жаргон: **ТЕМ вод**).
- Сматраћемо да су водови начињени од **линеарних** хомогених скоро савршених проводника и диелектрика.
- Проучаваћемо најједноставнију апстракцију вода.
- Подразумеваћемо да су водови (проводници и диелектрици) **временски непроменљиви**.



Расподељеност параметара

- Претходно уведени електрични елементи су били **концентрисани** електрични елементи (елек. елементи са концентрисаним параметрима).
- Када се посматрају енергетски водови и далеководи, или телекомуникациони водови, електромагнетске, и друге, појаве и процеси постоје на сваком делу вода: **расподељени** су целом дужином вода.
- Коначна **брзина простирања** електромагнетских таласа треба да се узме у обзир за тачније описивање веза напона и струја на воду.
- Вод је **расподељен електрични елемент** (елек. елемент са расподељеним параметрима).





ДВОЖИЧНИ ВОД

- За основну теорију водова посматраћемо **двожични вод** са цилиндричним проводницима.
- Двожични вод се, на пример, користи у моделовању **симетричног трофазног енергетског вода** и одговарајућих једнофазних (монофазних) шема.
- Претпоставићемо да су параметри вода **равномерно расподељени** целом дужином вода.
- Вод ћемо поделити на веома **кратке одсечке** (секције) које можемо представити концентрисаним елементима.
- За одсечак вода ћемо поставити једначине Кирховофих закона и из њих **извести једначине вода**.

Примарни параметри двожичног ВОДА

$$R' = \frac{\rho}{A}$$

Подужна отпорност вода је **приближно** количник специфичне отпорности проводника и површине попречног пресека проводника. За тачније вредности треба узети у обзир **скин ефекат**, **ефекат блискости** проводника и обраду површине проводника, на пример, **храпавост** проводника. Зависи од радне учестаности.

$$L' = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{d}{r}, \quad \mu \cong \mu_0$$

Подужна индуктивност вода је **приближно** дата наведеним изразом, d је растојање између проводника а r је полупречник цилиндричног проводника. μ је пермеабилност диелектрика.

$$C' = \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{d}{r}}, \quad \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

Подужна капацитивност вода је **приближно** дата наведеним изразом, d је растојање између проводника а r је полупречник цилиндричног проводника. ϵ је пермитивност диелектрика.

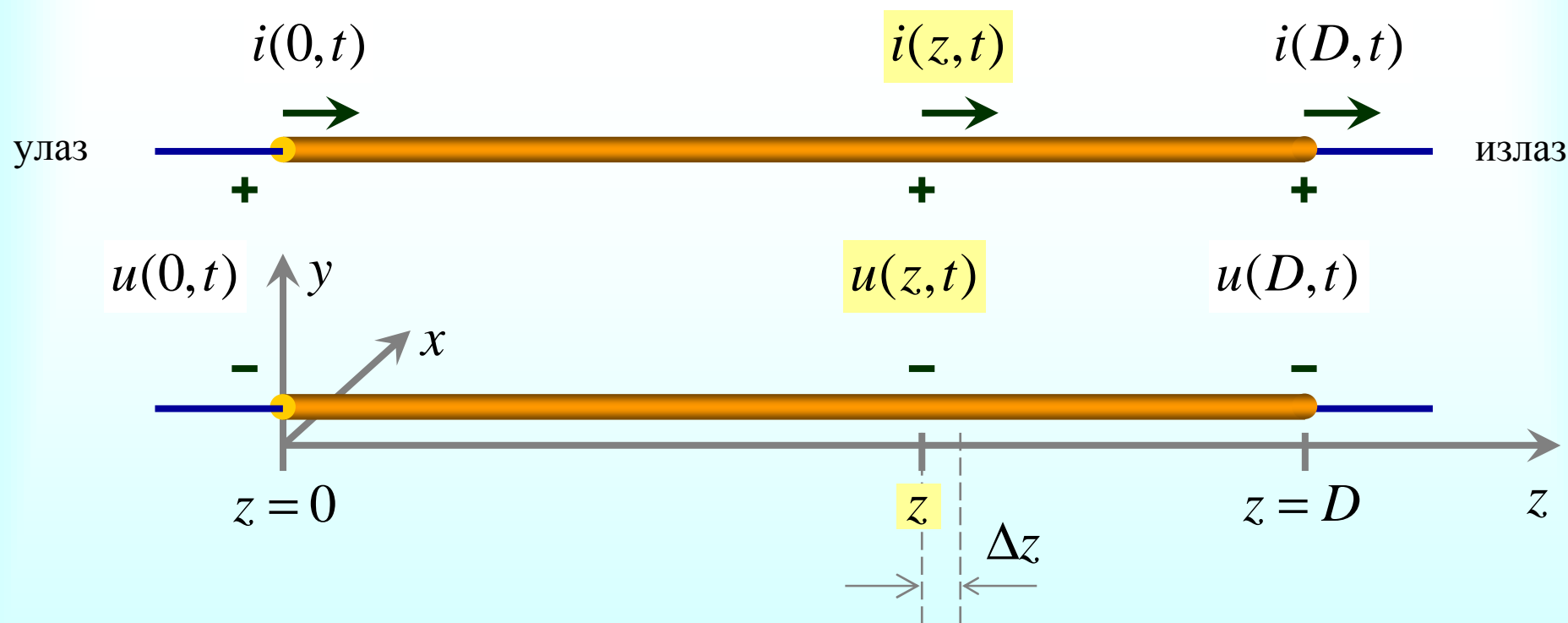
$$G' = \frac{\sigma}{\epsilon} C'$$

Подужна проводност вода је **приближно** дата наведеним изразом, ϵ је пермитивност диелектрика а σ је специфична проводност диелектрика. За енергетске водове се често одређује огледом јер зависи од **изолатора** и **короне** на које утичу метеоролошки услови.

$$G' = \omega \tan(\delta) C'$$

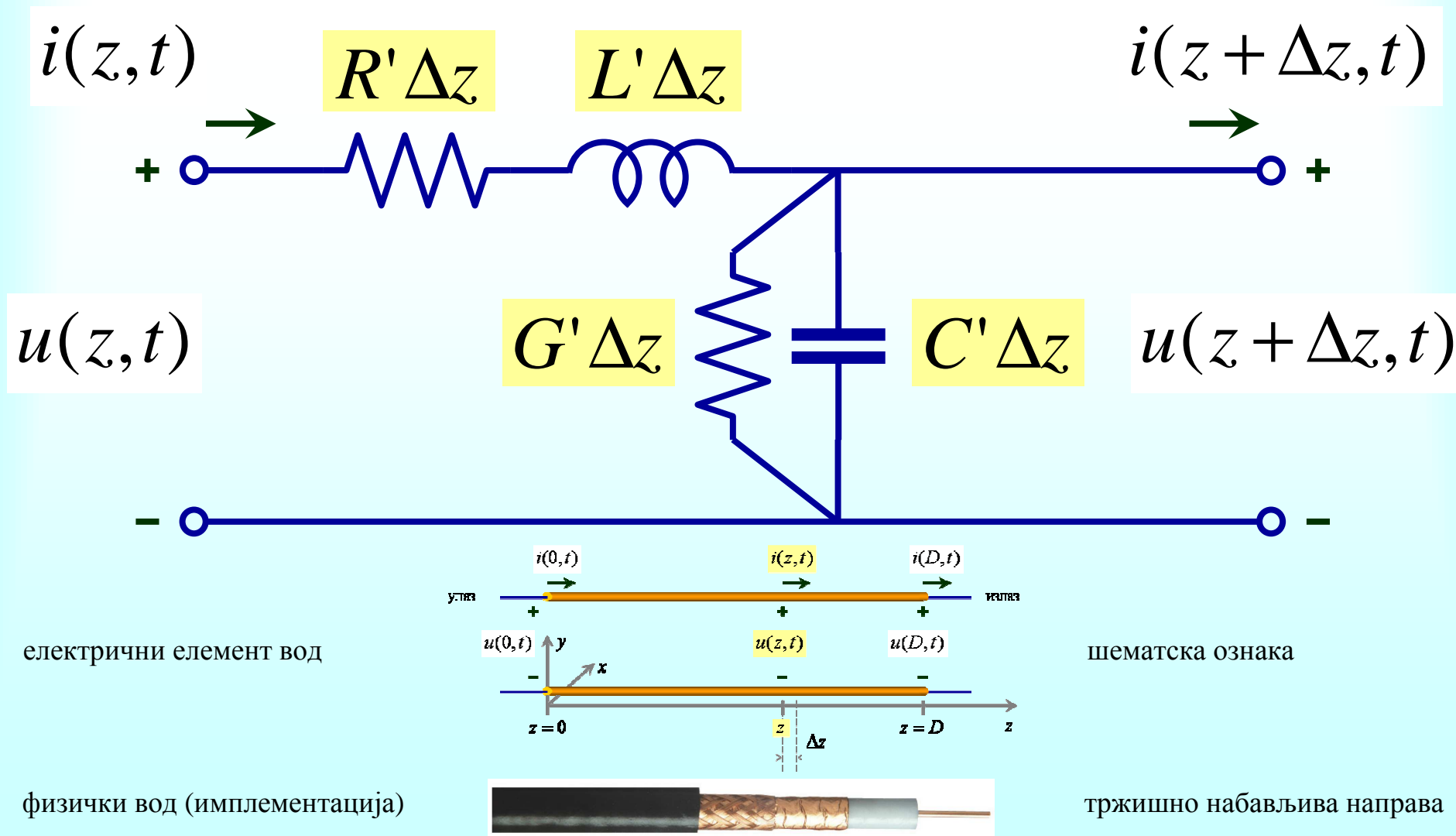
Подужна проводност вода се **приближно** може одредити за дату радну угаону учестаност и параметар диелектрика $\tan(\delta)$, који се назива **тангенс угла губитака**.

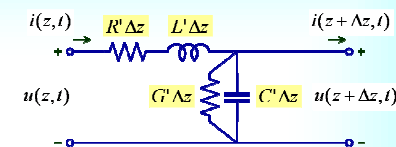
Шематска представа вода



Основни параметри вода су **подужна отпорност, R'** , **подужна индуктивност, L'** , **подужна капацитивност, C'** , и **подужна проводност, G'** , и зову се *примарни параметри*.

Модел кратког одсечка вода





Једначине одсечка вода дужине Δz

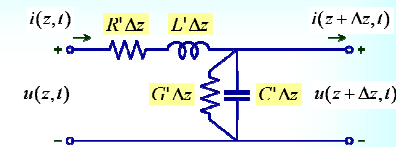
$$u(z, t) = R' \Delta z i(z, t) + L' \Delta z \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} + u(z + \Delta z, t)$$

$$i(z, t) = G' \Delta z u(z + \Delta z, t) + C' \Delta z \frac{\partial u(z + \Delta z, t)}{\partial t} + i(z + \Delta z, t)$$

$$-\frac{u(z + \Delta z, t) - u(z, t)}{\Delta z} = R' i(z, t) + L' \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$

$$\Delta z \rightarrow 0$$

$$-\frac{i(z + \Delta z, t) - i(z, t)}{\Delta z} = G' u(z + \Delta z, t) + C' \frac{\partial u(z + \Delta z, t)}{\partial t}$$



Једначине телеграфичара

$$-\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = R' i(z,t) + L' \frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = G' u(z,t) + C' \frac{\partial u(z,t)}{\partial t}$$

Дуж вода се простире
талас напона и струје

Таласне једначине
напона и струје

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = G' R' u(z,t) + (C' R' + G' L') \frac{\partial u(z,t)}{\partial t} + C' L' \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z^2} = G' R' i(z,t) + (C' R' + G' L') \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} + C' L' \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial t^2}$$

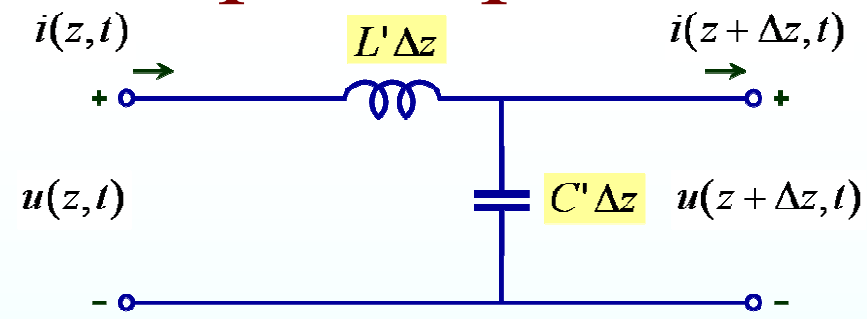
Идеалан вод: нема губитака, константни параметри

$$-\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = L' \frac{\partial i(z,t)}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = C' \frac{\partial u(z,t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = C' L' \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z^2} = C' L' \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial t^2}$$



Брзина простирања

$$v = \frac{1}{\sqrt{C' L'}}$$

Карактеристична импеданса

$$Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

$$u(z,t) = F_1(t - z/v) + F_2(t + z/v)$$

$$i(z,t) = \frac{1}{Z_c} F_1(t - z/v) - \frac{1}{Z_c} F_2(t + z/v)$$

Опште решење

Подужно кашњење

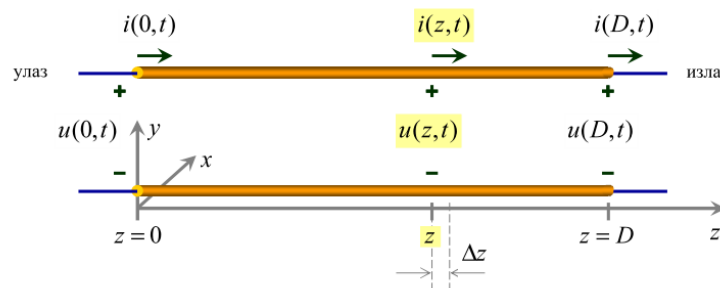
Идеалан вод је униформан вод без губитака са хомогеним диелектриком и савршеним проводником на коме се простире трансверзалан електромагнетски (ТЕМ) талас.

Једначине телеграфичара идеалног вода су

$$\left\{ -\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = L' \frac{\partial i(z,t)}{\partial t}, -\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = C' \frac{\partial u(z,t)}{\partial t} \right\}$$

а његове **таласне једначине** напона и струје гласе

$$\left\{ \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = C'L' \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z^2} = C'L' \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial t^2} \right\}.$$



Производ $C'L'$ је подесно изразити преко **подужног кашњења** вода $T' = \sqrt{C'L'}$.

Применом *Лапласове трансформације*, сматрајући да **нема** почетне енергије, добијају се **комплексне једначине телеграфичара**

$$\left\{ -\frac{d\underline{U}(z)}{dz} = \underline{s} L' \underline{I}(z), -\frac{d\underline{I}(z)}{dz} = \underline{s} C' \underline{U}(z) \right\}$$

и **комплексне таласне једначине**

$$\left\{ \frac{d^2 \underline{U}(z)}{dz^2} = (\underline{s} T')^2 \underline{U}(z), \frac{d^2 \underline{I}(z)}{dz^2} = (\underline{s} T')^2 \underline{I}(z) \right\}.$$

Опште решење у области ЛТ

Решавањем обичне хомогене линеарне диференцијалне једначине другог реда са константним коефицијентима добија се **опште решење** за комплексан напон и комплексну струју вода у пресеку на координати z :

$$\underline{w}^2 = (\underline{s}T')^2, \quad \underline{w}_1 = -\underline{s}T', \quad \underline{w}_2 = \underline{s}T'$$

$$\{ \underline{U}(z) = \underline{A}_1 e^{\underline{w}_1 z} + \underline{A}_2 e^{\underline{w}_2 z}, \quad -\frac{d\underline{U}(z)}{dz} = \underline{s}L'I(z) \}$$

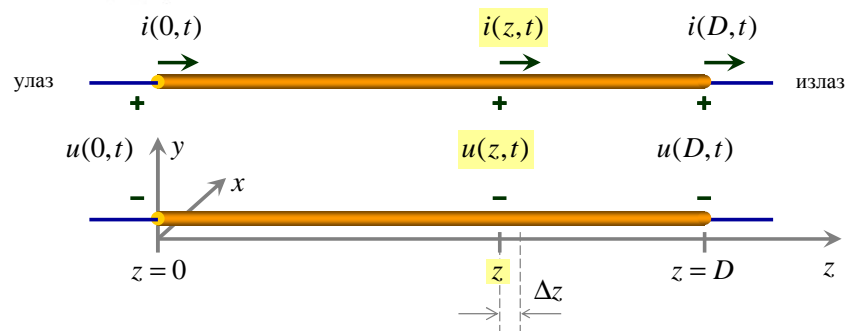
$$\{ \underline{U}(z) = \underline{A}_1 e^{-\underline{s}T'z} + \underline{A}_2 e^{\underline{s}T'z}, \quad \frac{T'}{L'}\underline{A}_1 e^{-\underline{s}T'z} - \frac{T'}{L'}\underline{A}_2 e^{\underline{s}T'z} = \underline{I}(z) \}.$$

Увођењем **карактеристичне импедансе** вода

$$Y_c = \frac{1}{Z_c} = \frac{T'}{L'} = \sqrt{\frac{C'}{L'}}, \quad Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

опште решење постаје

$$\{ \underline{U}(z) = \underline{A}_1 e^{-\underline{s}T'z} + \underline{A}_2 e^{\underline{s}T'z}, \quad Z_c \underline{I}(z) = \underline{A}_1 e^{-\underline{s}T'z} - \underline{A}_2 e^{\underline{s}T'z} \}.$$



Комплексан напон и комплексна струја **на почетку вода**, на улазу у вод, су
 $\{ z = 0, \underline{U}(0) = \underline{U}_0 = \underline{A}_1 + \underline{A}_2, Z_c \underline{I}(0) = Z_c \underline{I}_0 = \underline{A}_1 - \underline{A}_2 \}$.

Увођењем **кашњења вода** $\tau = T'D$, комплексан напон и комплексна струја **на крају вода**, на излазу вода, за **нестандардне** (неусаглашене) смерове, су

$$\{ z = D, \tau = T'D, \underline{U}(D) = \underline{U}_D = \underline{A}_1 e^{-s\tau} + \underline{A}_2 e^{s\tau}, Z_c \underline{I}(D) = Z_c \underline{I}_D = \underline{A}_1 e^{-s\tau} - \underline{A}_2 e^{s\tau} \}.$$

Комплексан напон на **улазу** вода се може изразити као

$$Z_c \underline{I}(0) = Z_c \underline{I}_0 = \underline{A}_1 - \underline{A}_2 \Rightarrow \underline{A}_1 = Z_c \underline{I}_0 + \underline{A}_2$$

$$\{ \underline{U}_D = \underline{A}_1 e^{-s\tau} + \underline{A}_2 e^{s\tau}, Z_c \underline{I}_D = \underline{A}_1 e^{-s\tau} - \underline{A}_2 e^{s\tau} \} \Rightarrow \underline{A}_2 = \frac{1}{2} e^{-s\tau} (\underline{U}_D - Z_c \underline{I}_D)$$

$$\underline{U}_0 = \underline{A}_1 + \underline{A}_2 = Z_c \underline{I}_0 + \underline{A}_2 + \underline{A}_2 = Z_c \underline{I}_0 + e^{-s\tau} (\underline{U}_D - Z_c \underline{I}_D).$$

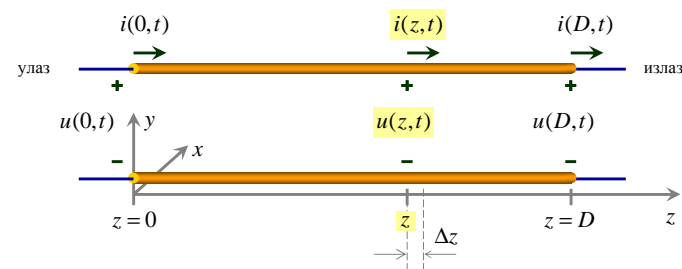
Комплексан напон на **излазу** вода се може изразити као

$$Z_c \underline{I}_D = \underline{A}_1 e^{-s\tau} - \underline{A}_2 e^{s\tau} \Rightarrow \underline{A}_2 = \underline{A}_1 e^{-2s\tau} - Z_c \underline{I}_D e^{-s\tau}$$

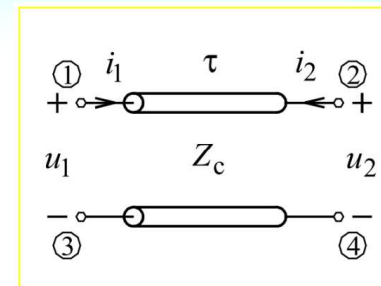
$$\{ \underline{U}_0 = \underline{A}_1 + \underline{A}_2, Z_c \underline{I}_0 = \underline{A}_1 - \underline{A}_2 \} \Rightarrow \underline{A}_1 = \frac{1}{2} (\underline{U}_0 + Z_c \underline{I}_0)$$

$$\underline{U}_D = \underline{A}_1 e^{-s\tau} + \underline{A}_2 e^{s\tau} = \underline{A}_1 e^{-s\tau} + (\underline{A}_1 e^{-2s\tau} - Z_c \underline{I}_D e^{-s\tau}) e^{s\tau} = 2\underline{A}_1 e^{-s\tau} - Z_c \underline{I}_D$$

$$\underline{U}_D = (\underline{U}_0 + Z_c \underline{I}_0) e^{-s\tau} - Z_c \underline{I}_D.$$



Бранинове једначине



Усвајајући ознаке уобичајене за елементе са два приступа, за **стандардне** смерове,

$$\underline{U}(0) = \underline{U}_0 = \underline{U}_1, \quad \underline{I}(0) = \underline{I}_0 = \underline{I}_1$$

$$\underline{U}(D) = \underline{U}_D = \underline{U}_2, \quad \underline{I}(D) = \underline{I}_D = -\underline{I}_2$$

$$\{ \underline{U}_1 = Z_c \underline{I}_1 + Z_c \underline{I}_2 e^{-s\tau} + \underline{U}_2 e^{-s\tau}, \quad \underline{U}_2 = Z_c \underline{I}_2 + Z_c \underline{I}_1 e^{-s\tau} + \underline{U}_1 e^{-s\tau} \}.$$

Инверзном Лапласовом трансформацијом, примењујући $\underline{U} e^{-s\tau} \leftrightarrow u(t - \tau)$, добијају се

једначине идеалног вода

$$\{ \underline{U}_1 = Z_c \underline{I}_1 + Z_c \underline{I}_2 e^{-s\tau} + \underline{U}_2 e^{-s\tau}, \quad \underline{U}_2 = Z_c \underline{I}_2 + Z_c \underline{I}_1 e^{-s\tau} + \underline{U}_1 e^{-s\tau} \}$$

\leftrightarrow

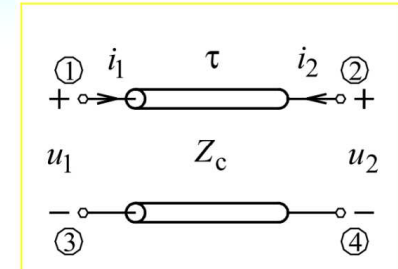
$$\{ u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau), \quad u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \}.$$

Ове једначине су познате као **Бранинове једначине**.

F. H. Branin, "Transient Analysis of Lossless Transmission Lines", *Proceedings of the IEEE*, Volume 55, Issue 11, Pages 2012–2013, November 1967. DOI: 10.1109/PROC.1967.6033



Mathematica: Branin



```

In[1]:= Uz = A1 * Exp[-s Tprim z] + A2 * Exp[s Tprim z];
In[2]:= Iz =  $\frac{-D[Uz, z]}{Lprim s}$  /. Lprim -> Zc + Tprim;
In[3]:= jednacine =
    {U0 == Uz /. z -> 0, I0 == Iz /. z -> 0, Ud == Uz /. z -> d, Id == Iz /. z -> d} /. Tprim ->  $\frac{\tau}{d}$ ;
In[4]:= $Assumptions = {Zc > 0};
In[5]:= Alzamenal = Solve[jednacine[[2]], {A1}] // First;
In[6]:= A2zamenal = Solve[jednacine[[{3, 4}]], {A1, A2}] // First;
In[7]:= U0jednacina = jednacine[[1]] /. Alzamenal /. A2zamenal // Expand;
In[8]:= U0zamena = Solve[U0jednacina, U0] // Expand // First;
In[9]:= A2zamena2 = Solve[jednacine[[4]], {A2}] // First;
In[10]:= Alzamena2 = Solve[jednacine[[{1, 2}]], {A1, A2}] // First;
In[11]:= Udjednacina = jednacine[[3]] /. A2zamena2 /. Alzamena2 // Expand;
In[12]:= Udzamena = Solve[Udjednacina, Ud] // Expand // First;
In[13]:= zamenaIndeksa = {U0 -> U1, I0 -> I1, Ud -> U2, Id -> -I2};
In[14]:= U1jednacina = U1 == (U0 /. U0zamena /. zamenaIndeksa);
In[15]:= U2jednacina = U2 == (Ud /. Udzamena /. zamenaIndeksa);
In[16]:= idealanVodLT = {U1jednacina, U2jednacina};
In[17]:= tipografskiSlogFormule[F_] := Module[{e = Exp[-s * tau]},
    F /. {U1 * e -> u1[t - tau], U2 * e -> u2[t - tau], I1 * e -> i1[t - tau], I2 * e -> i2[t - tau]} /.
    {U1 -> u1[t], U2 -> u2[t], I1 -> i1[t], I2 -> i2[t]} /.
    {u1 -> Subscript[u, 1], u2 -> Subscript[u, 2], i1 -> Subscript[i, 1],
    i2 -> Subscript[i, 2], Zc -> Subscript[Z, "c"]};
In[18]:= idealanVod = idealanVodLT // tipografskiSlogFormule // Column // TraditionalForm
Out[18]/TraditionalForm=

$$u_1(t) = Z_c i_2(t - \tau) + Z_c i_1(t) + u_2(t - \tau)$$


$$u_2(t) = Z_c i_1(t - \tau) + Z_c i_2(t) + u_1(t - \tau)$$


```

Out[18]/TraditionalForm=

$$u_1(t) = Z_c i_2(t - \tau) + Z_c i_1(t) + u_2(t - \tau)$$

$$u_2(t) = Z_c i_1(t - \tau) + Z_c i_2(t) + u_1(t - \tau)$$

Идеалан вод дужине D

Назив	Графички симбол	Карактеристика
Вод		$\begin{cases} u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau) \\ u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \end{cases}$ <p>Z_c је отпорност, јединица Ω, и назива се карактеристична импеданса вода. τ је време, јединица s, и назива се кашњење вода.</p>

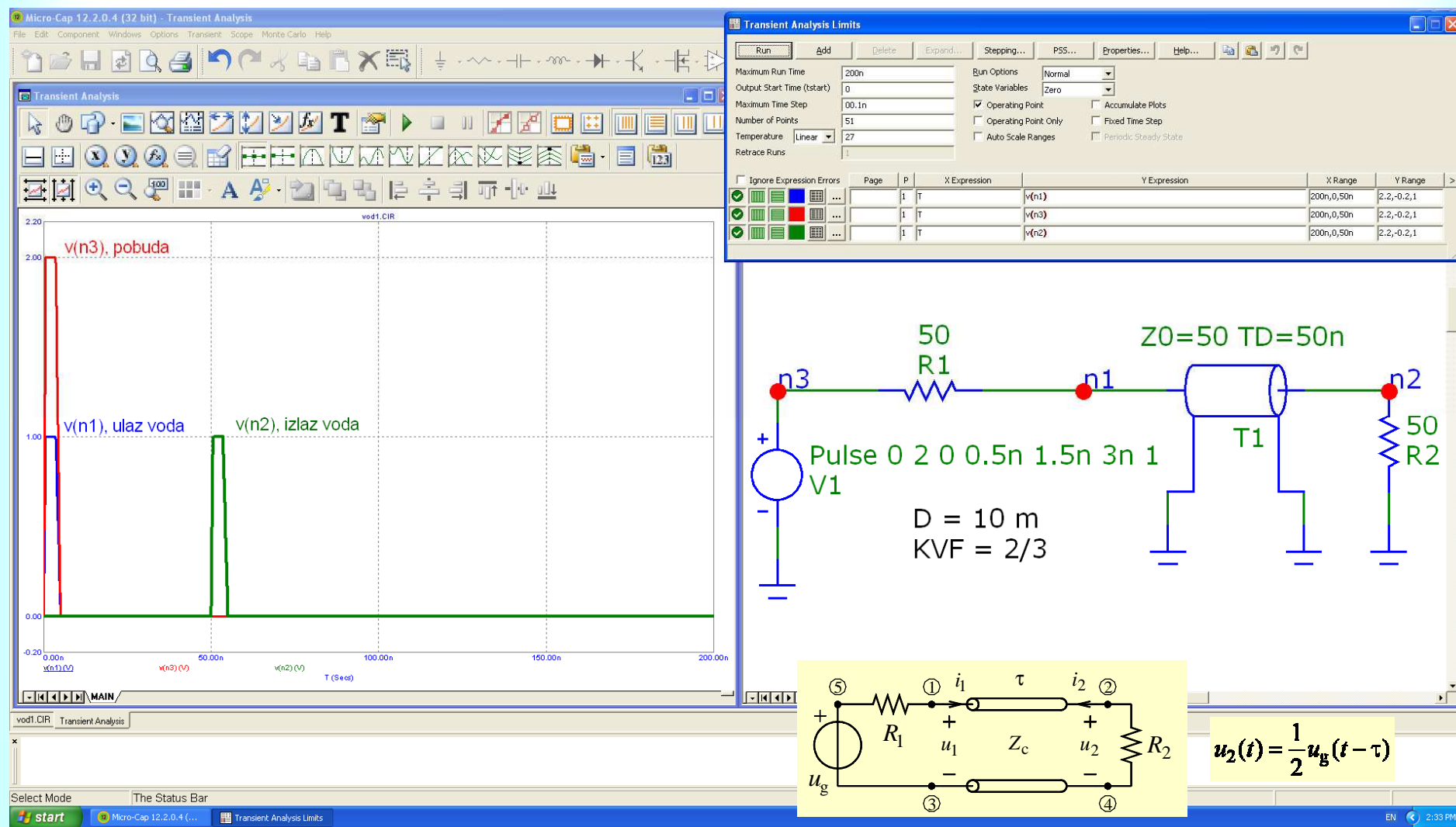
$$c_0 = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\tau = \frac{D}{v} = D \sqrt{C'L'} = \frac{D}{K_{VF} c_0}$$

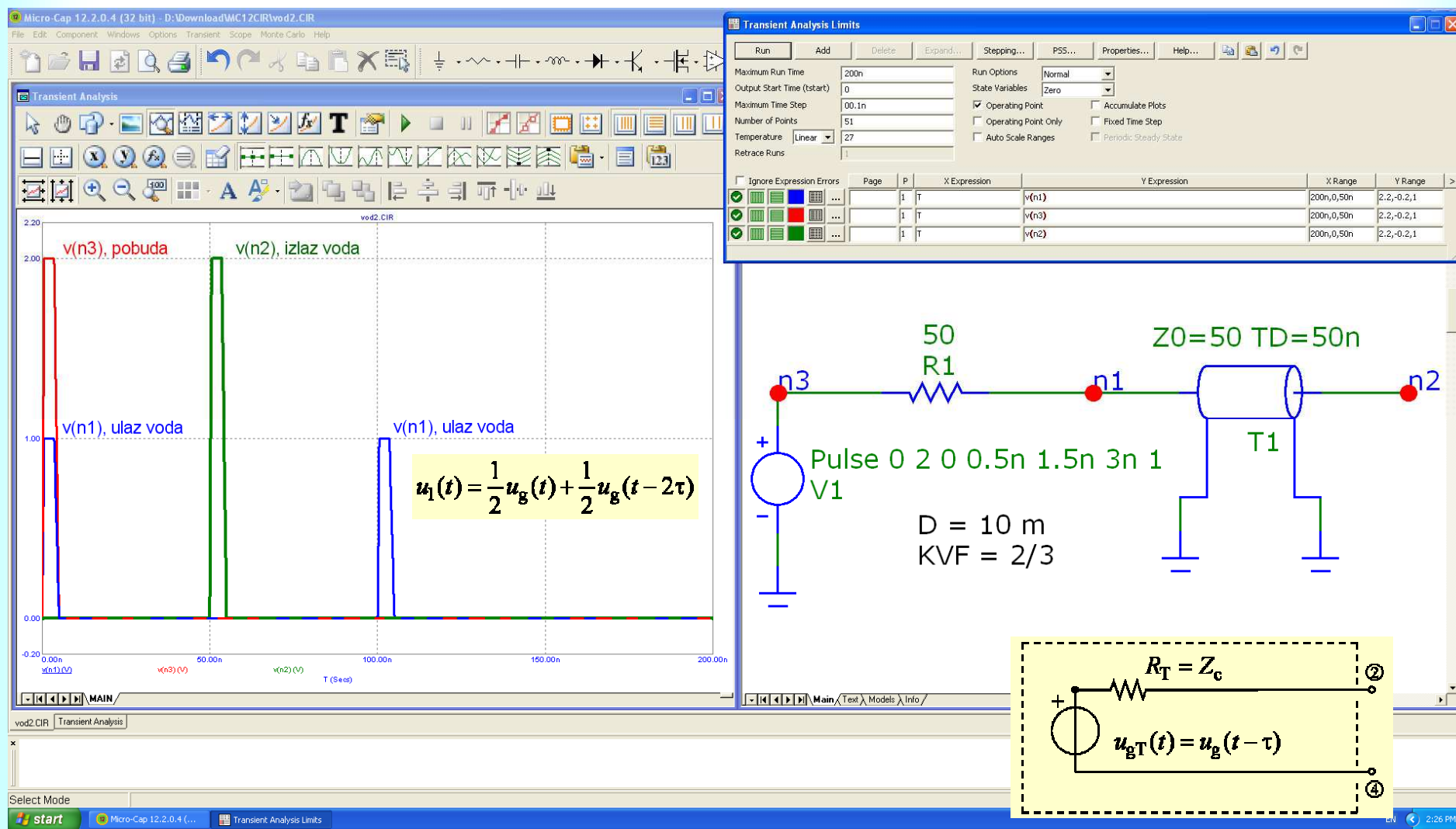
Velocity Factor

SPICE T element, ideal transmission line, Txxx n1 n3 n2 n4 Z0=Zc TD=tau

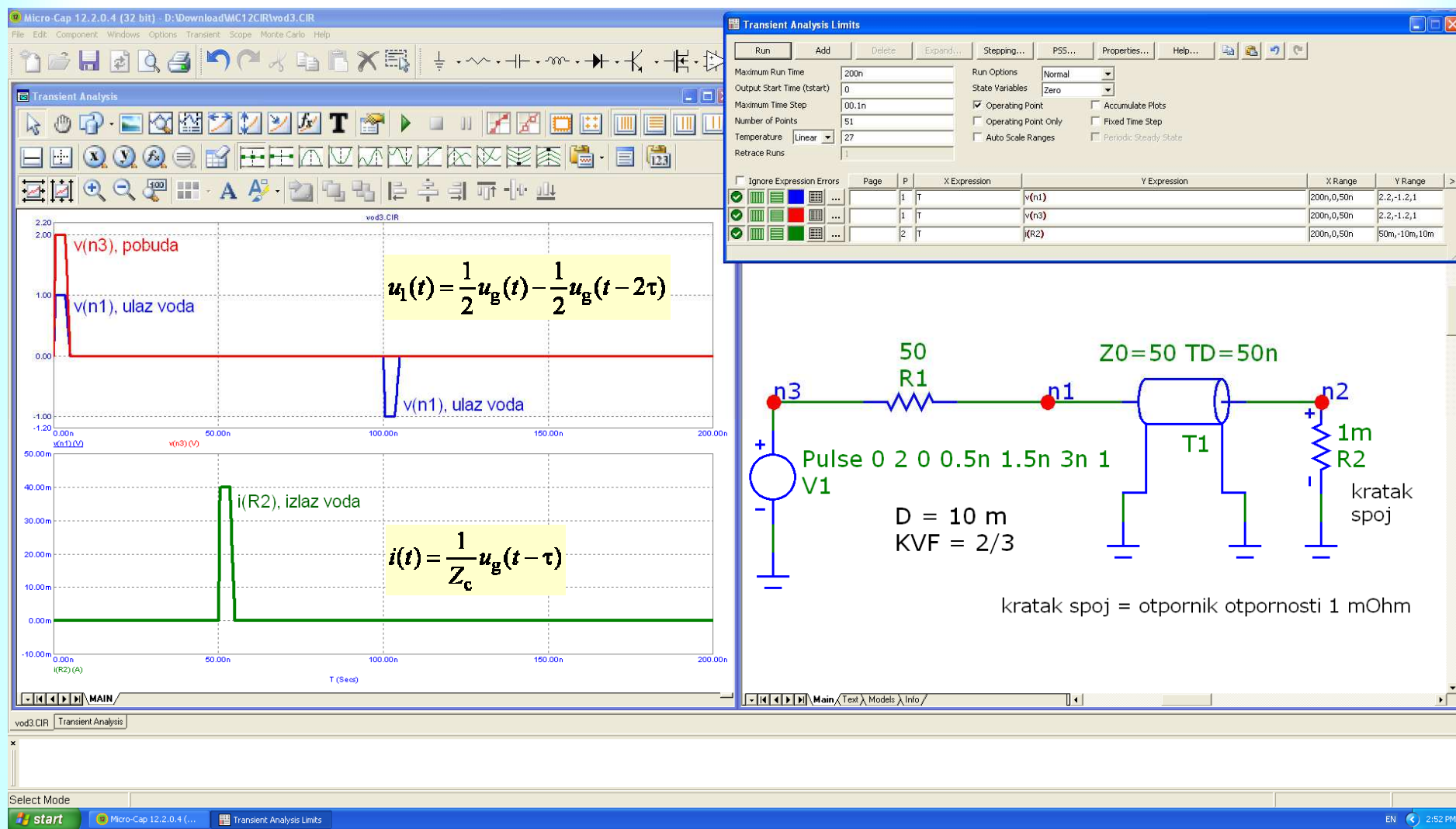
Двоструко прилагођен вод



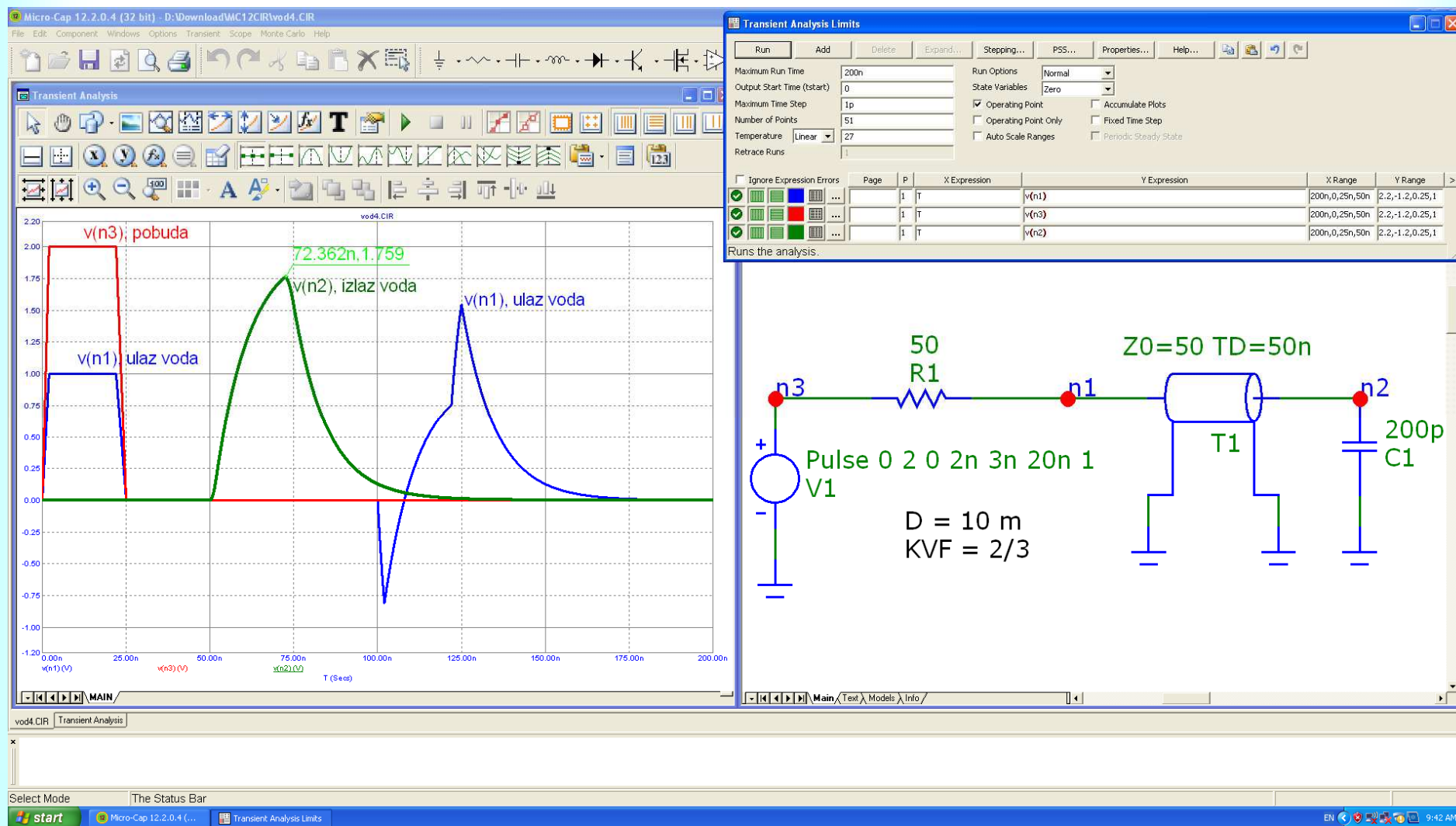
Отворен вод прилагођен на улазу



Краткоспојен вод прилагођен на улазу



Капацитивно завршен вод прилагођен на улазу



Вод са устаљеним простопериодичним одзивом

$$u(z, t) = \sqrt{2}U(z) \cos(\omega t + \theta(z))$$

$$\underline{U}(z) = U(z) e^{j\theta(z)}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$i(z, t) = \sqrt{2}I(z) \cos(\omega t + \psi(z))$$

$$\underline{I}(z) = I(z) e^{j\psi(z)}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

Примењујемо фазорску трансформацију на леву и десну страну једначина вода.

Једначине телеграфичара за фазоре
(комплексне представнике)

$$-\frac{d\underline{U}(z)}{dz} = \underline{Z}' \underline{I}(z)$$

$$\underline{Z}' = R' + j\omega L'$$

Подужна импеданса вода

$$-\frac{d\underline{I}(z)}{dz} = \underline{Y}' \underline{U}(z)$$

$$\underline{Y}' = G' + j\omega C'$$

Подужна адмитанса вода

Таласне једначине за фазоре
(комплексне представнике)

$$\frac{d^2 \underline{U}(z)}{dz^2} = \underline{Y}' \underline{Z}' \underline{U}(z)$$

$$\frac{d^2 \underline{I}(z)}{dz^2} = \underline{Y}' \underline{Z}' \underline{I}(z)$$

Опште решење комплексних једначина телеграфичара

$$\frac{d^2 \underline{U}(z)}{dz^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{U}(z) = 0$$

$$\underline{U}(z) = \underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}z} + \underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}z}$$

$$\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Y}' \underline{Z}'} = \alpha + j\beta$$

Коефицијент
простирања

Коефицијент
слабљења

Фазни
коефицијент

$$\underline{I}(z) = -\frac{1}{\underline{Z}'} \frac{d\underline{U}(z)}{dz}$$

$$\underline{Y}_c = \frac{\underline{\gamma}}{\underline{Z}'} = \sqrt{\frac{\underline{Y}'}{\underline{Z}'}}$$

Карактеристична
адмитанса

$$\underline{I}(z) = \underline{Y}_c \underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}z} - \underline{Y}_c \underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}z}$$

$$\underline{Z}_c = \frac{1}{\underline{Y}_c} = \sqrt{\frac{\underline{Z}'}{\underline{Y}'}}$$

Карактеристична
импеданса

Секундарни параметри вода

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta$$

- Коефицијент простирања (propagation constant) и карактеристична импеданса (characteristic impedance, surge impedance, natural impedance) су **секундарни параметри** вода.
- Секундарни параметри зависе од примарних параметара и учестаности.
- Коефицијент слабљења и фазни коефицијент зависе од учестаности.
- Губици у воду се описују подужном отпорношћу и подужном проводношћу, као примарним параметрима, и коефицијентом слабљења као секундарним параметром.
- Ако се губици у воду занемарују, то значи да ће бити једнаки **нули** подужна отпорност, подужна проводност и коефицијент слабљења.
- Карактеристична импеданса вода занемарљивих губитака је **реална**, не зависи од учестаности, и једнака је квадратном корену количника подужне индуктивности и подужне капацитивности.

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

$$R' = 0, \quad G' = 0 \\ \alpha = 0$$

$$R' = 0, \quad G' = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{\gamma} = j\omega\sqrt{L'C'}, \quad \alpha = 0, \quad \beta = \omega\sqrt{L'C'}$$

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = Z_c \in \mathbf{R}$$

Практични приближни изрази за секундарне параметре

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \approx \frac{R'}{2} \sqrt{\frac{C'}{L'}} + \frac{G'}{2} \sqrt{\frac{L'}{C'}} + j\omega \sqrt{L'C'}$$

$$\alpha \approx \frac{R'}{2} \sqrt{\frac{C'}{L'}} + \frac{G'}{2} \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

$$\beta \approx \omega \sqrt{L'C'}$$

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \approx \sqrt{\frac{L'}{C'}} + j \left(\frac{G'}{2\omega C'} - \frac{R'}{2\omega L'} \right) \sqrt{\frac{L'}{C'}} \approx \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

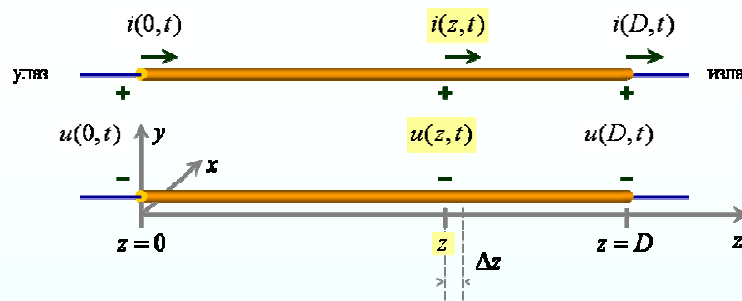
Приближно, R' расте са квадратним кореном учестаности, а G' расте линеарно са учестаношћу

Изрази су добијени развојем у Маклоренов ред и задржавањем линеарних сабирака по R' и G' .

Тренутне вредности напона и струје на воду

$$\underline{U}(z) = \underline{A}_1 e^{-\gamma z} + \underline{A}_2 e^{\gamma z}$$

$$\underline{I}(z) = \underline{Y}_c \underline{A}_1 e^{-\gamma z} - \underline{Y}_c \underline{A}_2 e^{\gamma z}$$



$$\underline{A}_1 = A_1 e^{j\theta_1} \quad \underline{Y}_c = Y_c e^{j\nu_c}$$

$$\underline{A}_2 = A_2 e^{j\theta_2}$$

$$u(z, t) = \sqrt{2} A_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \theta_1) + \sqrt{2} A_2 e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \theta_2)$$

$$i(z, t) = \sqrt{2} Y_c A_1 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \theta_1 + \nu_c) + \sqrt{2} Y_c A_2 e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \theta_2 + \nu_c)$$

У сваком пресеку z напон и струја на воду су простопериодични са угаоном учестаности ω .



Неограничен вод

- Посматраћемо вод **неограничено** велике дужине који се протеже од пресека $z = 0$.
- Сматраћемо да су напон и струја на воду у сваком пресеку **коначни**.
- Претпоставићемо да је напон на **почетку** вода (у пресеку $z = 0$) познат (задат).
- Одредићемо једначине вода.
- Одредићемо улазну импедансу вода.



Комплексне једначине неограниченог вода

$$\underline{U}(z) = A_1 e^{-\underline{\gamma}z} + A_2 e^{\underline{\gamma}z}$$

(Note: A red arrow points from the coefficient A_2 to a '0' above it, indicating that A_2 must be zero.)

Да би напон на воду био коначан у сваком пресеку, други сабирак мора остати коначан када је z неограничено велико, тако да се добија да је други коефицијен једнак нули.

Гранични услов на почетку вода

$$\underline{U}(0) = \underline{U}_0 = U_0 e^{j\theta_0}$$

$$A_2 = 0$$

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_0 e^{-\underline{\gamma}z}$$

$$\underline{I}(z) = \underline{Y}_c \underline{U}_0 e^{-\underline{\gamma}z}$$

Улазна импеданса вода

$$\underline{Z}(z) = \frac{\underline{U}(z)}{\underline{I}(z)} = \underline{Z}_c$$



Тренутне вредности напона и струје неограниченог вода

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_0 e^{-\gamma z}$$

$$u(z, t) = \sqrt{2} U_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t + \theta_0 - \beta z)$$

$$\underline{I}(z) = \underline{Y}_c \underline{U}_0 e^{-\gamma z}$$

$$i(z, t) = \sqrt{2} Y_c U_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t + \theta_0 - \beta z + v_c)$$

$$\underline{U}(0) = \underline{U}_0 = U_0 e^{j\theta_0}$$

$$\underline{Y}_c = Y_c e^{jv_c}$$

Вод са занемарљивим губицима $\alpha = 0$

$$u(z, t) = \sqrt{2} U_0 \cos(\omega t + \theta_0 - \beta z)$$

$$i(z, t) = \sqrt{2} Y_c U_0 \cos(\omega t + \theta_0 - \beta z + v_c)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

Напон и струја на воду су **простопериодичне** функције **просторне** координате z , када су губици занемарљиви, а периода у простору се зове **таласна дужина** и обележава са λ .



Физичко тумачење једначина и одзива неограниченог вода

- У решењу комплексних једначина телеграфичара вода без губитака израз у изложиоцу има предзнак **минус** и физички представља прогресиван (напредујући) електромагнетски талас који се простире у **позитивном** смеру z -осе.

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_0 e^{-\gamma z}$$

- Талас који се простире у позитивном смеру z -осе назива се **инцидентан талас** или *директан талас*.

- У општем решењу једначина телеграфичара други сабирак, чији израз у изложиоцу има предзнак **плус**, физички представља прогресиван (напредујући) електромагнетски талас који се простире у **негативном** смеру z -осе.

$$\underline{U}(z) = \underline{A}_1 e^{-\gamma z} + \underline{A}_2 e^{\gamma z}$$

- Талас који се простире у негативном смеру z -осе назива се **рефлектован талас** или *одбијен талас*.

- Улазна импеданса** неограниченог вода у произвољном пресеку је једнака карактеристичној импеданси, тако да се карактеристична импеданса може физички тумачити као улазна импеданса веома дугог вода, односно импеданса којом можемо заменити неограничен вод на његовом почетку (у пресеку $z = 0$).

$$\underline{Z}_{\text{ulazno, neogranicen}} = \underline{Z}(0) = \frac{\underline{U}(0)}{\underline{I}(0)} = \underline{Z}_c$$

Таласна дужина и фазна брзина

- Таласна дужина на воду је најкраће растојање на воду за које је промена фазе напона или струје на воду једнака 2π .
- Таласна дужина на воду без губитака је **просторна периода** напона и струје на воду.
- **Фазна брзина на воду** је брзина којом се у правцу и смеру простирања таласа креће замишљена тачка константне фазе; другим речима, то је једнолика брзина којом би требало да се креће замишљени посматрач дуж z -осе да би фаза напона и струје прогресивног таласа била за њега непроменљива.

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

$$v = \frac{\omega}{\beta}$$

Брзина простирања таласа

- Брзина простирања електромагнетских таласа на воду је једнака фазној брзини.
- Показује се да је брзина простирања реципрочна вредност квадратног корена производа пермитивности и пермеабилности диелектрика вода.
- За диелектрике који се користе у практичним водовима пермеабилност је једнака пермеабилности вакуума.
- Реципрочна вредност квадратног корена из релативне пермитивности диелектрика вода се назива **фактор брзине** и обично се изражава у процентима.
- Показује се да је производ подужне индуктивности и подужне капацитивности вода једнак производу релативне пермитивности и релативне пермеабилности диелектрика вода.

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$$L'C' = \epsilon\mu$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = c_0 \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Константе у прорачуну водова

Брзина простирања електромагнетских таласа у вакуму

$$c_0 = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Пермеабилност вакума (магнетска константа)

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

$$\pi = 3,141592\,654\dots$$

Пермитивност вакума (електрична константа)

$$\epsilon_0 = \frac{1}{c_0^2 \mu_0} = 8,854187818 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$$

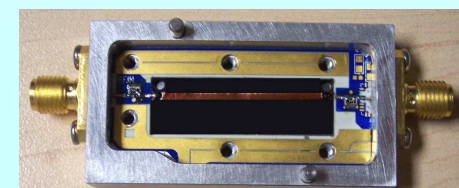
Пример: ваздушни вод

- Надземни **далековод** (overhead power transmission lines) је пример енергетског вода са ваздушним диелектриком. Ако је брзина светлости приближно 300000 km/s , онда је таласна дужина **6000 km** на радној учестаности **50 Hz**.
- RF/микроталасни, или телекомуникациони, вод са ваздушним диелектриком на учестаности **5 GHz** би имао таласну дужину **6 cm**.
- Време потребно да електромагнетски талас пређе пут дужине **1 m** износи **3,333 ns**, у оба претходна примера.
- Вод са диелектриком би имао **мању** брзину простирања, **мању** таласну дужину, и **дуже** време простирања, а за фактор брзине.



Пример: примарни параметри

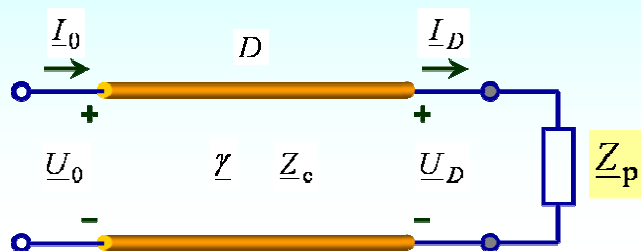
- Енергетски надземни вод: $L' = (0.7\text{--}1.4) \text{ mH/km}$,
 $C' = (8\text{--}14) \text{ nF/km}$, $R' = (0.005\text{--}0.25) \text{ }\Omega/\text{km}$,
 G' занемарљиво или реда nS/km због цурења изолатора и короне
- Енергетски подземни кабл: $L' = (0.2\text{--}0.4) \text{ mH/km}$,
 $C' = (150\text{--}400) \text{ nF/km}$, $R' = (0.005\text{--}1) \text{ }\Omega/\text{km}$,
 G' занемарљиво или реда nS/km због цурења изолатора
- RG58C/U: $L' = 253 \text{ nH/m}$, $C' = 101 \text{ pF/m}$, $R' = 1.6 \text{ }\Omega/\text{m}$,
 $G' = 99 \text{ }\mu\text{S/m}$, $f = 100 \text{ MHz}$
- Микротракасти вод на штампаној плочи: $L' = 0.3 \text{ }\mu\text{H/m}$,
 $C' = 122 \text{ pF/m}$, $R' = 9.4 \text{ }\Omega/\text{m}$, $G' = 35 \text{ mS/m}$, $f = 2.4 \text{ GHz}$



Пример: карактеристична импеданса

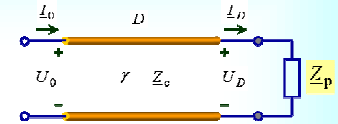
- Енергетски надземни вод: $Z_c = (200\text{--}400) \Omega$
- Енергетски подземни кабл: $Z_c = (30\text{--}80) \Omega$
- ТВ системи, системи кабловске телевизије, ТВ антене: $Z_c = 75 \Omega$
- RF/микроталасни системи, мерни уређаји: $Z_c = 50 \Omega$
- Упредени двојични водови (парице), UTP (Unshielded Twisted Pair), системи телефоније и локалне рачунарске мреже (LAN):
 $Z_c = 100 \Omega$
- Ваздушни двојични водови старијих система телефоније:
 $Z_c = 600 \Omega$
- Двојични водови за напајање симетричних антена (на пример, за симетричне диполе и јаги антене):
 $Z_c = 240 \Omega$ и $Z_c = 300 \Omega$

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \approx \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \frac{1}{v C'}$$



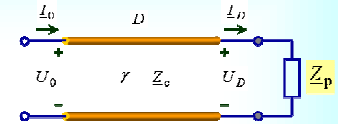
Ограничен вод

временски непроменљив
линеаран, са устаљеним
простопериодичним одзивом



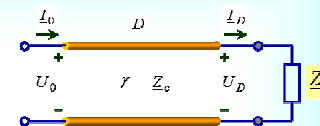
Ограничен вод

- Посматраћемо вод **коначне** дужине.
- Опште решење једначина телеграфичара садржи **две** константе.
- Константе се одређују из **два** задата гранична услова.
- *Гранични услови* су познате вредности или везе напона и струја на воду.



Гранични услови

- Везе између напона и струја у два пресека (конкретно, на почетку и на крају вода).
- Вредности једног напона и једне струје у истом пресеку или у два различита пресека.
- Вредности две струје, или два напона, у два пресека (али на растојању које није умножак од половине таласне дужине код вода без губитака).



Комплексне једначине ограниченог вода

$$\begin{aligned} \underline{U}(z) &= A_1 e^{-\underline{\gamma}z} + A_2 e^{\underline{\gamma}z} \\ \underline{I}(z) &= \underline{Y}_c A_1 e^{-\underline{\gamma}z} - \underline{Y}_c A_2 e^{\underline{\gamma}z} \end{aligned}$$

Гранични услови

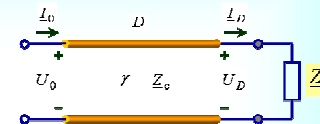
$$\underline{U}(D) = \underline{U}_D \quad \underline{I}(D) = \underline{I}_D$$

$$A_1 = \frac{1}{2} (\underline{U}_D + \underline{Z}_c \underline{I}_D) e^{\underline{\gamma}D}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} (\underline{U}_D - \underline{Z}_c \underline{I}_D) e^{-\underline{\gamma}D}$$

$$\underline{U}(z) = \cosh(\underline{\gamma}(D-z)) \underline{U}_D + \underline{Z}_c \sinh(\underline{\gamma}(D-z)) \underline{I}_D$$

$$\underline{I}(z) = \underline{Y}_c \sinh(\underline{\gamma}(D-z)) \underline{U}_D + \cosh(\underline{\gamma}(D-z)) \underline{I}_D$$



Шта су функције cosh и sinh?

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

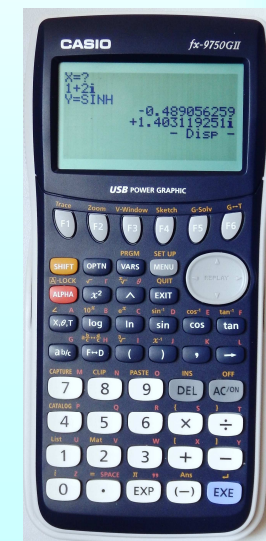
$$\cosh(jx) = \cos(x)$$

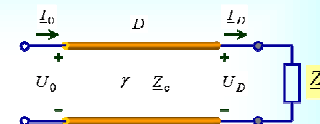
$$\sinh(jx) = j\sin(x)$$

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{1}{\coth(x)}$$

$$j = \sqrt{-1}$$

$$\tanh(jx) = j\tan(x)$$





Рефлектован талас

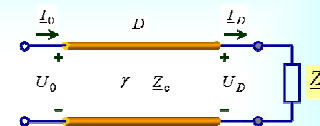
$$\underline{U}(z) = A_1 e^{-\underline{\gamma}z} + A_2 e^{\underline{\gamma}z} = \underline{U}_{\text{inc}}(z) + \underline{U}_{\text{ref}}(z)$$

$$\underline{I}(z) = \underline{Y}_c A_1 e^{-\underline{\gamma}z} - \underline{Y}_c A_2 e^{\underline{\gamma}z} = \underline{I}_{\text{inc}}(z) + \underline{I}_{\text{ref}}(z)$$

У решењу једначина телеграфичара, сабирак који у изложиоцу има предзнак **плус** назива се **рефлектован талас**.

$$\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{U}_{\text{ref}}(z)}{\underline{U}_{\text{inc}}(z)} = \frac{A_2}{A_1} e^{2\underline{\gamma}z} = \frac{\underline{U}_D - \underline{Z}_c \underline{I}_D}{\underline{U}_D + \underline{Z}_c \underline{I}_D} e^{-2\underline{\gamma}(D-z)}$$

Коефицијент рефлексије на воду



Коефицијент рефлексије на потрошачу

Коефицијент рефлексије на потрошачу

је коефицијент рефлексије на крају вода,
на месту где се прикључује потрошач.

$$\underline{\rho}(z) = \underline{\rho}_p e^{-2\underline{\gamma}(D-z)}$$

$$\underline{\rho}_p = \underline{\rho}(D) = \frac{\underline{U}_D - \underline{Z}_c \underline{I}_D}{\underline{U}_D + \underline{Z}_c \underline{I}_D} = \frac{\underline{Z}_p - \underline{Z}_c}{\underline{Z}_p + \underline{Z}_c}$$

$$\underline{\rho}_{p,KS} = -1$$

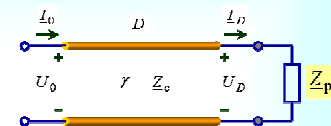
Потрошач је кратак спој

$$\underline{\rho}_{p,Ov} = 1$$

Потрошач је отворена веза

$$\underline{\rho}_{p,c} = 0$$

Импеданса
потрошача је
једнака
карактеристичној
импеданси вода



Улазна импеданса

$$\underline{Z}(z) = \frac{\underline{U}(z)}{\underline{I}(z)} = \frac{\cosh(\underline{\gamma}(D-z))\underline{U}_D + \underline{Z}_c \sinh(\underline{\gamma}(D-z))\underline{I}_D}{\underline{Y}_c \sinh(\underline{\gamma}(D-z))\underline{U}_D + \cosh(\underline{\gamma}(D-z))\underline{I}_D}$$

$$\underline{Z}(z)|_{\underline{U}_D=0} = \underline{Z}_c \tanh(\underline{\gamma}(D-z))$$

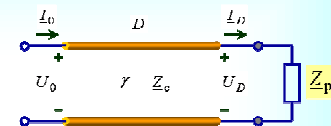
Потрошач је кратак спој

$$\underline{Z}(z)|_{\underline{I}_D=0} = \underline{Z}_c \coth(\underline{\gamma}(D-z))$$

Потрошач је отворена веза

$$\underline{Z}(z)|_{\frac{\underline{U}_D}{\underline{I}_D}=\underline{Z}_p} = \underline{Z}_c \frac{\underline{Z}_p + \underline{Z}_c \tanh(\underline{\gamma}(D-z))}{\underline{Z}_c + \underline{Z}_p \tanh(\underline{\gamma}(D-z))}$$

$$\cosh(\underline{\gamma}(D-z)) \neq 0$$



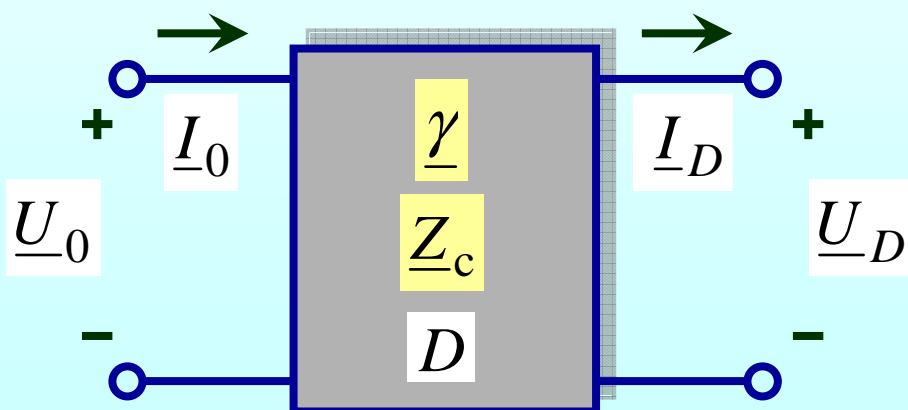
Једначине улаз-излаз

$$\underline{U}_0 = \cosh(\underline{\gamma}D)\underline{U}_D + \underline{Z}_c \sinh(\underline{\gamma}D)\underline{I}_D$$

$$\underline{I}_0 = \underline{Y}_c \sinh(\underline{\gamma}D)\underline{U}_D + \cosh(\underline{\gamma}D)\underline{I}_D$$

Једначине улаз-излаз повезују напон и струју на почетку вода са напоном и струјом на **крају** вода.

Ограничен вод се може представити као мрежа са два приступа – четири краја.



Коефицијенти у једначинама улаз-излаз садрже коефицијент простирања и карактеристичну импедансу, који се називају *секундарни параметри* вода.

ABCD-параметри ограниченог вода

$$\underline{U}_0 = \underline{A}\underline{U}_D + \underline{B}\underline{I}_D$$

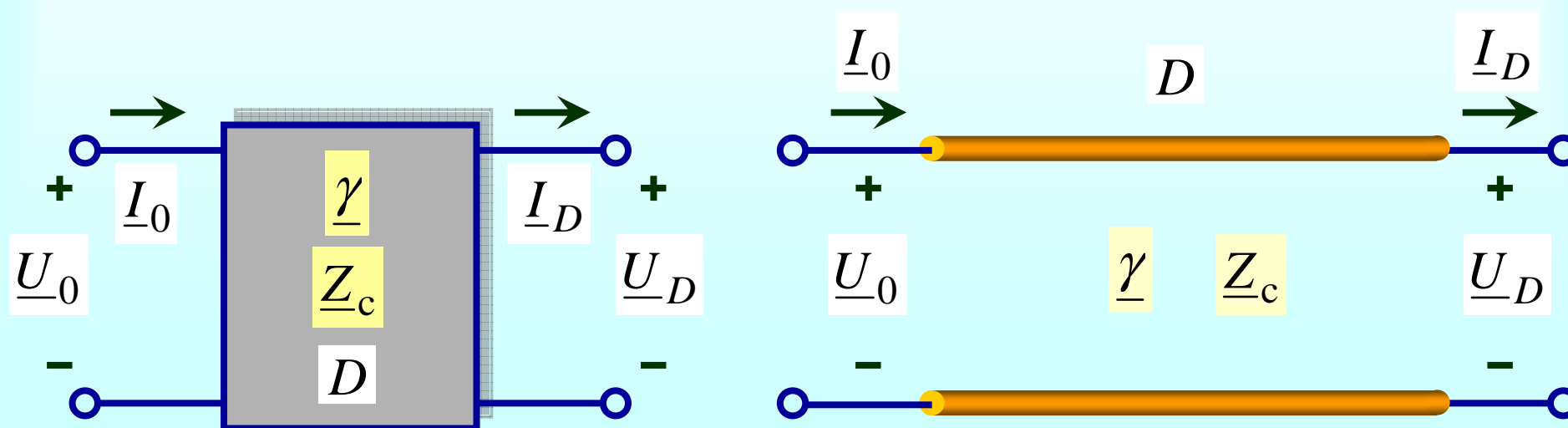
$$\underline{I}_0 = \underline{C}\underline{U}_D + \underline{D}\underline{I}_D$$

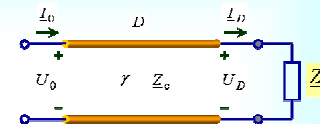
$$\underline{A} = \cosh(\underline{\gamma}D)$$

$$\underline{B} = \underline{Z}_c \sinh(\underline{\gamma}D)$$

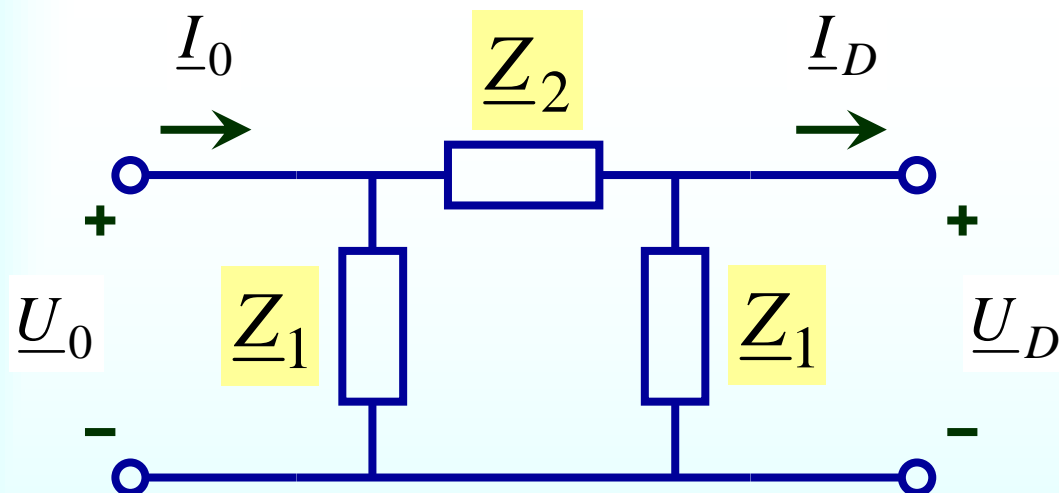
$$\underline{C} = \underline{Y}_c \sinh(\underline{\gamma}D)$$

$$\underline{D} = \cosh(\underline{\gamma}D)$$





Заменска П-шема одсечка вода

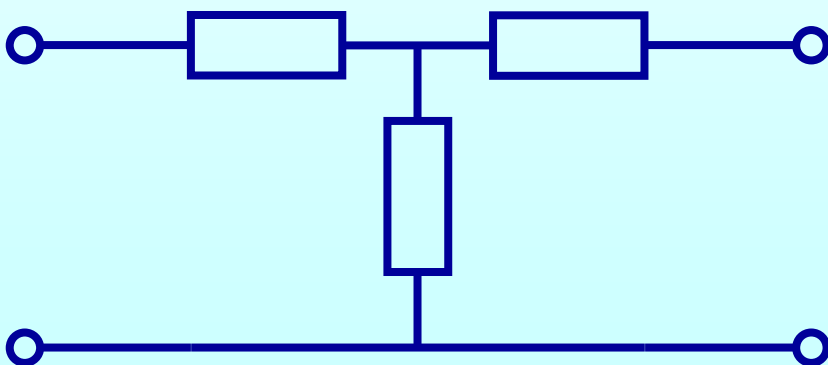


$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_c \coth\left(\frac{1}{2} \underline{\gamma} D\right)$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_c \sinh(\underline{\gamma} D)$$

Импедансе заменске шеме
зависе од учестаности!

Одредити импедансе заменске
Т-шеме одсечка вода.



Заменске шеме одсечка (деонице) енергетског вода

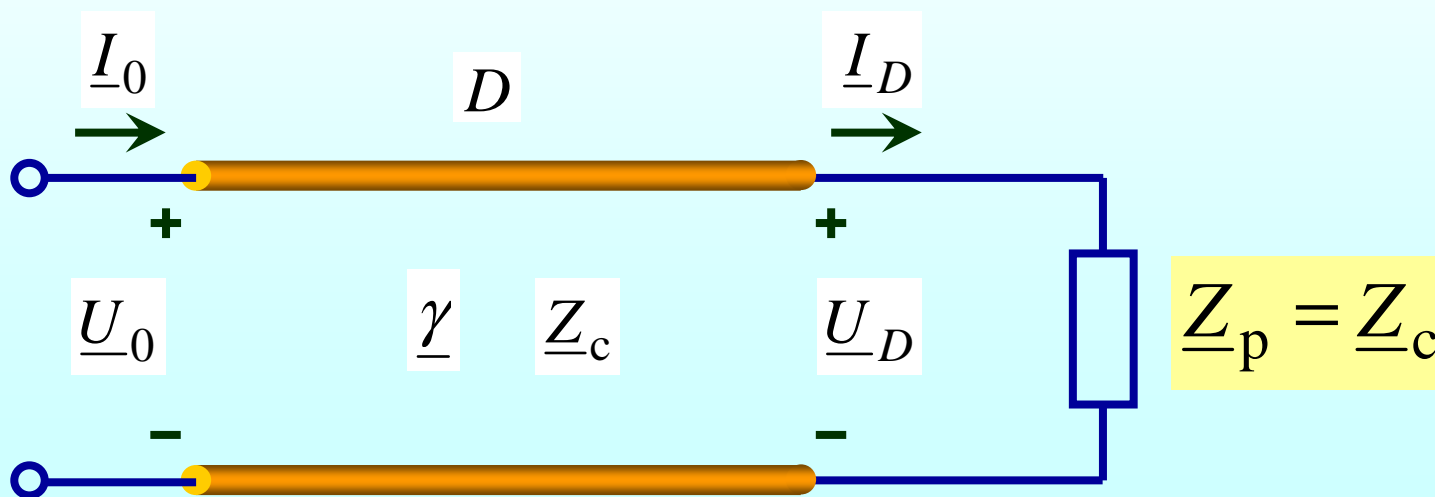
- За кратак енергетски вод, краћи од 80 km, занемарују се **оточне** импедансе П-шеме, а редна импеданса се приближно рачуна као производ подужне импедансе вода и дужине вода.
- За енергетски вод средње дужине, између 80 km и 250 km, редна импеданса се приближно рачуна као производ подужне импедансе вода и дужине вода, а оточне импедансе се приближно рачунају као реципрочна вредност половине производа подужне адмитансе вода и дужине вода.
- За дугачак енергетски вод, дужи од 250 km, користе се тачни *ABCD*-параметри и импедансе одређене хиперболичким функцијама.

Прилагођен вод

Вод је *прилагођен* ако не постоји рефлектован талас:

$$\underline{U}_{\text{ref}}(z) = 0 \Rightarrow A_2 = 0 \Rightarrow \underline{\rho}(z) = 0 \Rightarrow \underline{U}_D - \underline{Z}_c \underline{I}_D = 0$$

Ограничен вод је прилагођен ако је завршен потрошачем чија је импеданса једнака карактеристичној импеданси вода.



Једначине прилагођеног вода

$$\underline{U}(z) = \underline{U}_0 e^{-\gamma z}$$

$$\underline{I}(z) = \underline{Y}_c \underline{U}_0 e^{-\gamma z}$$

$$\underline{Z}(z) = \frac{\underline{U}(z)}{\underline{I}(z)} = \underline{Z}_c$$

$$\underline{U}_D = \underline{Z}_c \underline{I}_D$$

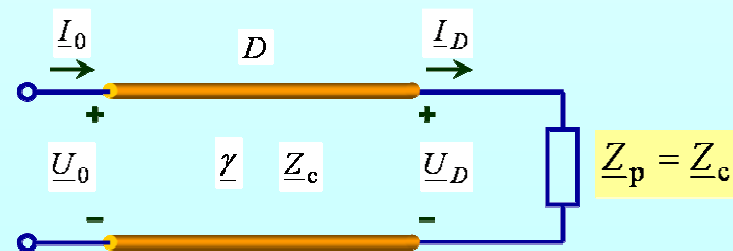
$$\underline{\rho}(z) = 0$$

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_D e^{\gamma D}$$

$$\underline{I}_0 = \underline{Y}_c \underline{U}_D e^{\gamma D}$$

Прилагођен вод има исте једначине као и неограничен вод. Његова улазна импеданса је једнака карактеристичној импеданси и **не зависи од дужине**.

Прилагођење вода је често веома важно у пракси. Ако потрошач има импедансу која се разликује од карактеристичне импедансе вода, онда се додају динамички елементи и огранци вода да би рефлектован талас на воду био једнак нули.

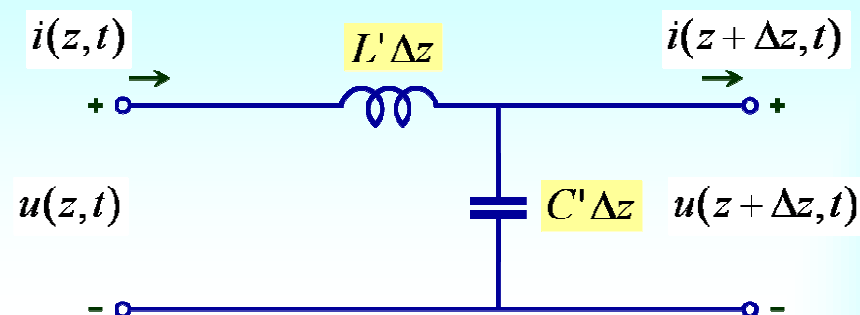


Физичко тумачење карактеристичне импедансе

- Карактеристична импеданса вода је улазна импеданса на почетку вода без рефлексije.
- Карактеристична импеданса вода је импеданса којом треба завршити (затворити) вод тако да његова улазна импеданса буде једнака завршној.
- Прилагођење потрошача на вод треба разликовати од прилагођења потрошача на реални напонски извор коначне унутрашње импедансе.

Значај прилагођења

- У електродистрибутивним системима се **не** тежи да водови буду прилагођени.
- Код “слабострујашких система” прилагођењем генератора и пријемника постиже се **највећи пренос снаге**, и то **независно од дужине** вода.
- Када се посматра пренос дигиталних или модулисаних сигнала, прилагођењем се **смањује грешка** у преносу.
- Кола за прилагођење се постављају на **оба краја** вода, а не само на месту потрошача.



Вод без губитака

временски непроменљив
линеаран, са устаљеним
простопериодичним одзивом

Параметри вода без губитака

$$R' = 0$$

$$\alpha = 0$$

Коефицијент слабљења (α) је једнак нули.

$$G' = 0$$

$$\beta = \omega \sqrt{C' L'}$$

Фазни коефицијент (β) линеарно зависи од учестаности.

$$\underline{Z}' = j\omega L'$$

$$\underline{Y}' = j\omega C'$$

$$\underline{\gamma} = j\omega \sqrt{C' L'}$$

Коефицијент простирања ($\underline{\gamma}$) је чисто имагинаран и линеарно зависи од учестаности.

$$v = \frac{1}{\sqrt{C' L'}}$$

$$\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

Карактеристична импеданса (\underline{Z}_c) не зависи од учестаности и чисто је реална.

Фазна брзина (v)

не зависи од учестаности.

Електрична дужина вода

$$\Theta = \beta D = 2\pi \frac{D}{\lambda}$$

Електрична дужина вода (Θ) је производ дужине вода и фазног коефицијента.

Електрична дужина вода је по природи угао, па се изражава у степенима или радијанима.

Вод чија је дужина једнака половини таласне дужине се зове *полуталасни вод*, а вод чија је дужина једнака четвртини таласне дужине се зове *четвртталасни вод* (ламбда-четвртински).

$$n = \frac{D}{\lambda} = \frac{\Theta}{2\pi}$$

Нормализована дужина вода (n) је количник дужине вода и таласне дужине.

Једначине вода без губитака

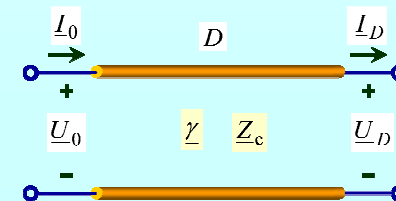
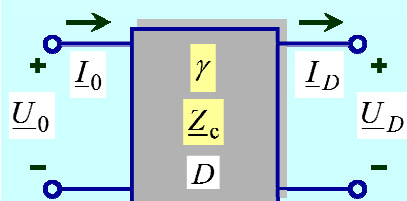
$$\underline{U}(z) = \cos(\beta(D-z))\underline{U}_D + jZ_c \sin(\beta(D-z))\underline{I}_D$$

$$\underline{I}(z) = jY_c \sin(\beta(D-z))\underline{U}_D + \cos(\beta(D-z))\underline{I}_D$$

$$\underline{\rho}(z) = \frac{\underline{U}_D - Z_c \underline{I}_D}{\underline{U}_D + Z_c \underline{I}_D} e^{-2j\beta(D-z)}$$

$$\underline{U}_0 = \cos(\Theta)\underline{U}_D + jZ_c \sin(\Theta)\underline{I}_D$$

$$\underline{I}_0 = jY_c \sin(\Theta)\underline{U}_D + \cos(\Theta)\underline{I}_D$$



Улазна импеданса на почетку вода

$$\underline{Z}(0) \Big|_{\underline{U}_D=0} = jZ_c \tan(\Theta)$$

Потрошач је кратак спој

$$\underline{Z}(0) \Big|_{\underline{I}_D=0} = -jZ_c \cot(\Theta)$$

Потрошач је отворена веза

$$\underline{Z}(0) = Z_c \frac{\underline{Z}_p + jZ_c \tan(\Theta)}{Z_c + j\underline{Z}_p \tan(\Theta)} \Big|_{\frac{\underline{U}_D}{\underline{I}_D} = \underline{Z}_p}$$

Краткоспојени или отворени вод се назива *огранак вода*.

$$\cos(\Theta) \neq 0$$

$$\underline{Z}(0) = \frac{Z_c^2}{\underline{Z}_p} \Big|_{\cos(\Theta)=0, \frac{\underline{U}_D}{\underline{I}_D} = \underline{Z}_p}$$

Дужина вода је једнака четвртини таласне дужине

Периодичност улазне импедансе

$$\underline{Z}(0) = Z_c \frac{\underline{Z}_p + jZ_c \tan(\Theta)}{Z_c + j\underline{Z}_p \tan(\Theta)} = Z_c \frac{\underline{Z}_p + jZ_c \tan(\Theta + k\pi)}{Z_c + j\underline{Z}_p \tan(\Theta + k\pi)}$$

Улазна импеданса вода без губитака је **периодична** функција електричне дужине са периодом π .

$$\underline{Z}(0) = Z_c \frac{\underline{Z}_p + jZ_c \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} D\right)}{Z_c + j\underline{Z}_p \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} D\right)} = Z_c \frac{\underline{Z}_p + jZ_c \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(D + k \frac{\lambda}{2}\right)\right)}{Z_c + j\underline{Z}_p \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(D + k \frac{\lambda}{2}\right)\right)}$$

Улазна импеданса вода без губитака је **периодична** функција дужине са периодом $\lambda/2$.

k је цео број

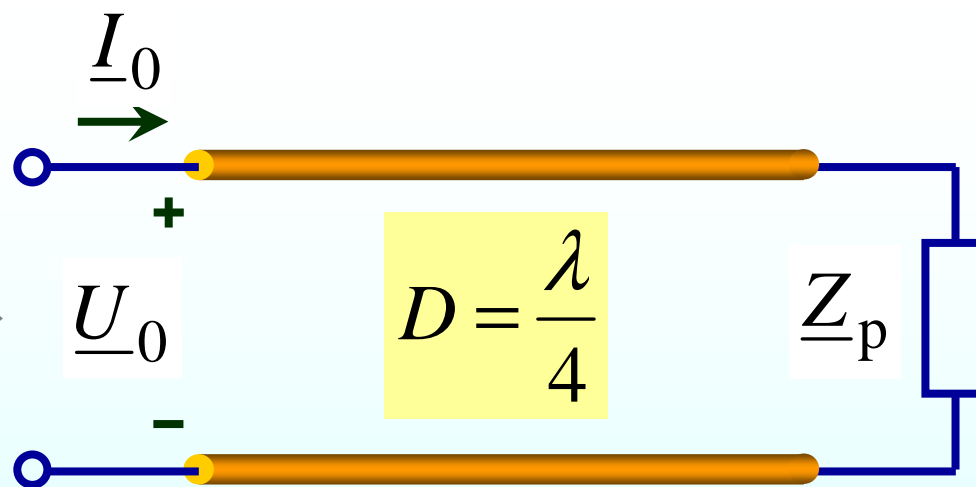
Четвртталасни вод без губитака

$$\Theta = \beta D = \frac{\pi}{2}$$

$$\underline{U}_0 = jZ_c \underline{I}_D$$

$$\underline{I}_0 = jY_c \underline{U}_D$$

$$\underline{Z}_0 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_0} = Z_c^2 \frac{\underline{I}_D}{\underline{U}_D} = \frac{Z_c^2}{\underline{Z}_p}$$



Улазна импеданса је обрнуто сразмерна импеданси потрошача, па се четвртталасни вод без губитака назива *инвертор импедансе*.

Задаци и питања за вежбу

Водови

Питања (1)

- Шта је вод и која је његова примена?
- Шта су примарни параметри вода?
- Шта је хомоген вод?
- Извести једначине телеграфичара.
- Извести таласне једначине напона и струје.
- Извести Бранинове једначине идеалног вода.
- Како гласе једначине телеграфичара за фазоре (комплексне представнике) када је одзив устаљен и простопериодичан?
- Како гласе таласне једначине напона и струје за фазоре (комплексне представнике) када је одзив устаљен и простопериодичан?

Питања (2)

- Које је опште решење једначине телеграфичара за фазоре (комплексне представнике) када је одзив устаљен и простопериодичан?
- Дефинисати коефицијент простирања, коефицијент слабљења и фазни коефицијент.
- Шта је карактеристична адмитанса? Шта је карактеристична импеданса?
- Известити једначине неограниченог вода за фазоре (комплексне представнике) када је одзив устаљен и простопериодичан.
- Шта је директан талас на воду?
- Шта је рефлектован талас на воду?
- Шта је таласна дужина на воду?
- Како се дефинише фазна брзина на воду?

Питања (3)

- Шта су гранични услови на воду?
- Извести једначине ограниченог вода за фазоре (комплексне представнике) када је одзив устаљен и простопериодичан.
- Шта је коефицијент рефлексације на воду?
- Како се дефинише коефицијент рефлексације на потрошачу?
- Како се ограничен вод може представити као мрежа са два приступа – четири краја? Извести једначине улаз-излаз за ову представу.

Питања (4)

- Шта су секундарни параметри вода?
- Извести заменску Т-шему одсечка вода.
- Извести заменску П-шему одсечка вода.
- Шта је прилагођен вод?
- Од каквог је значаја за праксу прилагођење вода?
- Извести једначине прилагођеног вода за фазоре (комплексне представнике) када је одзив устаљен и простопериодичан.
- Каква је зависност улазне импедансе прилагођеног вода од дужине вода?

Питања (5)

- Шта је вод без губитака? Који су његови примарни и секундарни параметри?
- Шта је електрична дужина вода?
- Шта је нормализована дужина вода?
- Шта је полуталасни вод, а шта је четвртталасни вод (ламбда-четвртински)?
- Како гласе једначине вода без губитака за фазоре (комплексне представнике) када је одзив устаљен и простопериодичан.
- Извести израз за улазну импедансу на почетку вода без губитака.

Питања (6)

- Под којим условима је улазна импеданса вода периодична функција учестаности? Колика је периода у том случају?
- Под којим условима је улазна импеданса вода периодична функција дужине? Колика је периода у том случају?
- Под којим условима је улазна импеданса вода периодична функција електричне дужине? Колика је периода у том случају?
- Како гласе једначине четвртталасног вода без губитака за фазоре (комплексне представнике) када је одзив устаљен и простопериодичан? Извести улазну импедансу за овај случај.
- Како се помоћу вода може на једној учестаности остварити мрежа која се понаша као заменски кондензатор?
- Како се помоћу вода може на једној учестаности остварити мрежа која се понаша као заменски калем?

Питања (7)

(5) РФ/микроталасни коаксијални кабл RG58C/U дужине 1 m (један метар) је моделован као идеалан вод без губитака чији су примарни параметри $C' = 100 \text{ pF/m}$, $L' = 250 \text{ nH/m}$.
Колико је кашњење овог вода?

(7) Колики су примарни параметри и кашњење вода занемарљивих губитака (Belden RG6 за системе SSTV, SATV, SMATV) карактеристичне импедансе 75Ω и сачинитеља брзине $K_{VF} = 82\%$ (velocity factor) дужине 1 m ?

(5) Карактеристична импеданса електроенергетског вода са губицима зависи од учестаности

(а) Не
(б) Да ?

(5) Шта је електрична дужина вода без губитака?

(5) Надземни далековод дужине 300 km је моделован као идеалан вод без губитака са ваздушним диелектриком.
Колико је кашњење овог вода?

(6) Извести једначине телеграфичара вода. Дати потребна појмовна одређења, написати одговарајуће изразе, нацртати потребне слике, и објаснити величине које се у извођењу појављују.

Питања (8)

(5) Енергетски подземни вод (Gas-Insulated Transmission Line, GIL, Siemens) има примарне параметре $C' = 54.5 \text{ nF/km}$, $L' = 0.205 \text{ mH/km}$, $R' = 8.616 \text{ m}\Omega/\text{km}$, $G' = 0$, на учестаности $f = 50 \text{ Hz}$.

Колика је карактеристична импеданса?
Колики је коефицијент простирања?

(4) UTP CAT6 LAN (Unshielded Twisted Pair, Category 6, Local Area Network) кабл за рачунарске мреже, дужине 100 m, је моделован као идеалан вод без губитака чији су примарни параметри $C' = 56 \text{ pF/m}$, $L' = 430 \text{ nH/m}$.

Колико је кашњење овог вода?

(5) Примарни параметри енергетског вода су $R' = 0.08 \text{ }\Omega/\text{km}$, $L' = 1.34 \text{ mH/km}$, $C' = 8.6 \text{ nF/km}$, $G' = 37.5 \text{ nS/km}$. Одзив је устаљен и простопериодичан, учестаност је $f = 50 \text{ Hz}$. Одредити карактеристичну импедансу и коефицијент простирања.

(5) Колики су примарни параметри вода без губитака карактеристичне импедансе Z_c и сачинитеља брзине K_{VF} (velocity factor, фактор брзине)?

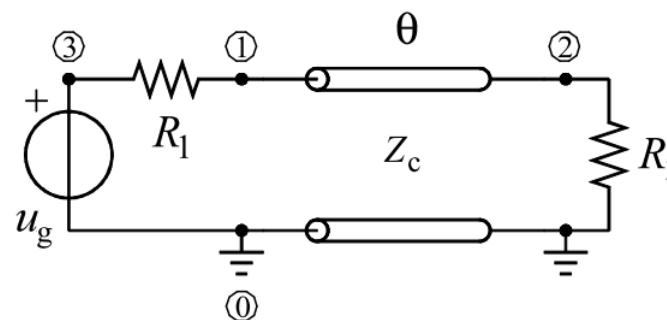
(5) Како се дефинише коефицијент рефлексије на потрошачу вода без губитака?

Питања (9)

(5) Колика треба да буде карактеристична импеданса, а колика најмања електрична дужина, идеалног вода да би снага потрошача R_2 била највећа могућа? Одзив је устаљен простопериодичан.

$$Z_c =$$

$$\theta =$$



(5) STP 600 MHz CAT7 LAN (Shielded Twisted Pair, Category 7, Local Area Network) кабл за повезивање сервера 10 Gigabit Ethernet рачуарске мреже, дужине 100 m, је моделован као идеалан вод без губитака чији су примарни параметри $C' = 43$ pF/m, $L' = 415$ nH/m.

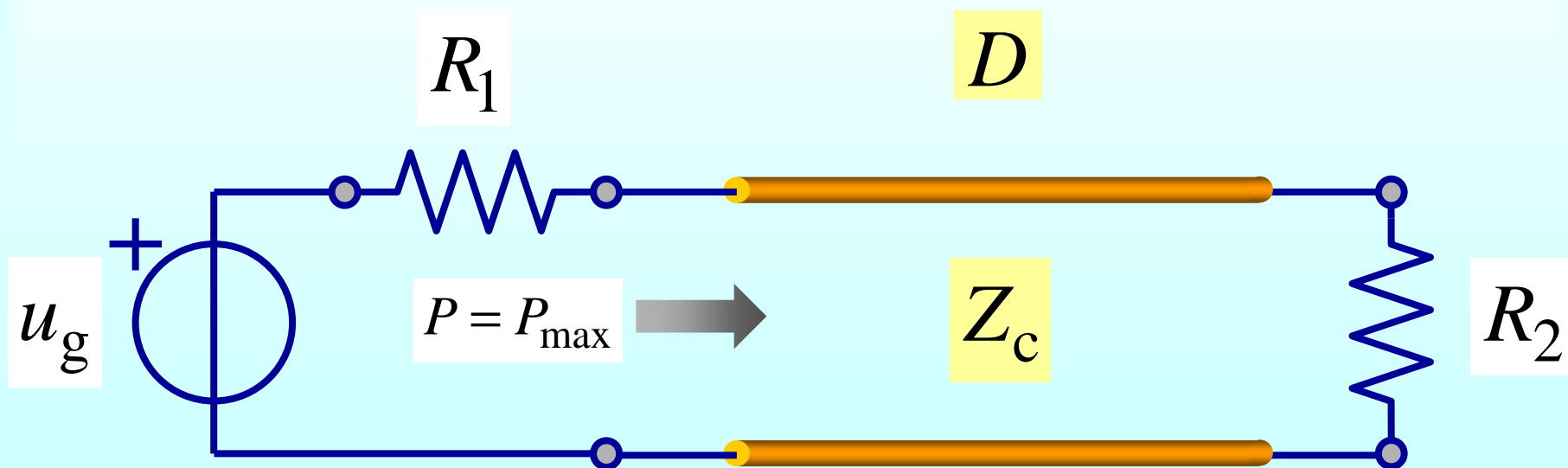
Колико је кашњење овог вода и која је његова карактеристична импеданса?

$$\tau =$$

$$Z_c =$$

Прилагођење по снази

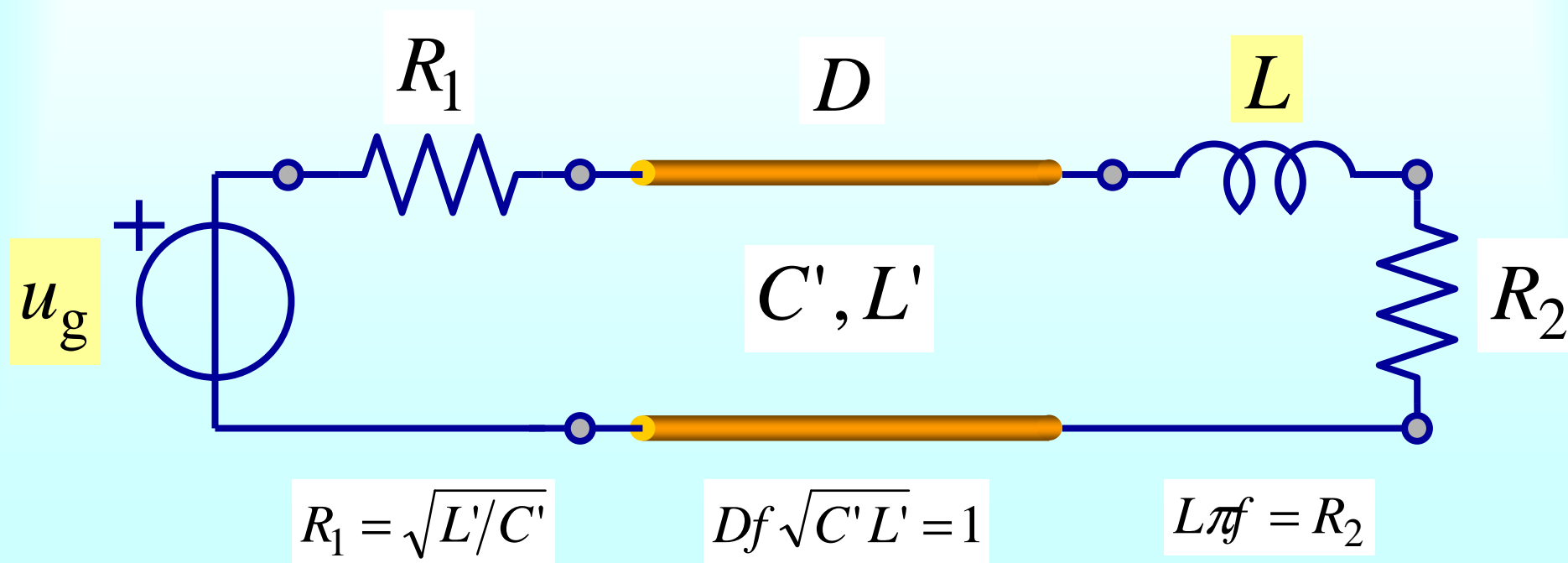
Вод у колу са слике је без губитака. Одзив је устаљен. Побуда је простопериодична. Одредити електричну дужину вода и карактеристичну импедансу вода тако да средња снага која се предаје воду буде највећа могућа.



Сложена побуда

Вод у колу са слике је без губитака. Одзив је устаљен.
Одредити струју калема и средњу снагу извора.

$$u_g(t) = \sqrt{2}U \cos(2\pi ft) + U \sin(4\pi ft)$$

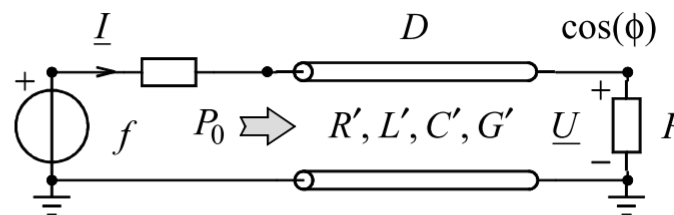


Задатак (1)

Задатак 2

Електроенергетски далековод, са губицима услед короне и несавршености изолатора, се може описати водом чији су примарни параметри $R' = 0.08 \Omega/\text{km}$, $L' = 1.34 \text{ mH}/\text{km}$, $G' = 37.5 \text{ nS}/\text{km}$, $C' = 8.6 \text{ nF}/\text{km}$. Дужина вода је $D = 900 \text{ km}$. Одзив је устаљен и простопериодичан, учестаност је $f = 50 \text{ Hz}$. Вод је затворен потрошачем чија је средња (активна) снага $P = 100 \text{ MW}$, сачинитељ (фактор) снаге $\cos(\phi) = 1$ и комплексан напон $\underline{U} = 220 \text{ kV}$. Одредити

- (5) комплексну струју генератора
- (5) средњу (активну) снагу на улазу вода
- (5) заменску П-шему вода и вредности њених елемената.



Комплексна струја генератора је

Средња (активна) снага на улазу вода је

Вредности елемената заменске П-шеме вода су





Mathematica

```
In[1]:= primarni = {Rkm -> 0.08, Lkm -> 1.34 * 10^-3, Ckm -> 8.6 * 10^-9, Gkm -> 3.75 * 10^-8, Dkm -> 900, f -> 50};
```

```
In[2]:= sekundarni = {omega -> 2 * pi * f, Zkm -> Rkm + Lkm * i * omega, Ykm -> Gkm + Ckm * i * omega, Zc -> Sqrt[Zkm/Ykm],
    Yc -> 1/Zc, gamma -> Sqrt[Zkm * Ykm], alpha -> Re[gamma], beta -> Im[gamma], lambda -> 2 * pi / beta, vkm -> lambda * f};
```

```
In[3]:= Zc // sekundarni // primarni
```

```
Out[3]:= 396.725 - 34.586 i
```

```
In[4]:= gamma // sekundarni // primarni // EngineeringForm
```

```
Out[4]//EngineeringForm=
    108.321 * 10^-6 + (1.07056 * 10^-3) i
```

```
In[5]:= lambda // sekundarni // primarni
```

```
Out[5]:= 5869.04
```

```
In[6]:= vkm // sekundarni // primarni
```

```
Out[6]:= 293452.
```

```
In[7]:= ABCD = {theta -> gamma * Dkm, Av -> Cosh[theta], Bv -> Zc * Sinh[theta], Cv -> Yc * Sinh[theta], Dv -> Cosh[theta]};
```

```
In[8]:= {{Av, Bv}, {Cv, Dv}} // ABCD // sekundarni // primarni // MatrixForm
```

```
Out[8]//MatrixForm=
    ( 0.573357 + 0.0801842 i      50.6423 + 325.412 i
      -0.0000405565 + 0.00207625 i  0.573357 + 0.0801842 i )
```

```
In[9]:= Det[{{Av, Bv}, {Cv, Dv}}] // ABCD // sekundarni // primarni
```

```
Out[9]:= 1. - 1.38778 * 10^-17 i
```

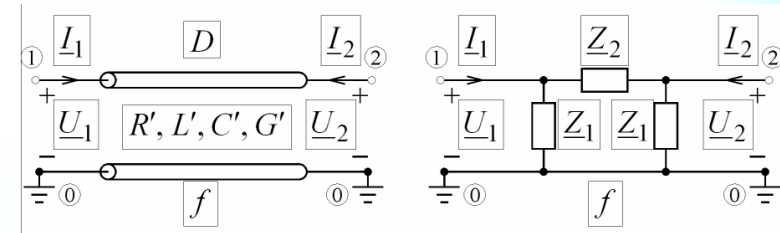
```
In[10]:= Av == Dv // ABCD // sekundarni // primarni
```

```
Out[10]:= True
```

```
In[11]:= potrosac = {Ud -> 220 * 10^3, Pp -> 100 * 10^6, cosphi -> 1, Id -> Pp / (Ud * cosphi)};
```

```
In[12]:= Last[potrosac] /. Most[potrosac] // N
```

```
Out[12]:= Id -> 454.545
```



```
In[13]:= ulaz = {Uo -> Av * Ud + Bv * Id, Io -> Cv * Ud + Dv * Id};
```

```
In[14]:= ulaz // potrosac // ABCD // sekundarni // primarni
```

```
Out[14]:= {Uo -> 149158. + 165555. i, Io -> 251.694 + 493.222 i}
```

```
In[15]:= {Abs[Io], Arg[Io], Arg[Io] / Degree} // ulaz // potrosac // ABCD // sekundarni // primarni
```

```
Out[15]:= {553.731, 1.09894, 62.9645}
```

```
In[16]:= snaga = {Po -> Re[Uo * Conjugate[Io]]};
```

```
In[17]:= snaga // ulaz // potrosac // ABCD // sekundarni // primarni // EngineeringForm
```

```
Out[17]//EngineeringForm=
    {Po -> 119.198 * 10^6}
```

```
In[18]:= Pp / Po 100 // snaga // ulaz // potrosac // ABCD // sekundarni // primarni
```

```
Out[18]:= 83.8942
```

```
In[19]:= Imreza = {Z1 -> Zc * Coth[theta/2], Z2 -> Zc * Sinh[theta]};
```

```
In[20]:= Imreza // ABCD // sekundarni // primarni // ColumnForm
```

```
Out[20]:= Z1 -> 23.8084 - 758.253 i
```

```
Z2 -> 50.6423 + 325.412 i
```



SpeQ Mathematics

EnergetskiVod.spq.txt

File Edit View Options Help

Name	Value
Ans	50.642276615 + 325.412384705i
Ckm	8.6e-9
cosphi	1
Dkm	900
f	50
gamakm	0.000108321 + 0.001070564i
Gkm	3.75e-8
I0	251.694466254 + 493.222196636i
I0abs	553.731197963
I0arg	(1.098937597, 62.964486273)
Id	454.545454545
Lkm	0.00134
omega	314.159265359
P	1e8
P0	1.191977153e8
P0MW	119.197715325
Rkm	0.08
theta	0.09748849 + 0.963507295i
U0	149157.793020349 + 165555.250311009i
Ud	220000
Yc	0.002501623 + 0.000218088i
Ykm	3.75e-8 + 2.701769682e-6i
Z1	23.808384165 - 758.25327779i
Z2	50.642276615 + 325.412384705i
Zc	396.725391474 - 34.585976409i
Zkm	0.08 + 0.420973416i

```

Dkm = 900;
f = 50;
P = 100e6;
cosphi = 1;
Ud = 220e3;
omega = 2*Pi*f;
Zkm = Rkm + i*omega*Lkm;
Ykm = Gkm + i*omega*Ckm;
Zc = Sqrt(Zkm/Ykm);
Yc = 1/Zc;
gamakm = Sqrt(Zkm*Ykm);
theta = gamakm*Dkm;
Id = P/Ud;
I0 = Yc*Sinh(theta)*Ud + Cosh(theta)*Id
    I0 = 251.694466254 + 493.222196636i
I0abs = Abs(I0)
    I0abs = 553.731197963
I0arg = ( Arg(I0), Rad2Deg(Arg(I0)))
    I0arg = (1.098937597, 62.964486273)
U0 = Cosh(theta)*Ud + Zc*Sinh(theta)*Id;
P0 = Re(U0*Conj(I0))
    P0 = 1.191977153e8
P0MW = P0/1e6
    P0MW = 119.197715325
Z1 = Zc*Coth(theta/2)
    Z1 = 23.808384165 - 758.25327779i
Z2 = Zc*Sinh(theta)
    Z2 = 50.642276615 + 325.412384705i
    
```

Functions

- Constants
- Functions
 - Analysis
 - Arithmetic
 - Complex numbers
 - Conversion
 - Hyperbolic
 - Integers
 - Logical
 - Probability
 - Representation
 - Statistics
 - Trigonometry
- Graphs
- Operators
- System
- Units

Rad Float Auto Dec Ln 24, Col 1

Задатак (2)

Задатак 2

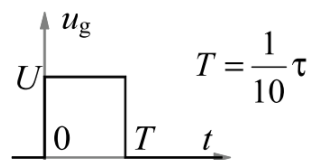
Идеалан вод дужине D има примарне параметре C' и L' . Вод је без почетне енергије, $R_1 = R_2 = Z_c$, а побуда је позната.

Одредити

(5) Карактеристичну импедансу вода Z_c , кашњење вода τ , излазни напон $u_2(t)$ и његов домен,

(5) улазни напон $u_1(t)$ и његов домен.

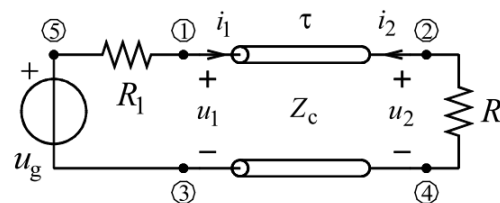
(5) Нацртати напоне $u_1(t)$ и $u_2(t)$ за $-\tau < t < 3\tau$ ако је побуда дата на слици



Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Карактеристична импеданса вода је

Кашњење вода је



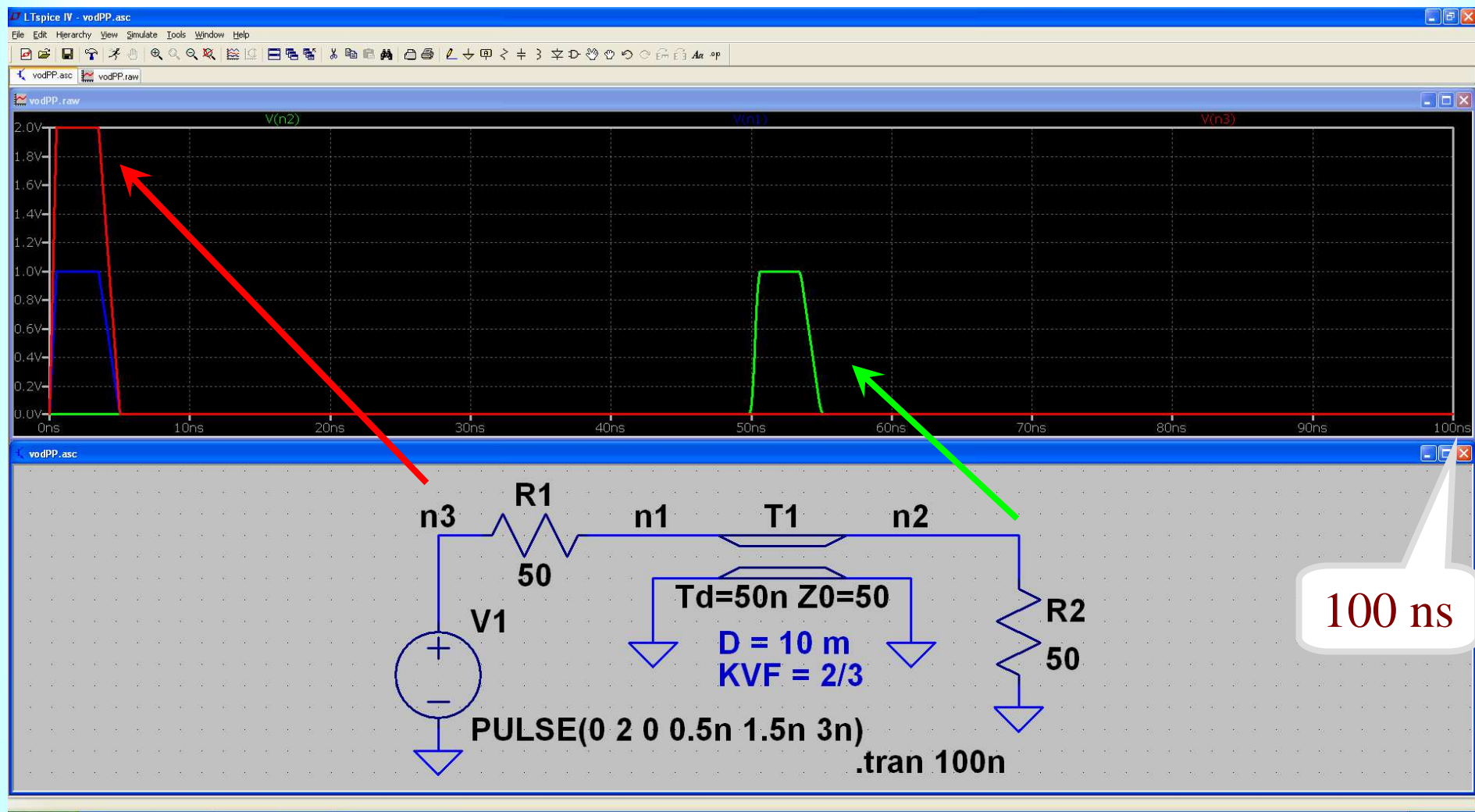
$$\begin{cases} u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau) \\ u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \end{cases}$$

Излазни напон $u_2(t)$ и његов домен су

Улазни напон $u_1(t)$ и његов домен су

График напона $u_1(t)$ и $u_2(t)$ је

Двоструко прилагођен вод



Задатак (3)

Задатак 1

РФ/микроталасни коаксијални кабл RG58C/U се може приближно представити као вод без губитака чији су примарни параметри $C' = 100 \text{ pF/m}$, $L' = 250 \text{ nH/m}$.

Дужина вода је $D = 50 \text{ cm}$. Одзив је устаљен и простопериодичан, учестаност је

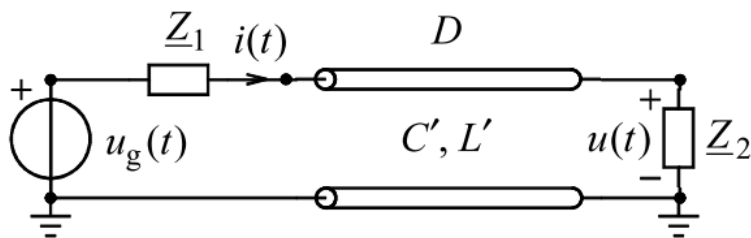
$$f = 100 \text{ MHz}, u_g(t) = \sqrt{2}U_g \cos(2\pi f t),$$

$U_g = 2 \text{ V}$, $Z_1 = Z_2 = 50 \Omega$. Одредити

(5) средњу (активну) снагу потрошача Z_2

(5) коефицијент рефлексije на улазу вода

(5) тренутне вредности напона на крају вода и струје на почетку вода.



Средња (активна) снага потрошача је

Коефицијент рефлексije на улазу вода је

Тренутне вредности напона на крају вода и струје на почетку вода су





Ideal RG58C

Micro-Cap 12.2.0.4 (32 bit) - [D:\Download\RG58C.CIR]

```

.define Cprim 100p          Zc=50          .define Zu1 V1/IR1          RG58C/U
.define Lprim 250n          Tprim=5n        Zu1=50
.define duzina 50/100      tau=2.5n    .define ro1 (Zu1-Zc)/(Zu1+Zc)
.define ucestanost 100MEG  teta=1.571  ro1=0.142f
.define Ug 2               teta*180/pi=90
.define Ugmax Ug*sqrt(2)  .define V1max V(n1)
.define Z1 50              .define V2max V(n2)
.define Z2 50              .define V1 V1max/sqrt(2)
                          .define V2 V2max/sqrt(2)
                          V1=1
                          V2=-0.161f,-1
.define omega 2*pi*ucestanost
.define Zc sqrt(Lprim/Cprim)
.define Tprim sqrt(Lprim*Cprim)
.define tau Tprim*duzina
.define teta omega*tau
    
```

Dynamic AC Limits

Frequency List: ucestanost

Temperature List: 27

Slider Percentage Step Size: 10

Complex Value Display:

First Value: Magnitude Magnitude in dB Real Part None

Second Value: Phase in Degrees Phase in Radians Imaginary Part None

Start Previous Stop OK Cancel Help...

Defines the frequency at which the analysis is run. Comma separated list.

Grid 106,8

EN 11:52 AM

Задатак (4)

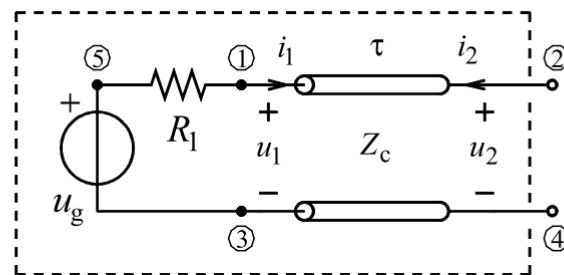
Задатак 2

Идеалан вод дужине D има примарне параметре C' и L' . Вод је без почетне енергије, $R_1 = Z_c$, а каузална побуда је позната. Одредити

- (7) Карактеристичну импедансу вода Z_c , кашњење вода τ , излазни напон $u_2(t)$ и његов домен,
 (4) улазни напон $u_1(t)$ и његов домен,
 (4) Тевененов генератор мреже између крајева ② и ④.

Карактеристична импеданса вода је

Кашњење вода је



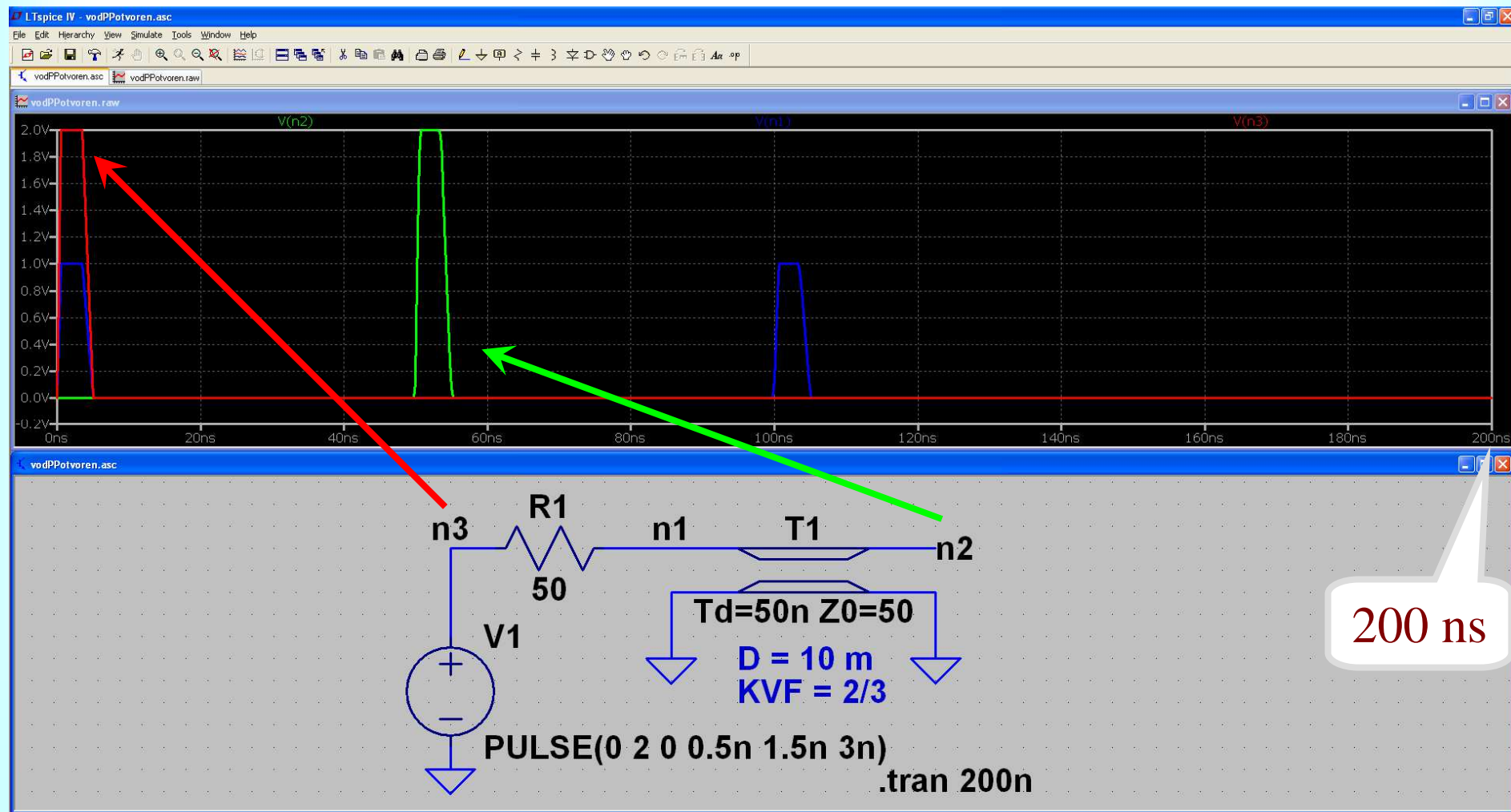
$$\begin{cases} u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau) \\ u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \end{cases}$$

Излазни напон $u_2(t)$ и његов домен су

Улазни напон $u_1(t)$ и његов домен су

Тевененов генератор између ② и ④ је

Отворен вод прилагођен на улазу



Задатак (5)

Задатак 2

Коаксијални кабл RG59, за професионалне телевизијске системе и системе кабловске телевизије, може се идеализовано представити као вод без губитака чија је карактеристична импеданса $Z_c = 75 \Omega$ а

брзина простирања $v = 2 \cdot 10^8$ m/s . Дужина вода је $D = 100$ cm . Одзив је устаљен и простопериодичан, учестаност је

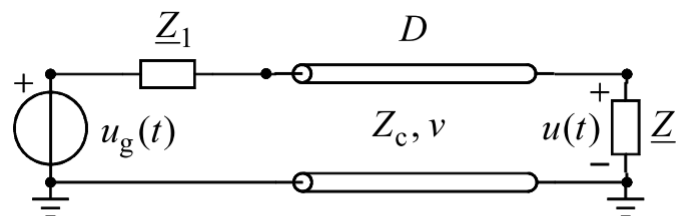
$$f = 200 \text{ MHz}, u_g(t) = \sqrt{2}U_g \cos(2\pi f t),$$

$$U_g = 5 \text{ V}, Z_1 = 75 \Omega, Z_2 = 50 \Omega. \text{ Одредити}$$

(4) примарне параметре вода

(6) коефицијент рефлексије на улазу вода и средњу (активну) снагу потрошача Z_2

(5) тренутну вредност напона $u(t)$ на крају вода.



Примарни параметри вода су

Коефицијент рефлексије на улазу вода је

Средња снага потрошача је

Тренутна вредност напона на крају вода је





Ideal RG59

The screenshot displays the Micro-Cap 12.2.0.4 software interface. The main workspace shows a circuit diagram for an ideal RG59 cable model. The circuit includes an AC voltage source labeled $V1$ with a value of $Ugmax$, a resistor $R1$ with a value of 7.071 , a capacitor $Z1$ with a value of $2.828 \cdot 10^{-346}f$, and a resistor $Z2$ with a value of $56.569m \cdot 0.014f$. The circuit is connected to ground at several points. A 'Dynamic AC Limits' dialog box is open, showing simulation parameters: Frequency List (ucestanost), Temperature List (27), Slider Percentage Step Size (10), and Complex Value Display options (Magnitude, Magnitude in dB, Real Part, None for First Value; Phase in Degrees, Phase in Radians, Imaginary Part, None for Second Value). The status bar at the bottom indicates 'Dynamic AC' and 'Micro-Cap 12.2.0.4 (...)'.

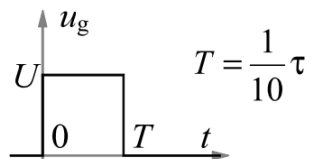
```
.define Zc 75
Lprim=66.667p
Crim=375n
.define brzina 2e8
Tprim=5n
.define duzina 1
tau=5n
.define ucestanost 200MEG
teta=6.283
teta*180/pi=360
.define Ug 5
.define Ugmax Ug*sqrt(2)
.define Z1 75
.define V1 V1max/sqrt(2)
.define Z2 50
V1=2,-0.245f
V2=2,0.49f
.define omega 2*pi*ucestanost
.define Cprim 1/(Zc*brzina)
.define Lprim Zc/brzina
.define Tprim 1/brzina
.define tau Tprim*duzina
.define teta omega*tau
.define Zu1 V1/IR1
Zu1=50,-10.205f
.define ro1 (Zu1-Zc)/(Zu1+Zc)
ro1=-200m,-0.098f
-1/5=-200m
.define IR1 I(R1)/sqrt(2)
.define IR2 I(R2)/sqrt(2)
IR1=40m,0.003f
IR2=40m,0.01f
.define PR2 abs(V2)^2/Z2
PR2=80m
2/25=80m
.define V1max V(n1)
.define V2max V(n2)
.define V1 V1max/sqrt(2)
.define V2 V2max/sqrt(2)
abs(IR1)=40m
ph(IR1)=4.678f
abs(V2)=2
ph(V2)=14.033f
.define V1max V(n1)
.define V2max V(n2)
.define V1 V1max/sqrt(2)
.define V2 V2max/sqrt(2)
abs(IR1)=40m
ph(IR1)=4.678f
abs(V2)=2
ph(V2)=14.033f
```

Задатак (6)

Задатак 2

Идеалан вод дужине D има примарне параметре C' и L' . Вод је без почетне енергије, $R_1 = Z_c$, а каузална побуда је позната. Одредити

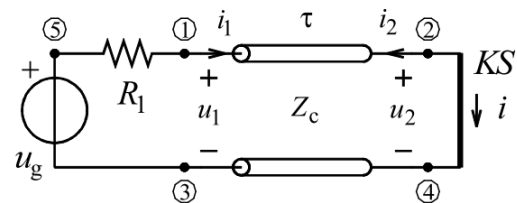
- (7) Карактеристичну импедансу вода Z_c , кашњење вода τ , струју кратког споја $i(t)$, њен домен, и
- (5) улазну струју $i_1(t)$ вода и њен домен.
- (3) Нацртати график улазне струје $i_1(t)$ за $-\tau < t < 3\tau$ ако је побуда дата на слици.



Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осам, и тачке екстремума.

Карактеристична импеданса вода је

Кашњење вода је



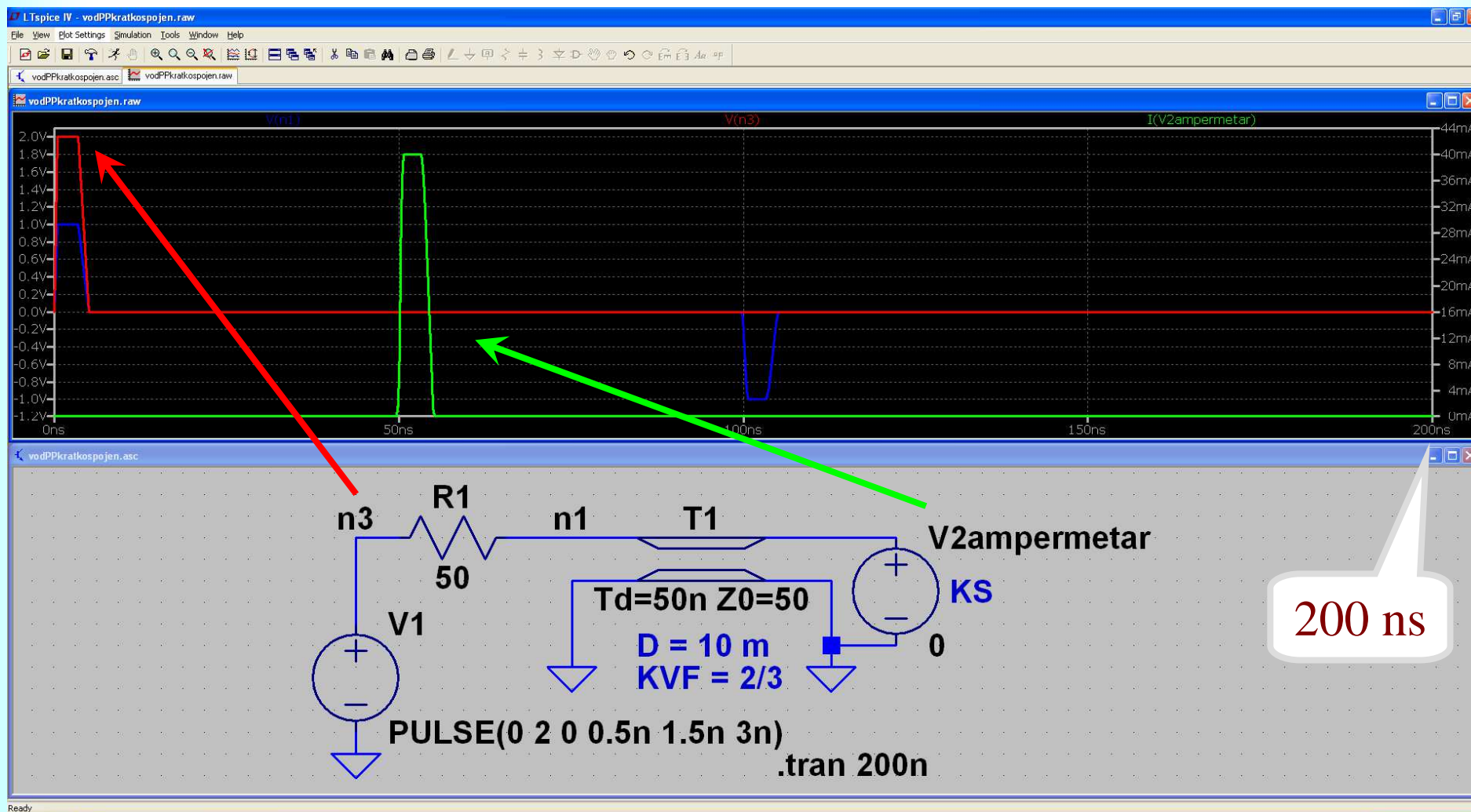
$$\begin{cases} u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau) \\ u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \end{cases}$$

Струја кратког споја $i(t)$ и њен домен су

Улазна струја вода $i_1(t)$ и њен домен су

График улазне струје $i_1(t)$ је

Краткоспојен вод прилагођен на улазу

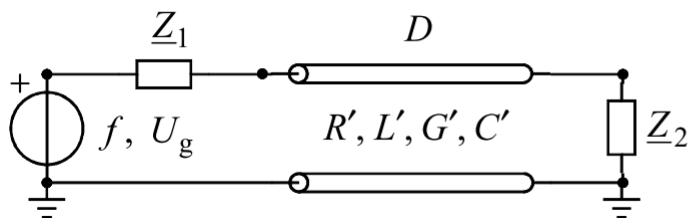


Задатак (7)

Задатак 1

RF микротракасти вод на електронској штампаној плочи телекомуникационог склопа се може приближно представити као вод чији су примарни параметри $R' = 9.4443 \Omega/\text{m}$, $L' = 307.25 \text{ nH}/\text{m}$, $G' = 34.84 \text{ mS}/\text{m}$, $C' = 122.5 \text{ pF}/\text{m}$. Дужина вода је $D = 16.8 \text{ mm}$. Одзив је устаљен и простопериодичан, учестаност је $f = 2.425 \text{ GHz}$, $u_g(t) = \sqrt{2}U_g \cos(2\pi f t)$, $U_g = 2 \text{ V}$, $Z_1 = 50 \Omega$, $Z_2 = 75 \Omega$. Одредити

- (5) секундарне параметре вода
- (5) таласну дужину и средњу (активну) снагу потрошача Z_2
- (5) заменску Т-шему вода.

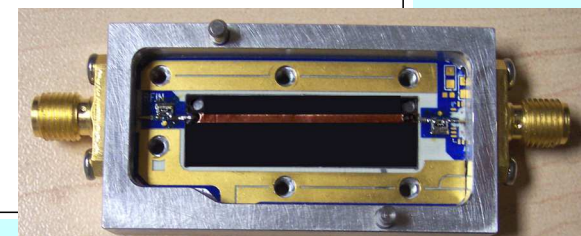


Секундарни параметри вода су

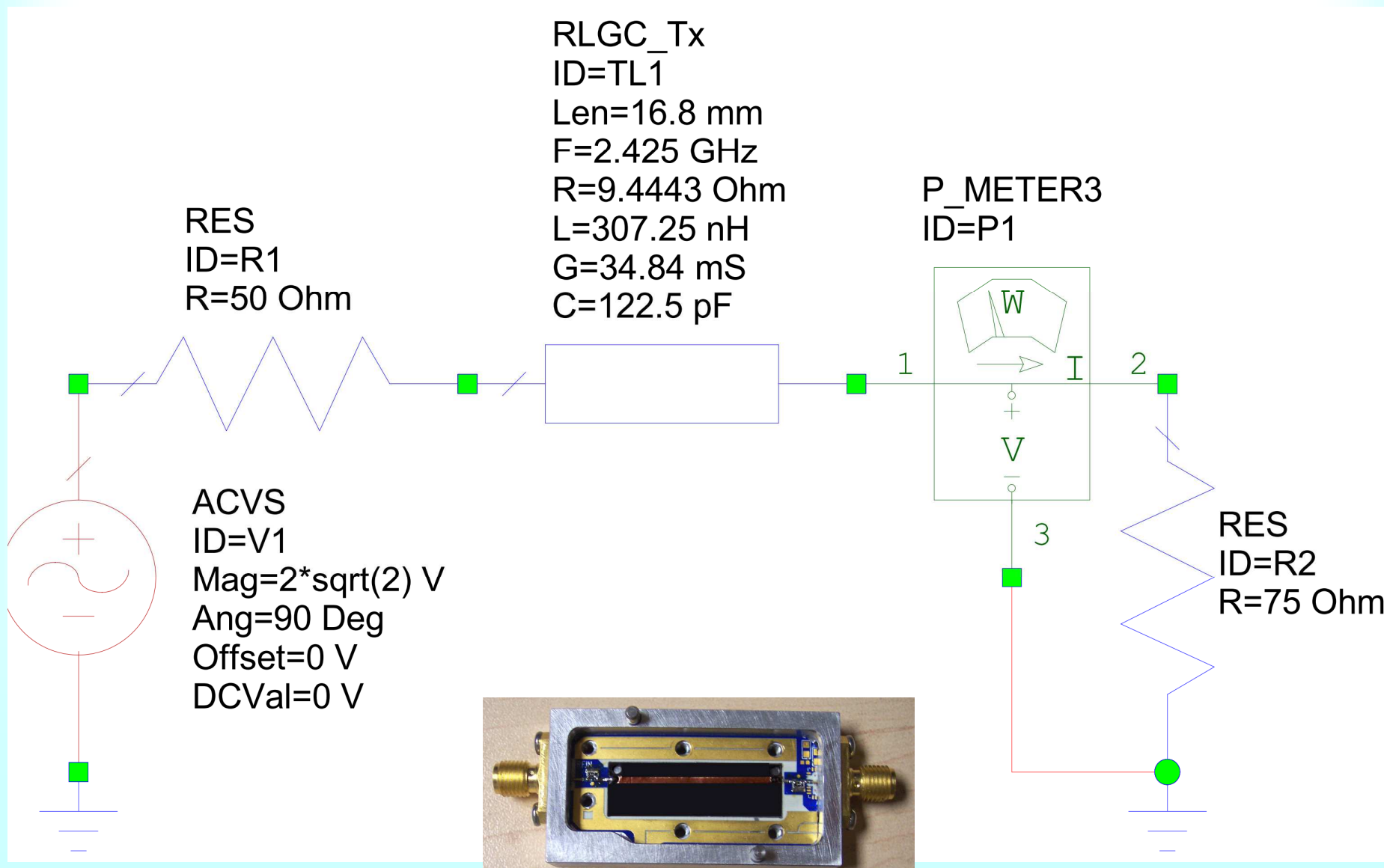
Таласна дужина је

Средња (активна) снага потрошача је

Заменска Т-шема вода је



Microwave office (MWO)



MWO Output Equations

Rprim=9.4443 Lprim=3.0725e-7
 Gprim=0.03484 Cprim=1.225e-10
 D=0.0168 f=2.425e9
 omega=2*(PI)*f

Zprim=Rprim+j*omega*Lprim
 Yprim=Gprim+j*omega*Cprim
 Zc=sqrt(Zprim/Yprim)
 gama=sqrt(Zprim*Yprim)

Sekundarni parametri

Zc: (50.076,0.4168)
 gama: (0.96668,93.48)

alfa=real(gama) alfa: 0.96668
 beta=imag(gama) beta: 93.48

lambda=2*(PI)/beta
 lambda_mm=lambda/1e-3

Ug = kolo:Vcomp(ACVS.V1,1)
 Ug: (2.8284,0)

abs(Ug)/sqrt(2): 2 angle(Ug): 0

Talasna duzina

lambda_mm: 67.214

v=omega/beta v: 1.6299e8
 1/sqrt(Lprim*Cprim): 1.63e8

tau=D/v
 tau_ns=tau/1e-9 tau_ns: 0.10307

SUg = kolo:Pcomp(ACVS.V1,1)
 SR2 = kolo:Pcomp(P_METER3.P1,1)
 SUg: (0.047686,0.00031009)
 SR2: (0.018599,1.3327e-13)
 PR2_mW=real(SR2)/1e-3

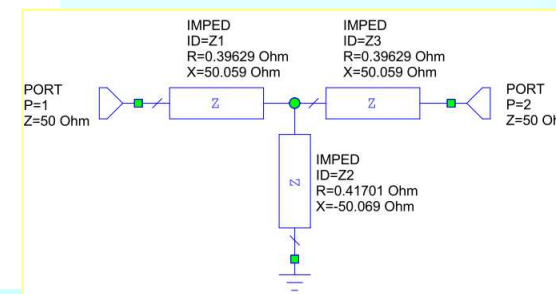
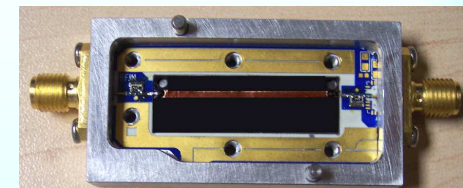
Srednja (aktivna) snaga potrosaca

PR2_mW: 18.599

ACVS je izvor sinusoidalnog napona
 amplitude Mag=2*sqrt(2) i pocetne faze Ang=90deg.

Pobuda je Mag*sin(w*t+Ang)=Mag*sin(w*t+90deg)
 a kosinusoida pobude je Mag*cos(w*t).

Fazor se izvodi iz kosinusoide i amplitude Ug=Mag.
 Kompleksna snaga se racuna kao U*conj(I)/2.



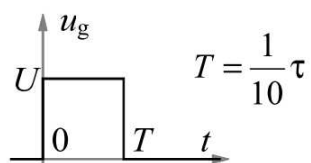
Z1Thyp=Zc*tanh(gama*D/2) Z1Thyp: (0.39629,50.059)
 Z2Thyp=Zc/sinh(gama*D) Z2Thyp: (0.41701,-50.069)
 Impedanse zamenske T-scheme odsecka voda analiticki.

Задатак (8)

Задатак 2

Идеалан вод дужине D има примарне параметре C' и L' . Вод је без почетне енергије, $R_1 = Z_c$, $R_2 = Z_c/3$, а побуда је позната. Одредити

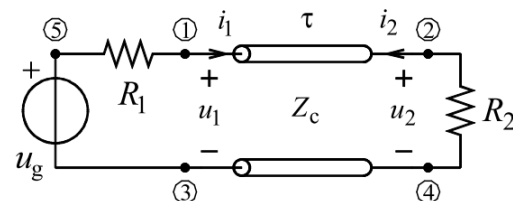
- (7) Карактеристичну импедансу вода Z_c , кашњење вода τ , излазни напон вода $u_2(t)$, његов домен,
 (5) улазни напон вода $u_1(t)$ и његов домен.
 (3) Нацртати напоне $u_1(t)$ и $u_2(t)$ за $-\tau < t < 3\tau$ ако је побуда дата на слици



Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Карактеристична импеданса вода је

Кашњење вода је



$$\begin{cases} u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau) \\ u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \end{cases}$$

Излазни напон $u_2(t)$ и његов домен су

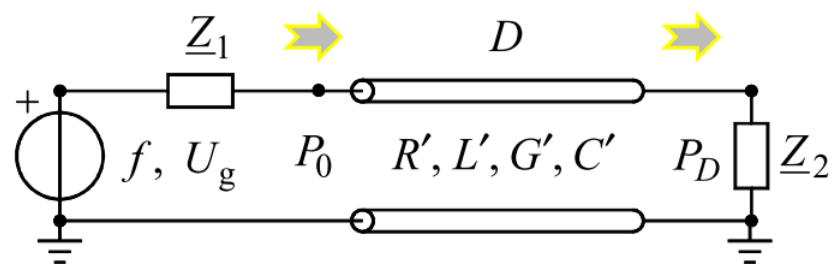
Улазни напон $u_1(t)$ и његов домен су

График напона $u_1(t)$ и $u_2(t)$ је

Задатак (9)

Задатак 1

RG58C/U коаксијални кабл за повезивање професионалних електронских RF мерних уређаја и телекомуникационе опреме се може приближно представити као вод чији су примарни параметри $R' = 5 \Omega/\text{m}$, $L' = 253 \text{ nH}/\text{m}$, $G' = 1 \text{ mS}/\text{m}$, $C' = 101 \text{ pF}/\text{m}$. Дужина вода је $D = 2 \text{ m}$. Одзив је устаљен и простопериодичан, учестаност је $f = 1 \text{ GHz}$, $u_g(t) = \sqrt{2}U_g \cos(2\pi f t)$, $U_g = 2 \text{ V}$, $Z_1 = 50 \Omega$, $Z_2 = 50 \Omega$. Одредити



- (5) секундарне параметре вода
- (5) таласну дужину и фазну брзину
- (5) слабљење од улаза до излаза вода дефинисано као $A_{\text{pdB}} = 10 \log_{10} P_0/P_D$, где је P_0 средња (активна) снага која се предаје воду на његовом улазу, а P_D средња (активна) снага потрошача Z_2 .





Micro-Cap 12 free: Branin, RG58C

Micro-Cap 12.2.0.4 (32 bit) [D:\Download\NFvodRLCG\NFvodRLCG.CIR]

File Edit Component Windows Options Analysis Dynamic AC Design Model Help

Compress Total Components 45457

- Analog Primitives (271)
 - Passive Components (21)
 - Active Devices (21)
 - Waveform Sources (14)
 - Function Sources (6)
 - NFV
 - NF1
 - NTIoF1
 - NTIoV
 - NTVoF1
 - NTVoV
 - Laplace Sources (8)
 - Z Transform Sources (4)
 - Dependent Sources (8)
 - Macros (52)
 - Subckts (12)
 - Connectors (7)
 - SMP5 (88)
 - Special Purpose (10)
 - N-Port (4)
 - Modulators (8)
 - IBIS (4)
 - Switched Capacitor (3)
 - Stability (1)
 - Analog Library (43027)
 - Digital Primitives (88)
 - Digital Library (2050)
 - Animation (12)
 - Filters (1)

```

.define Rprim 5
.define Lprim 253n
.define Cprim 101p
.define Gprim 1m
.define duzina 2

.define Zc sqrt((Rprim+Lprim*s)/(Gprim+Cprim*s))
.define gama sqrt((Rprim+Lprim*s)*(Gprim+Cprim*s))
.define omega 2*pi*F
.define beta Im(gama)
.define lambda 2*pi/beta
.define brzina omega/beta
.define Tprim 1/brzina

Zc=50.05,-39.278m
gama=74.975m,31.761
beta=31.761
lambda=197.824m
brzina=197.824MEG
Tprim=5.055n

.define Ug 2
F=1G
s=0,6.283G

.define V1 V(n1)
.define V2 V(n2)
.define I1 I(R1)
.define I2 I(R2)
.define Id -I2
.define Zu1 V1/I1

.define V(n3)=2
V1=1.001,22.691u
V2=663.226m,-548.655m
I1=19.986m,-453.813n
I2=-13.265m,10.973m
Zu1=50.071,2.272m
P1=20m
P2=14.818m
AP12dB=1.302
AV12dB=1.309

.define conjug(z) Re(z)-j*Im(z)
.define P1 Re(V1*conjug(I1))
.define P2 Re(V2*conjug(Id))
.define AP12dB 10*log10(P1 /P2)
.define AV12dB 20*log10(abs(V1/V2))

RG58C

```

Dynamic AC Limits

Frequency List: 1G

Temperature List: 27

Slider Percentage Step Size: 10

Complex Value Display

First Value: Magnitude

Second Value: Phase in Degrees

Start Previous Stop OK Cancel

Задатак (10)

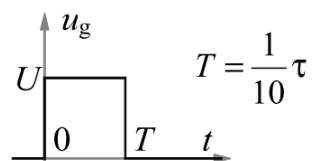
Задатак 2

Идеалан вод дужине D има примарне параметре C' и L' . Вод је без почетне енергије, $R_1 = Z_c$, $R_2 = 2Z_c$, а побуда је позната. Одредити

(7) карактеристичну импедансу вода Z_c , кашњење вода τ , излазни напон $u_2(t)$, његов домен,

(5) улазни напон $u_1(t)$ и његов домен.

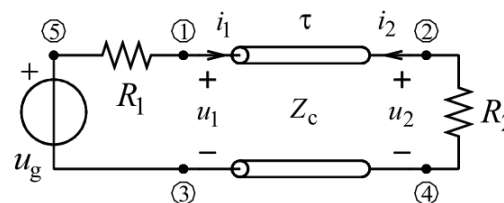
(3) Нацртати напоне $u_1(t)$ и $u_2(t)$ за $-\tau < t < 3\tau$ ако је побуда дата на слици



Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Карактеристична импеданса вода је

Кашњење вода је



$$\begin{cases} u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau) \\ u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \end{cases}$$

Излазни напон $u_2(t)$ и његов домен су

Улазни напон $u_1(t)$ и његов домен су

График напона $u_1(t)$ и $u_2(t)$ је

Задатак (11)



Ultra wideband 70 to 2700 MHz Wilkinson Divider/Combiner using 17 sections with an air dielectric for minimum loss

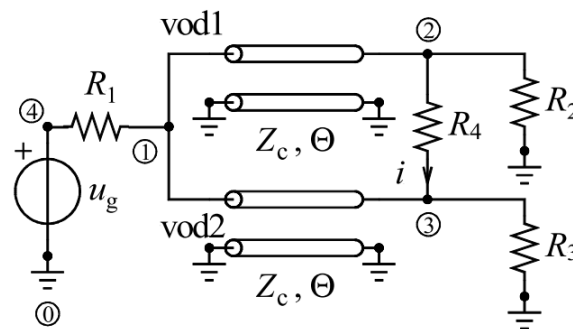
Задатак 2

Вилкинсонов делитељ снаге (Wilkinson power divider/combiner), који се користи у радарским системима и бежичним комуникационим системима (WLAN, WiFi, WiMAX, GPS, RFID), приказан је на слици.

Одзив је устаљен и простопериодичан, $u_g(t) = \sqrt{2}U_g \cos(2\pi f t)$. Водови су без губитака, карактеристичне импедансе $Z_c = \sqrt{2}R$ и електричне дужине $\Theta = \pi/2$ на учестаности f . Отпорности отпорника су $R_1 = R_2 = R_3 = R$, $R_4 = 2R$.

Одредити

- (5) напон на улазу водова, $v_1(t)$
- (4) струју $i(t)$ отпорника R_4
- (6) средње снаге отпорника R_2 и R_3 .



Напон на улазу водова, v_1 , је

Струја i отпорника R_4 је

Средње снаге отпорника R_2 и R_3 су

Делитељ снаге



Ultra wideband 70 to 2700 MHz Wilkinson Divider/Combiner using 17 sections with an air dielectric for minimum loss

Wilkinson power divider/combiner

```

.define R0 50
.define Zc R0*sqrt(2)
.define Umax 2*sqrt(2)
.define f 1G
.define tau (1/f)/4
    
```

AC {Umax}

ps=0.001f, -90°
Z0=Zc TD=tau

ps=0.001f, -90°
Z0=Zc TD=tau

pd=20m

pd=10m

pd=10m

pd=3.039E-066

Dynamic AC Limits

Frequency List: f

Temperature List: 27

Slider Percentage Step Size: 10

Complex Value Display

First Value: Magnitude

Second Value: Phase in Degrees

Start Previous Stop OK Cancel Help...

Defines the frequency at which the analysis is run. Comma separated list.

$$P_{R_2} = P_{R_3} = \frac{U_g^2}{8R}$$

Задатак (12)

Задатак 2

Идеалан вод дужине D има примарне параметре C' и L' . Вод и кондензатор су без почетне енергије, $R_1 = Z_c$, $u_g = U\vartheta(t)$,

$U > 0$, C је познато. Одредити

(7) карактеристичну импедансу вода Z_c , кашњење вода τ , струју кондензатора $i(t)$, њен домен,

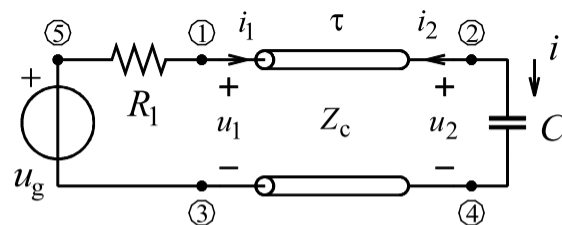
(5) улазну струју $i_1(t)$ и њен домен.

(3) Нацртати струју кондензатора $i(t)$.

Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Карактеристична импеданса вода је

Кашњење вода је



$$\begin{cases} u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau) \\ u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \end{cases}$$

Струја кондензатора $i(t)$ и њен домен су

Улазна струја $i_1(t)$ и њен домен су

График струје кондензатора $i(t)$ је

Задатак (13)

Задатак 2

Део електроенергетске дистрибутивне мреже се идеализовано може представити водовима без губитака истих параметара: подужна капацитивност је $C' = c$ а подужна индуктивност је $L' = l$. Одзив је устаљен.

Побуда је

$$u_g = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t) + U_{m2} \cos(2\omega t).$$

Постоји веза параметара $d_3 \omega \sqrt{cl} = \pi$.

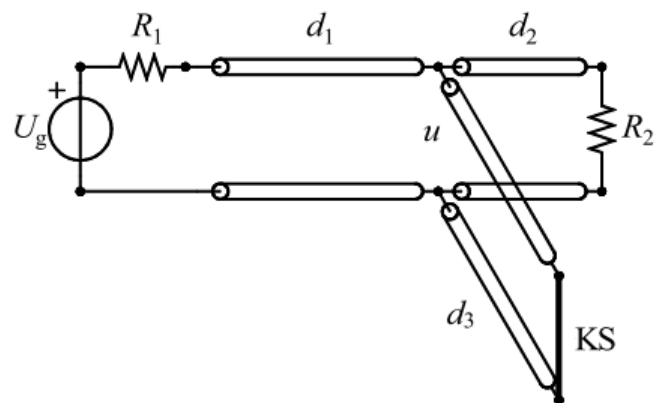
(5) Одредити тренутну вредност напона на месту споја водова.

(5) Одредити снагу отпорника R_2 .

(5) Нацртати граф кола.

Тренутна вредност напона на месту споја водова је

Снага отпорника R_2 је



Граф кола је

Задатак (14)

Задатак 2

Идеалан вод дужине D има примарне параметре C' и L' . Вод и калем су без почетне енергије, $R_1 = Z_c$, $u_g = U\vartheta(t)$,

$U > 0$, L је познато. Одредити

(7) карактеристичну импедансу вода Z_c ,

кашњење вода τ , напон калема $u_2(t)$, његов домен,

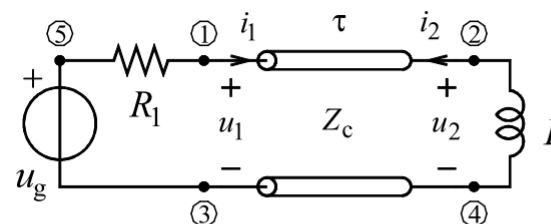
(5) улазну струју $i_1(t)$ и њен домен.

(3) Нацртати график напон калема $u_2(t)$.

Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

 Карактеристична импеданса вода је

Кашњење вода је



$$\begin{cases} u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau) \\ u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \end{cases}$$

Напон калема $u_2(t)$ и његов домен су

Улазна струја $i_1(t)$ и њен домен су

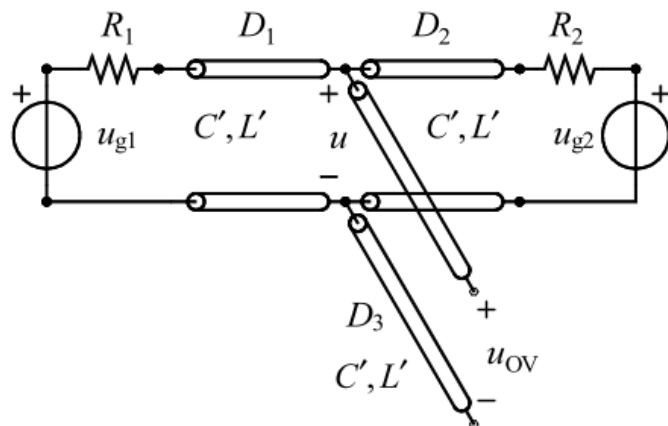
График напона калема $u_2(t)$ је

Задатак (15)

Задатак 1

Водови без губитака имају исте подужне параметре $C'=c$ и $L'=l$. Постоји веза параметара $D_1 = D_2 = D_3 = d$, $2d\omega\sqrt{cl} = \pi$, $R_1 = R_2 = \sqrt{l/c}$. Одзив је устаљен а побуда је $u_{g1} = 2U + \sqrt{2}U \cos(\omega t)$, $u_{g2} = \sqrt{2}U \cos(3\omega t)$.
Одредити

- (5) тренутну вредност напона на месту споја
- (5) тренутну вредност напона отворене везе
- (5) број грана графа електричног кола.



Тренутна вредност напона u на месту споја водова је

Тренутна вредност напона отворене везе је

Број грана графа електричног кола је

Задатак (16)

Задатак 2

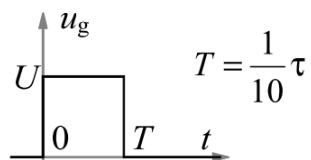
Идеалан вод дужине D има примарне параметре C' и L' . Вод је без почетне енергије, $R_1 = Z_c$, а побуда је позната.

Одредити

(7) Карактеристичну импедансу вода Z_c , кашњење вода τ , струју кратког споја $i(t)$, и њен домен, и

(5) улазни напон $u_1(t)$ и његов домен.

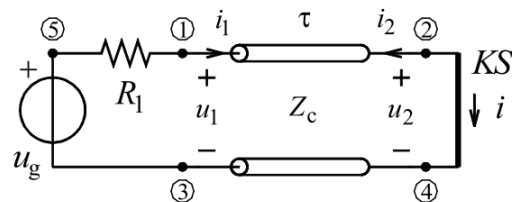
(3) Нацртати график улазног напона $u_1(t)$ за $-\tau < t < 3\tau$ ако је побуда дата на слици.



Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осамом, и тачке екстремума.

Карактеристична импеданса вода је

Кашњење вода је



$$\begin{cases} u_1(t) = Z_c i_1(t) + Z_c i_2(t - \tau) + u_2(t - \tau) \\ u_2(t) = Z_c i_2(t) + Z_c i_1(t - \tau) + u_1(t - \tau) \end{cases}$$

Струја кратког споја $i(t)$ и њен домен су

Улазни напон $u_1(t)$ и његов домен су

График улазног напона $u_1(t)$ за $-\tau < t < 3\tau$ и за дату побуду је

Задатак (17)

Задатак 2

Водови са слике су без губитака и имају исте параметре: подужна капацитивност је $C' = c$ а подужна индуктивност је $L' = l$.

Одзив је устаљен. Побуда је

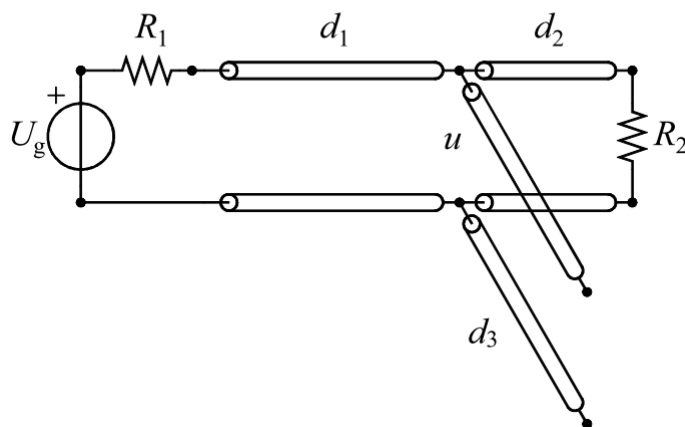
$$u_g = U_0 + \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t) + U_{m3} \cos(3\omega t).$$

Постоји веза параметара $2d_3\omega\sqrt{cl} = \pi$.

(7) Одредити тренутну вредност напона на месту споја водова.

(5) Одредити снагу отпорника R_2 .

(3) Нацртати граф кола.



Тренутна вредност напона на месту споја водова је

Снага отпорника R_2 је

Граф кола је



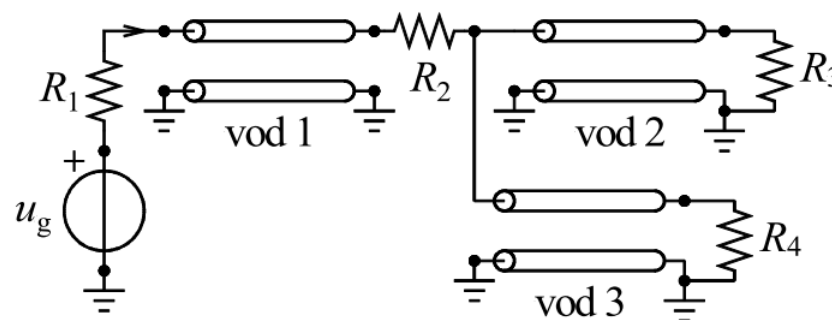
Задатак (18)

Задатак 1

Неоклопљена парица (Unshielded Twisted Pair, UTP) за повезивање рачунара у мрежу се може приближно представити као вод без губитака чија је карактеристична импеданса $Z_c = 100 \Omega$. Електрично коло чине три оваква вода и отпорници отпорности $R_1 = 2R_2 = R_3 = R_4 = Z_c$. Одзив је устаљен и простопериодичан, а побуда је u_g .

Одредити

- (5) струју извора,
- (5) коефицијент рефлексije на улазу првог вода, и
- (5) снаге отпорника R_3 и R_4 .



Струја извора је

Коефицијент рефлексije на улазу првог вода је једнак

Снаге отпорника су

UTP



Micro Cap 12.2.0.4 (32 bit) [D:\Download\UTP.CIR]

UTP
Unshielded Twisted Pair

```

.define ucestanost 100MEG          .define Zu1 V(n1)/I(R1)          .define ro1 (Zu1-Zc)/(Zu1+Zc)
.define omega 2*pi*ucestanost      Zu1=100,2.074E-029             ro1=0.213f,1.037E-031
                                   28.284m,0.007f
    
```

$i = \frac{u_g}{2Z_c}$

$abs(-I(V1)/\sqrt{2})=20m$
 $ph(-I(V1))=-5.941E-030$

$PR_3 = PR_4 = \frac{u_g^2}{16Z_c}$

AC {Ugmax} V1
 pg=80m,8.295E-033
 ps=0.007f,3.673E-033
 Z0=Zc TD=10n
 Zc/2 R2
 ps=0,-1.541E-033
 Z0=Zc TD=30n
 ps=40m,6.842E-049
 Zc R1
 ps=10m,1.541E-033
 Zc R3
 Zc R4
 .define Ug 4
 .define Ugmax Ug*sqrt(2)
 .define Zc 100
 .define PR3 abs(V(n3)/sqrt(2))^2/Zc
 PR3=10m
 .define PR4 abs(V(n4)/sqrt(2))^2/Zc
 PR4=10m

T1
 T2
 T3

n6, n1, n2, n5, n3, n4

28.284m,-2.933E-033
 -28.284m,-0.007f
 14.142m,0.003f
 -14.142m,-0.01f
 14.142m,0.014f
 -14.142m,-0.014f

Dynamic AC Limits
 Frequency List: ucestanost
 Temperature List: 27
 Slider Percentage Step Size: 10
 Complex Value Display: First Value: Magnitude, Second Value: Phase in Degrees

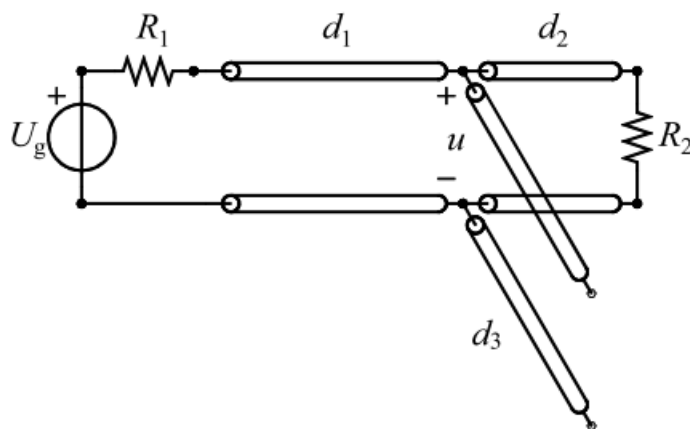
Grid 78,46

Задатак (19)

Задатак 1

Водови без губитака имају исте подужне параметре $C'=c$ и $L'=l$. Постоји веза параметара $R_1 = R_2 = \sqrt{l/c}$, $d_1 = 3d_3$, $2d_3\omega\sqrt{cl} = \pi$. Одзив је устаљен а побуда је $u_g = U + U \sin(\omega t) + \sqrt{2}U \cos(3\omega t)$. Одредити

- (5) тренутну вредност напона на месту споја
- (5) снагу отпорника R_2
- (5) ефективну вредност струје генератора.



Тренутна вредност напона u на месту споја водова је

Снага отпорника R_2 је

Ефективна вредност струје генератора је

Задатак (20)

Вредности елемената електричног кола са слике су познате.

Водови су без губитака, истих подужних параметара, и имају исту електричну дужину $\Theta = \frac{\pi}{4}$ и карактеристичну импедансу Z_c .

Одзив је устаљен.

Побуда је простопериодична $u_g(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t)$.

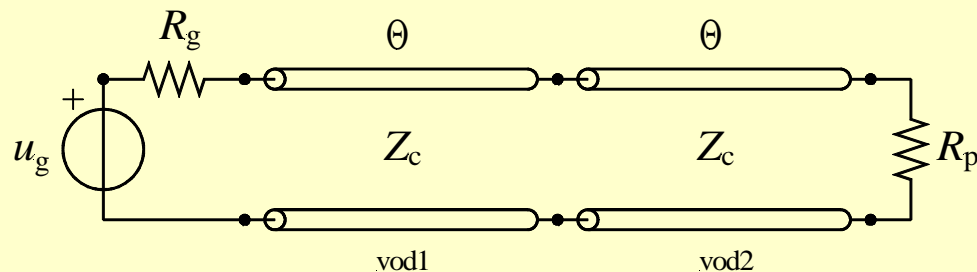
Коефицијент рефлексије на резистивном потрошачу је $\rho_p = \frac{1}{3}$.

Отпорност отпорника генератора R_g је $R_g = \frac{1}{2}Z_c$.

(а) Одредити средњу (активну) снагу која се предаје другом воду.

(б) Колики је коефицијент рефлексије на улазу првог вода?

(в) Одредити средњу снагу (активну снагу) потрошача.

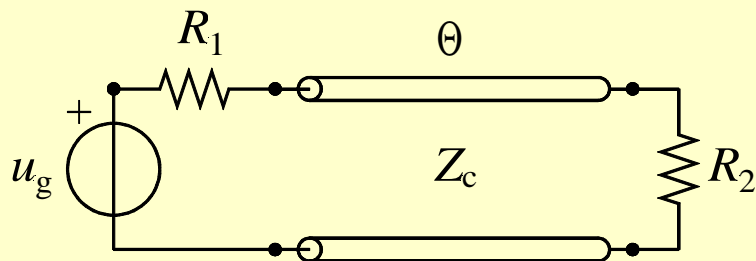


Задатак (21)

Вод је без губитака. Одзив је устаљен. Побуда је простопериодична. R_1 и R_2 су познати. $u_g(t) = U_m \sin(\omega t)$. (а) Одредити електричну дужину вода Θ и карактеристичну импедансу вода Z_c тако да средња снага која се предаје воду буде највећа могућа.

(б) Одредити средњу снагу отпорника, којим је завршен вод, за одређену електричну дужину и карактеристичну импедансу.

(в) Колики је коефицијент рефлексije на улазу вода за одређену електричну дужину и карактеристичну импедансу?



Задатак (22)

Вод и краткоспојени огранак су без губитака.

Капацитивност кондензатора C и карактеристична импеданса Z_c су познати.

Одзив је устаљен.

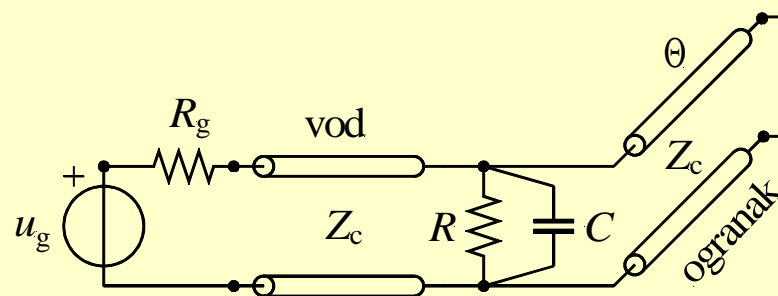
Побуда је простопериодична. $u_g(t) = U_m \cos(\omega t)$, $R_g = Z_c$.

(а) Одредити електричну дужину огранка Θ и отпорност потрошача R тако да средња снага потрошача буде највећа могућа.

(б) Одредити средњу снагу која се предаје воду за претходно одређену електричну дужину и отпорност.

(в) Колики је коефицијент рефлексије на улазу вода за претходно одређену електричну дужину и отпорност?

Нацртати граф овог електричног кола.



Задатак (23)

Вредности елемената електричног кола са слике су познате.

Подужна капацитивност водова је $C'=c$ а подужна индуктивност је $L'=l$.

$$R_1 = 0.2R, R_2 = R, R_3 = R,$$

$$l = 4R^2c, d_1 = 2d_2, d_1\omega\sqrt{cl} = \pi,$$

$$u_g = \sqrt{2}U \sin(\omega t).$$

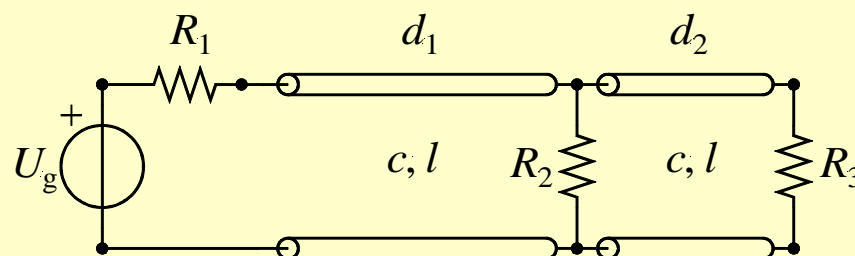
Водови су без губитака.

Одзив је устаљен.

(а) Одредити тренутну вредност струје напонског извора.

(б) Одредити средњу снагу коју напонски извор (напонски генератор) предаје остатку електричног кола.

(б) Колики је коефицијент рефлексије на улазу првог вода?



James Clerk Maxwell 1831–1879

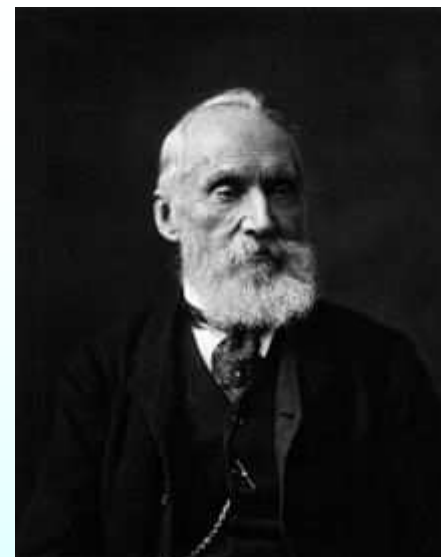


Математичар и физичар. Родоначелник класичне теорије електромагнетизма. Рођен у Edinburgh, Scotland, Уједињено Краљевство.

William Thomson, 1st Baron Kelvin

1824–1907

In 1893, Thomson headed an international commission to decide on the design of the *Niagara Falls power station*. Despite his previous belief in the superiority of direct current electric power transmission, he was convinced by **Nikola Tesla**'s demonstration of *three-phase alternating current* power transmission at the Chicago World's Fair of that year and agreed to use **Tesla**'s system. In 1896, Thomson said "**Tesla** has contributed more to electrical science than any man up to his time."



Математичар,
физичар и
инжењер. Рођен у
Belfast, Ireland.

Oliver Heaviside 1850–1925

"I do not refuse my dinner simply because I do not understand the process of digestion."



Један од највећих прегалаца модерне електротехнике и Теорије електричних кола. Увео је анализу и модел вода. Рођен у Лондону, Уједињено Краљевство.