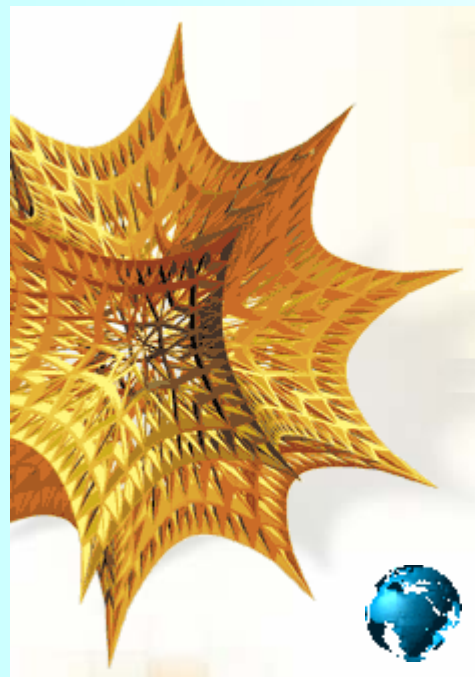
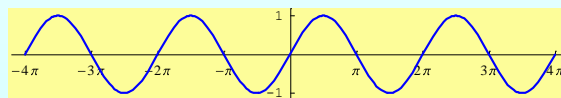


Теорија електричних кола

$$\underline{U}^{(\omega)} = \underline{U} = U e^{j\theta} = \frac{\omega}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u(t) e^{-j\omega t} dt$$



Милка Потребих

Питања

(5) Фазорска трансформација ($j\omega$ рачун) се користи за одређивање

- (а) одзива на почетне услове
- (б) потпуног одзива
- (в) устаљеног одзива
- (г) одзива на каузалну побуду
- (д) импулсног одзива ?

(4) У временски непроменљивом линеарном електричном колу делује један извор простопериодичне струје. Устаљен одзив ће моћи да се успоставити ако је комплексна учестаност извора

- а) различита од сопствених учестаности кола,
- б) једнака реалном делу једне од сопствених учестаности кола,
- в) једнака сопственој учестаности кола,
- г) у отвореној левој комплексној полуравни ?

(5) Шта је пропусни опсег 3 dB? Објаснити поступак за његово одређивање?

Погледати предавања.

(5) Шта је отворена лева комплексна полураван?

Погледати предавања.

Задаци (1а)

Задатак 1

LC-реализација филтра (Butterworth maximally flat lowpass approximation) има

познате параметре и $L = \sqrt{2} \frac{R}{\Omega}$, $C = \sqrt{2} \frac{1}{R\Omega}$,

$\Omega > 0$. Одредити

(5) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола)

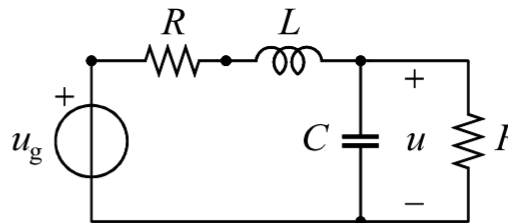
$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}$, њене нуле и полове,

(5) амплитудски одзив $A(\omega)$, пропусни опсег 3 dB, његову ширину и горњу и доњу граничну учестаност.

(5) Нацртати амплитудску карактеристику за $0 \leq \omega \leq 7\Omega$. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Трансфер функција је

$$\underline{H}(s) = \frac{\Omega^2}{2(s^2 + \sqrt{2}\Omega s + \Omega^2)}$$



Нуле и полови су

$$s_z \in \{ \}$$

$$s_p \in \left\{ \frac{-1-j}{\sqrt{2}}\Omega, \frac{-1+j}{\sqrt{2}}\Omega \right\}$$

Амплитудски одзив је

$$A(\omega) = \frac{\Omega^2}{2\sqrt{\omega^4 + \Omega^4}}$$

Пропусни опсег 3 dB је

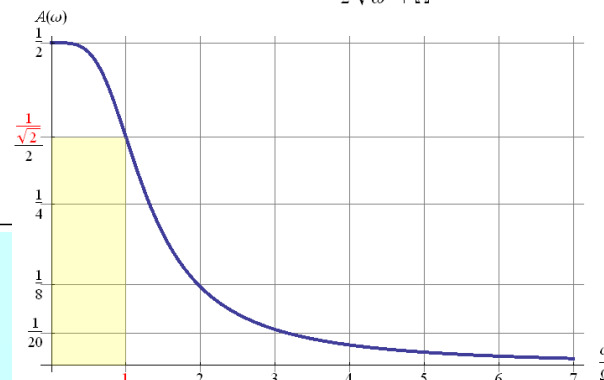
$$\omega_1 = 0$$

$$\omega_2 = \Omega$$

$$B_{\omega 3dB} = \omega_2 - \omega_1 = \Omega$$

Амплитудска карактеристика је

$$A(\omega) = |\underline{H}(i\omega)| = \frac{\Omega^2}{2\sqrt{\omega^4 + \Omega^4}}$$



Задаци (16)

Задатак 2

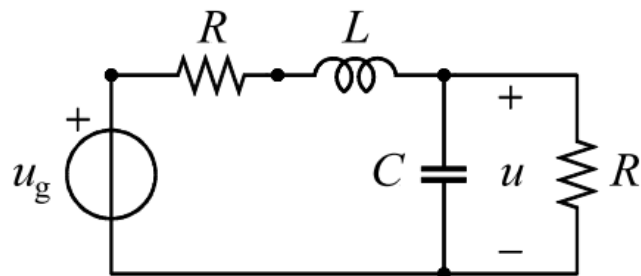
Вредности елемената електричног кола са слике су познате и важи веза $L = R^2 C$.

(5) Одредити трансфер функцију

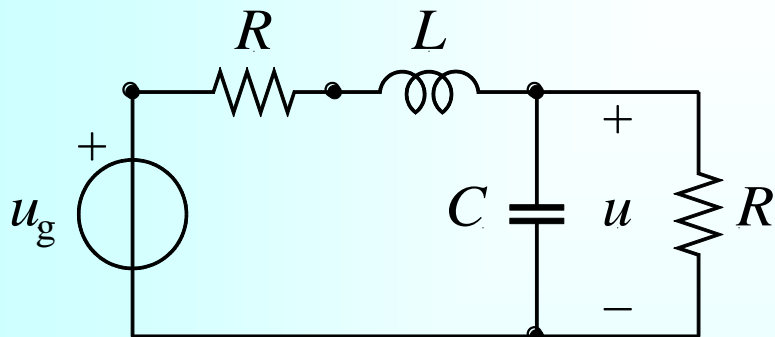
$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}.$$

(5) Нацртати амплитудску карактеристику.

(5) Одредити пропусни опсег 3dB.



Трансфер функција



$$L = R^2 C$$

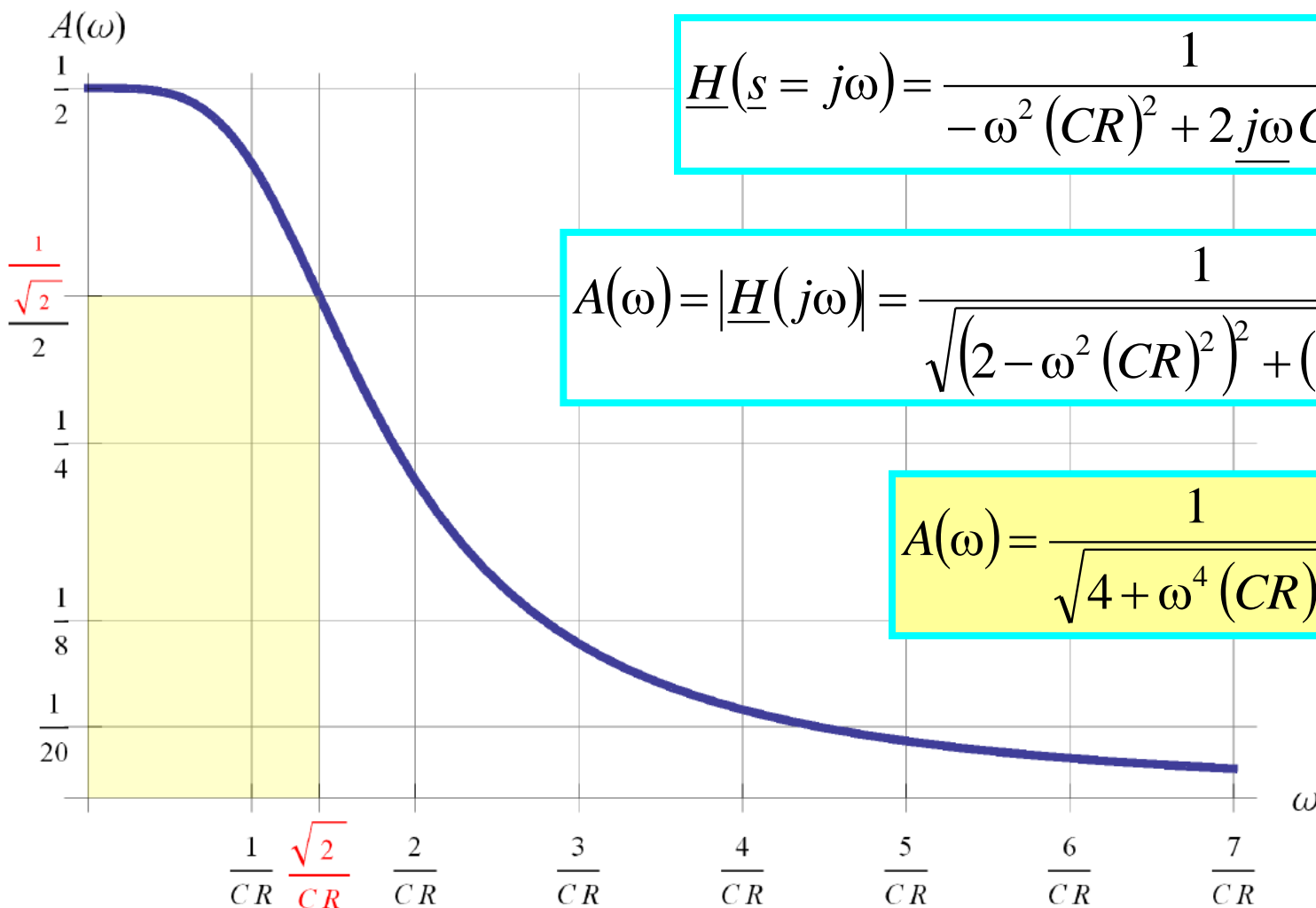
$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{\underline{U}(\underline{s})}{\underline{U}_g(\underline{s})} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

$$\underline{Z}_1 = R + \underline{s}L$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{R \frac{1}{\underline{s}C}}{R + \frac{1}{\underline{s}C}} = \frac{R}{\underline{s}CR + 1}$$

$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{\frac{R}{\underline{s}CR + 1}}{R + \underline{s}L + \frac{R}{\underline{s}CR + 1}} = \frac{R}{\underline{s}CR^2 + R + \underline{s}^2 CRL + \underline{s}L + R} \stackrel{L=R^2C}{\downarrow} = \frac{1}{\underline{s}^2 (CR)^2 + 2\underline{s}CR + 2}$$

Амплитудска карактеристика



$$\underline{H}(\underline{s} = j\omega) = \frac{1}{-\omega^2 (CR)^2 + 2j\omega CR + 2}$$

$$A(\omega) = |\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(2 - \omega^2 (CR)^2)^2 + (2\omega CR)^2}}$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{4 + \omega^4 (CR)^4}}$$

Одређивање пропусног опсега

Амплитудски одзив се обележава и са $M(\omega)$, Magnitude response

$$A(\omega) = | \underline{H}(j\omega) |$$

$$A_{\text{ref}} = A(\omega_{\text{ref}})$$

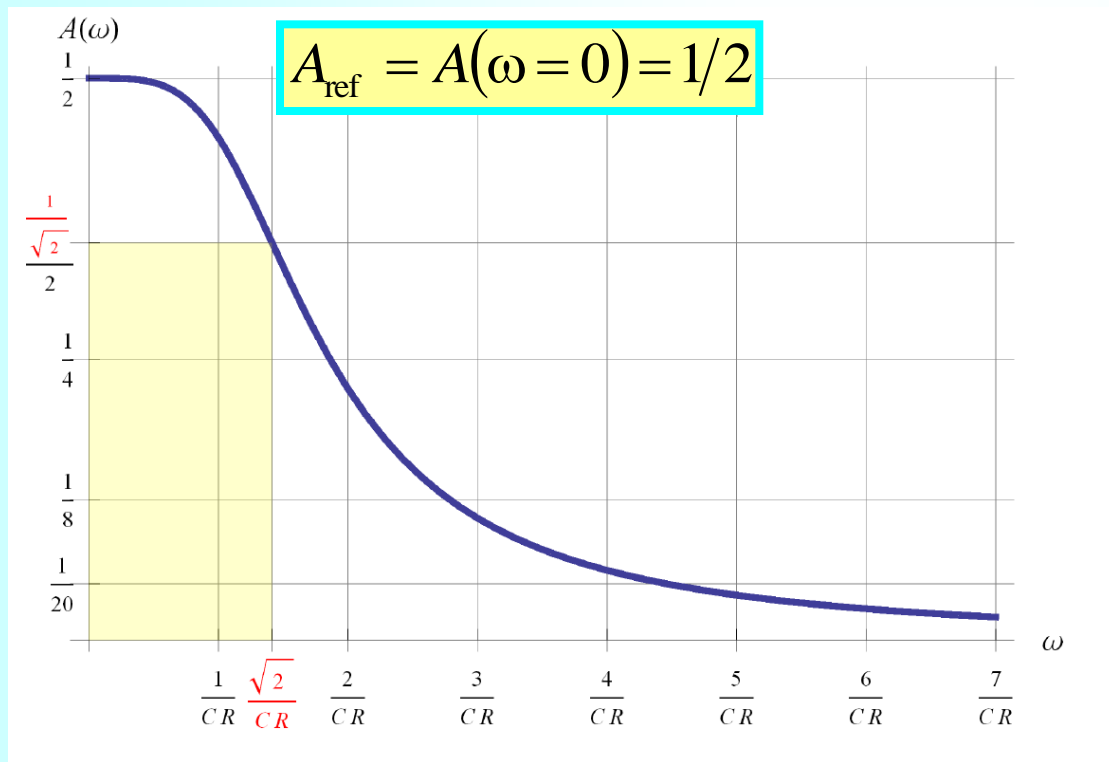
$$A(\omega)^2 \geq \frac{1}{2} A_{\text{ref}}^2$$

$$\omega_{\text{min}} \leq \omega \leq \omega_{\text{max}}$$

Овако дефинисан пропусни опсег се зове **пропусни опсег 3 dB**

Пропусни опсег може бити и унија дисјунктних интервала по учестаности. Пример су преносиви уређаји (smartphone, tablet, notebook) код којих треба раздвојити сигнале различитих услуга (GPS, WiFi).

Пропусни опсег 3dB



$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} A_{\text{ref}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{4 + \omega^4 (CR)^4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2}$$

$$4 + \omega^4 (CR)^4 = 8 \Rightarrow \omega_{\text{g,NF}} = \frac{\sqrt{2}}{RC}$$

Филтар пропусник ниских учестаности

$$B_{3\text{dB}} = \left\{ 0, \frac{\sqrt{2}}{CR} \right\}$$

Задаци (2а)

Задатак 1

LC-реализација филтра (Butterworth maximally flat highpass approximation) има

познате параметре и $L = \frac{R}{\sqrt{2}\Omega}$, $C = \frac{1}{\sqrt{2}R\Omega}$,

и реални параметар $\Omega > 0$. Одредити

(6) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола,

трансмитансу напона) $\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}$, њене

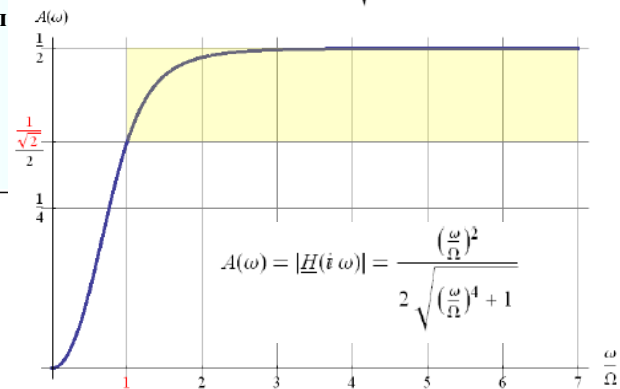
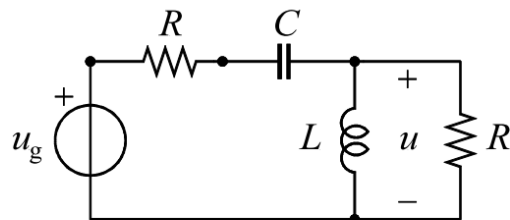
нуле и полове, амплитудски одзив $A(\omega)$,

(5) пропусни опсег 3 dB, његову ширину и горњу и доњу граничну учестаност.

(4) Нацртати амплитудску карактеристику. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Трансфер функција је

$$\underline{H}(s) = \frac{s^2}{2(s^2 + \sqrt{2}\Omega s + \Omega^2)}$$



Нуле и полови су

$s_z \in \{0, 0\}$ двострука нула у нули,

$$s_p \in \left\{ \frac{-1-j}{\sqrt{2}}\Omega, \frac{-1+j}{\sqrt{2}}\Omega \right\}$$

Амплитудски одзив је

$$A(\omega) = \frac{\omega^2}{2\sqrt{\omega^4 + \Omega^4}}$$

Пропусни опсег 3 dB је

$$\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2, \quad \omega_{\text{ref}} = \infty, \quad A(\omega) \geq \frac{1}{\sqrt{2}} A(\omega_{\text{ref}})$$

$\omega_1 = \Omega$, доња гранична учестаност

$\omega_2 = +\infty$, горња гранична учестаност

$B_{\omega 3\text{dB}} = \omega_2 - \omega_1 = \infty$, ширина пропусног опсега 3 dB по угаоној учестаности

Задаци (2б)



Задатак 2

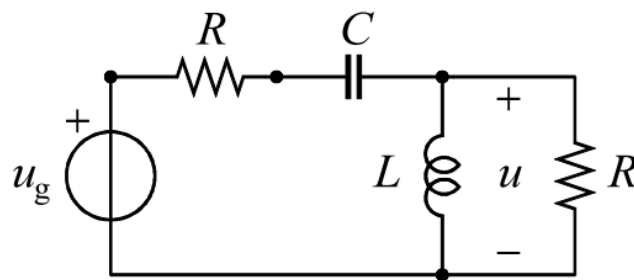
Вредности елемената електричног кола са слике су познате и важи веза $L = R^2 C$.

(5) Одредити трансфер функцију

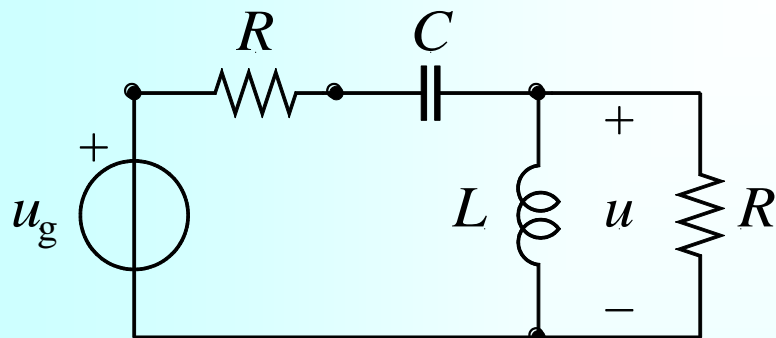
$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}.$$

(5) Нацртати амплитудску карактеристику.

(5) Одредити пропусни опсег 3dB.



Трансфер функција



$$L = R^2 C$$

$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{\underline{U}(\underline{s})}{\underline{U}_g(\underline{s})} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{\underline{s}C}$$

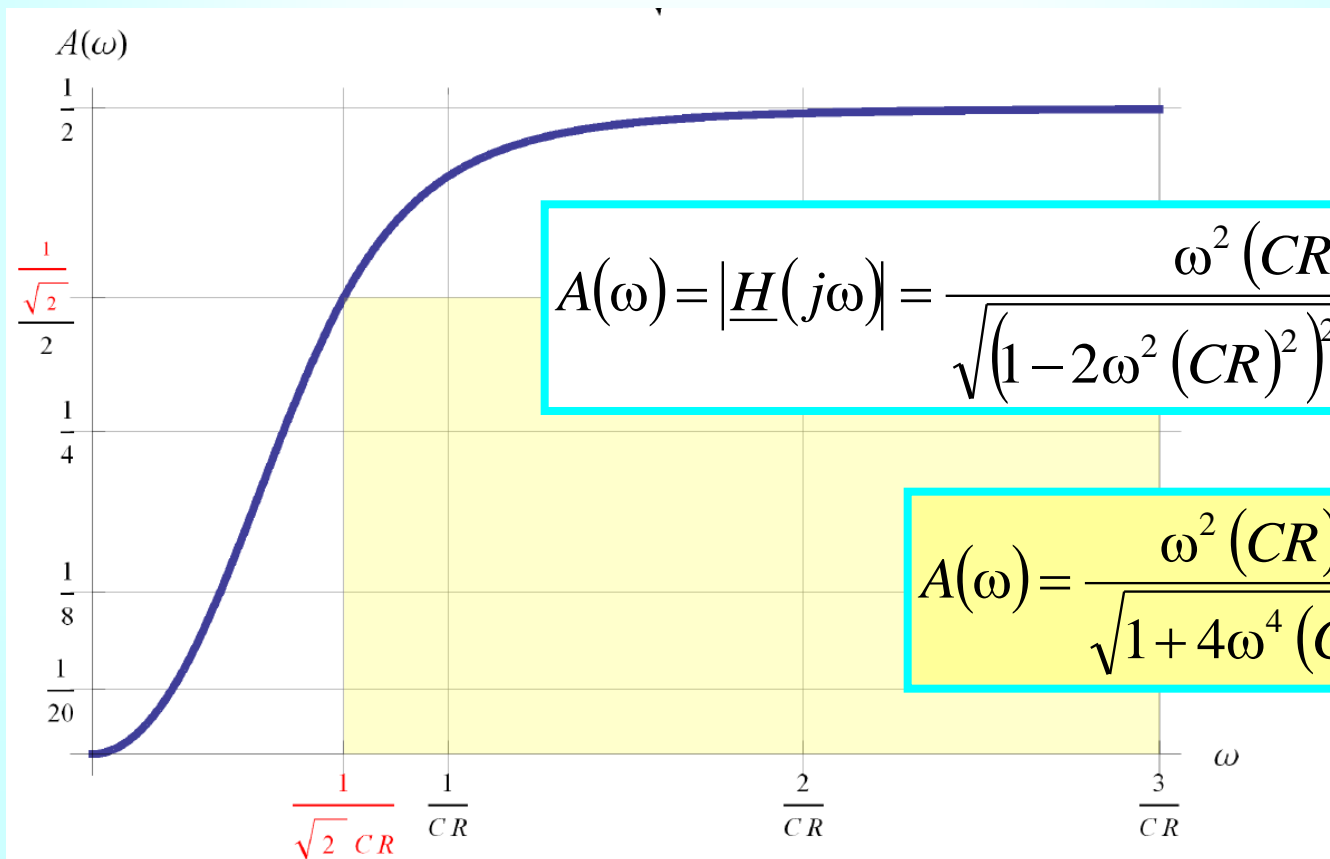
$$\underline{Z}_2 = \frac{R \underline{s}L}{R + \underline{s}L}$$

$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{\frac{R \underline{s}L}{R + \underline{s}L}}{R + \frac{1}{\underline{s}C} + \frac{R \underline{s}L}{R + \underline{s}L}}$$

$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{\underline{s}^2 C R L}{\underline{s} C R^2 + \underline{s}^2 C R L + R + \underline{s} L + \underline{s}^2 C R L} \stackrel{L=R^2 C}{\downarrow} = \frac{\underline{s}^2 (C R)^2}{2(C R)^2 \underline{s}^2 + 2 C R \underline{s} + 1}$$

Амплитудска карактеристика

$$\underline{H}(s = j\omega) = \frac{-\omega^2 (CR)^2}{-2(CR)^2 \omega^2 + 2CRj\omega + 1}$$



$$A(\omega) = |\underline{H}(j\omega)| = \frac{\omega^2 (CR)^2}{\sqrt{(1 - 2\omega^2 (CR)^2)^2 + (2\omega CR)^2}}$$

$$A(\omega) = \frac{\omega^2 (CR)^2}{\sqrt{1 + 4\omega^4 (CR)^4}}$$

Пропусни опсег 3dB

$$A(\omega) = \frac{\omega^2 (CR)^2}{\sqrt{1 + 4\omega^4 (CR)^4}}$$

$$A_{\text{ref}} = A(\omega \rightarrow \infty) = 1/2$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} A_{\text{ref}}$$

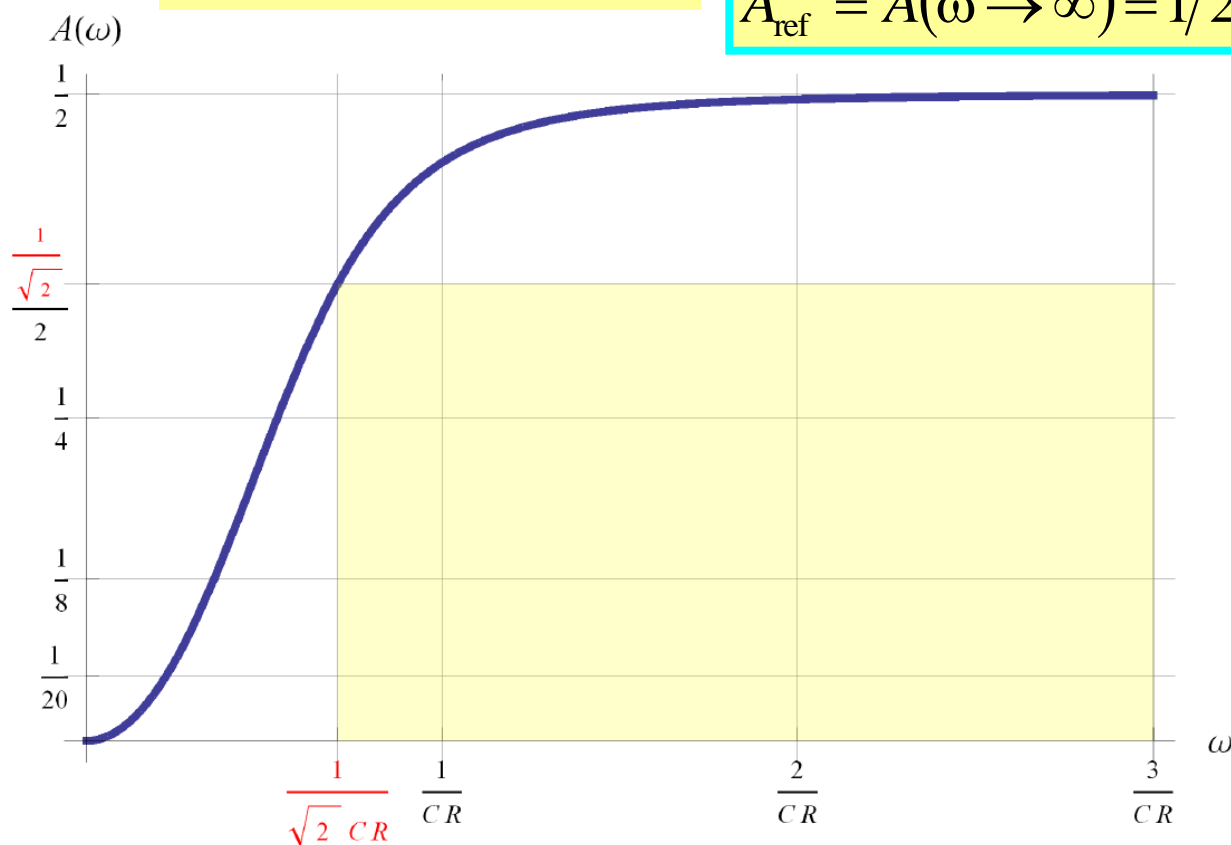
$$\frac{\omega^2 (CR)^2}{\sqrt{1 + 4\omega^4 (CR)^4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2}$$

$$1 + 4\omega^4 (CR)^4 = 8\omega^4 (CR)^4$$

⇓

$$\omega_{\text{g,VF}} = \frac{1}{\sqrt{2}RC}$$

$$B_{3\text{dB}} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}CR}, \infty \right\}$$



Филтар пропусник високих учестаности

Задаци (3)

Задатак 2

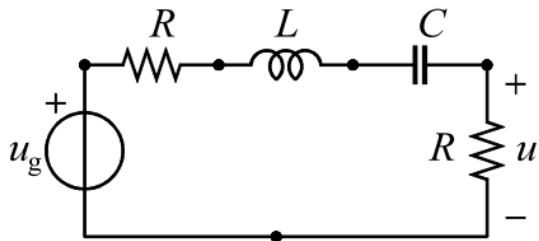
Вредности елемената електричног кола са слике су познате и постоји веза $L = R^2 C$.

(а) Одредити трансфер функцију (уопштену комплексну преносну функцију електричног кола, трансмитансу напона)

$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}$$

(б) Нацртати амплитудску карактеристику.

(в) Одредити пропусни опсег 3dB.



Задатак 2

Вредности елемената електричног кола са слике су познате и постоји веза

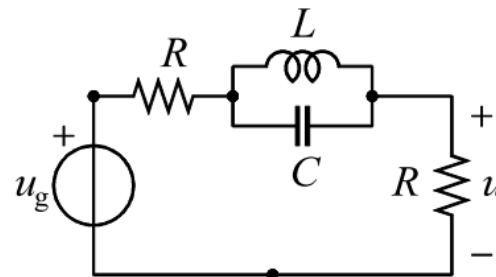
$$L = R^2 C$$

(5) Одредити трансфер функцију (уопштену комплексну преносну функцију електричног кола, трансмитансу напона)

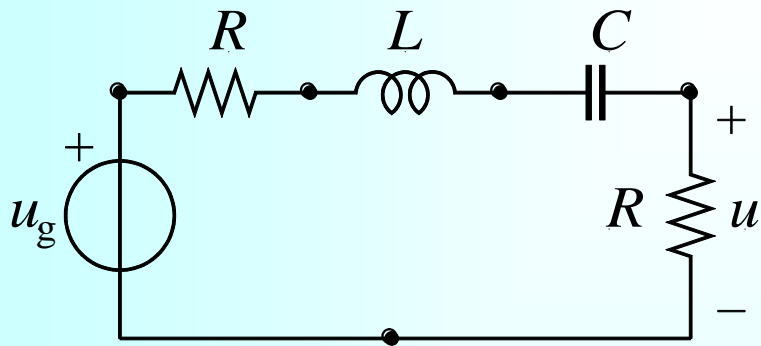
$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}$$

(5) Нацртати амплитудску карактеристику.

(5) Одредити пропусни опсег 3dB.



Трансфер функција



$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{\underline{U}(\underline{s})}{\underline{U}_g(\underline{s})} = \frac{R}{R + R + \underline{s}L + \frac{1}{\underline{s}C}}$$

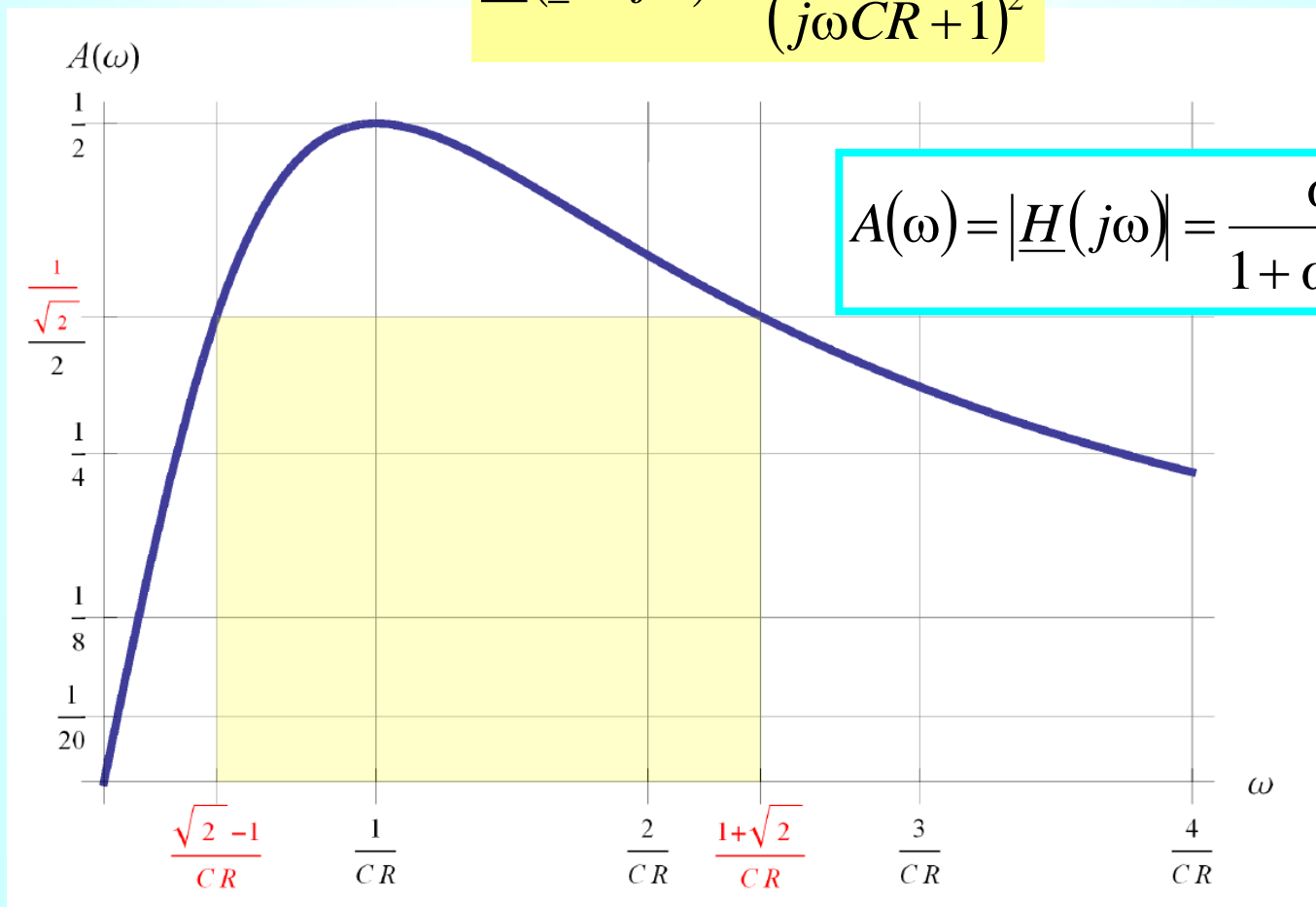
$$L = R^2 C$$

$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{\underline{s}CR}{2CR\underline{s} + \underline{s}^2 CL + 1} \stackrel{L=R^2C}{=} \frac{\underline{s}CR}{(CR)^2 \underline{s}^2 + 2CR\underline{s} + 1}$$

$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{\underline{s}CR}{(CR\underline{s} + 1)^2}$$

Амплитудска карактеристика

$$\underline{H}(s = j\omega) = \frac{j\omega CR}{(j\omega CR + 1)^2}$$



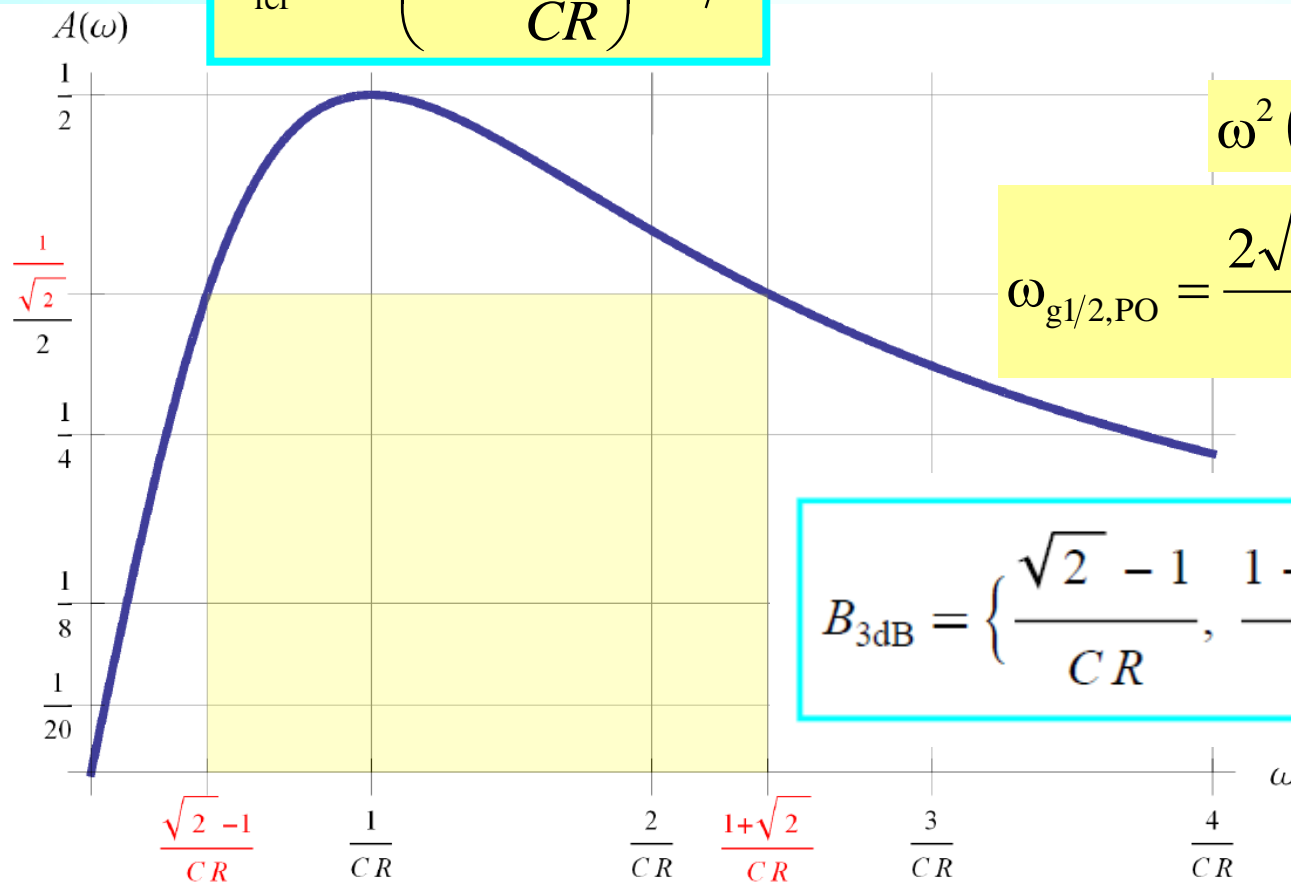
Пропусни опсег 3dB

$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{\omega CR}{1 + \omega^2 (CR)^2}$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} A_{\text{ref}}$$

$$A_{\text{ref}} = A\left(\omega = \frac{1}{CR}\right) = 1/2$$

$$\frac{\omega CR}{1 + \omega^2 (CR)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2}$$



$$\omega^2 (CR)^2 - 2\sqrt{2}CR\omega + 1 = 0$$

$$\omega_{g1/2,PO} = \frac{2\sqrt{2}CR \pm \sqrt{8(CR)^2 - 4(CR)^2}}{2(CR)^2}$$

$$\omega_{g1/2,PO} = \frac{\sqrt{2} \pm 1}{CR}$$

$$B_{3dB} = \left\{ \frac{\sqrt{2} - 1}{CR}, \frac{1 + \sqrt{2}}{CR} \right\}$$

Филтар пропусник опсега учестаности

Задаци (3)

Задатак 2

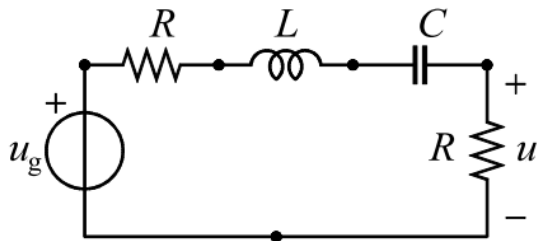
Вредности елемената електричног кола са слике су познате и постоји веза $L = R^2 C$.

(а) Одредити трансфер функцију (уопштenu комплексну преносну функцију електричног кола, трансмитансу напона)

$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}$$

(б) Нацртати амплитудску карактеристику.

(в) Одредити пропусни опсег 3dB.



Задатак 2

Вредности елемената електричног кола са слике су познате и постоји веза

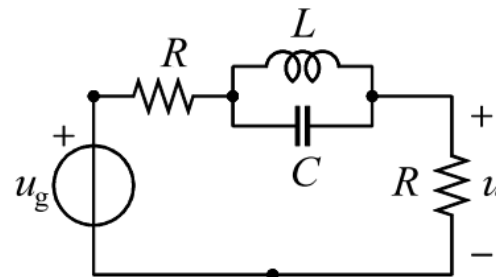
$$L = R^2 C$$

(5) Одредити трансфер функцију (уопштenu комплексну преносну функцију електричног кола, трансмитансу напона)

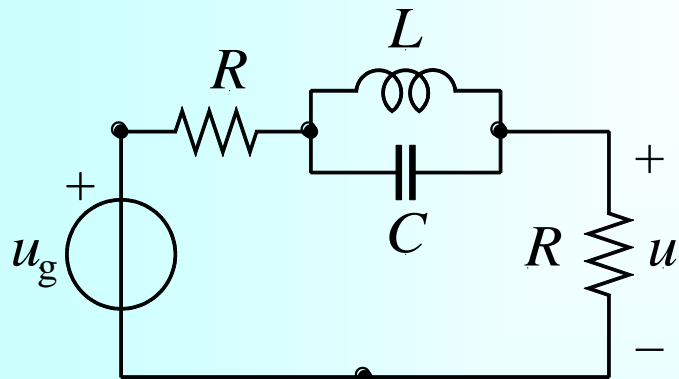
$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}$$

(5) Нацртати амплитудску карактеристику.

(5) Одредити пропусни опсег 3dB.



Трансфер функција



$$L = R^2 C$$

$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)} = \frac{R}{R + \frac{sL \frac{1}{sC}}{sL + \frac{1}{sC}} + R}$$

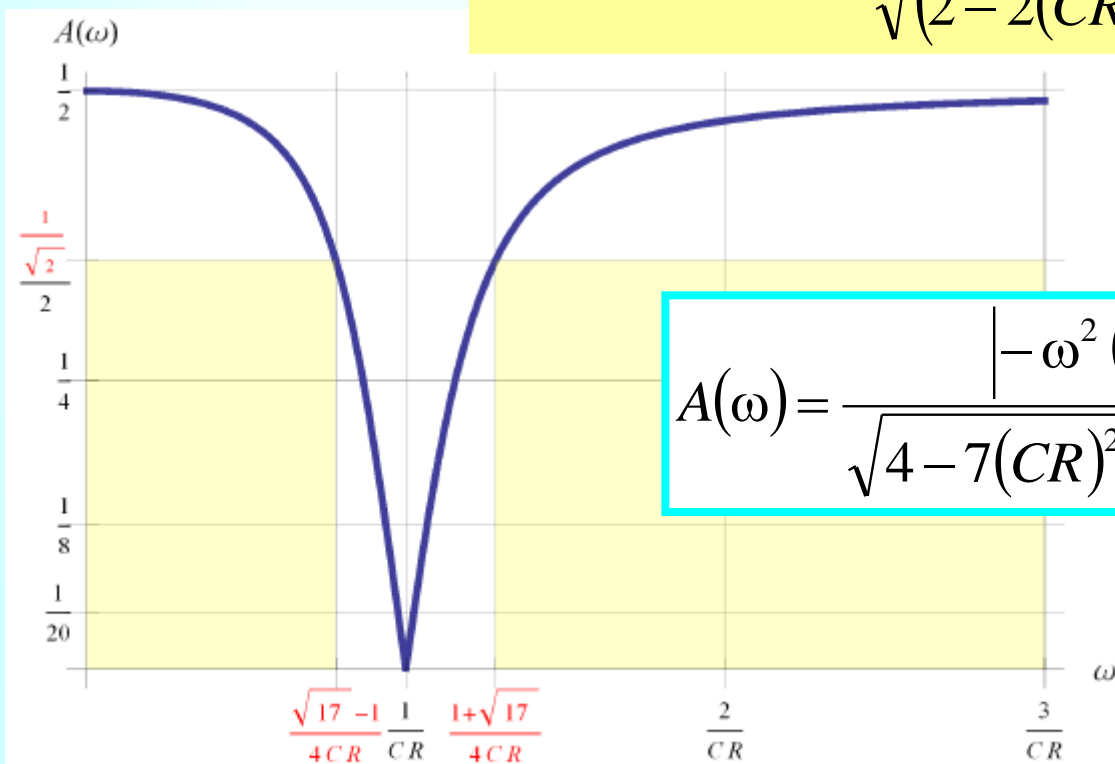
$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)} = \frac{R}{2R + \frac{sL}{s^2 LC + 1}}$$

$$\underline{H}(s) = \frac{R(s^2 LC + 1)}{2RLCs^2 + sL + 2R} \stackrel{L=R^2C}{\downarrow} = \frac{s^2 (RC)^2 + 1}{2(CR)^2 s^2 + CRs + 2}$$

Амплитудска карактеристика

$$\underline{H}(s = j\omega) = \frac{-\omega^2 (RC)^2 + 1}{-2(CR)^2 \omega^2 + j\omega CR + 2}$$

$$A(\omega) = |\underline{H}(j\omega)| = \frac{|-\omega^2 (RC)^2 + 1|}{\sqrt{(2 - 2(CR)^2 \omega^2)^2 + (\omega CR)^2}}$$



$$A(\omega) = \frac{|-\omega^2 (RC)^2 + 1|}{\sqrt{4 - 7(CR)^2 \omega^2 + 4(CR)^4 \omega^4}}$$

Пропусни опсег 3dB

$$A(\omega) = \frac{|-\omega^2 (RC)^2 + 1|}{\sqrt{4 - 7(CR)^2 \omega^2 + 4(CR)^4 \omega^4}}$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} A_{\text{ref}}$$

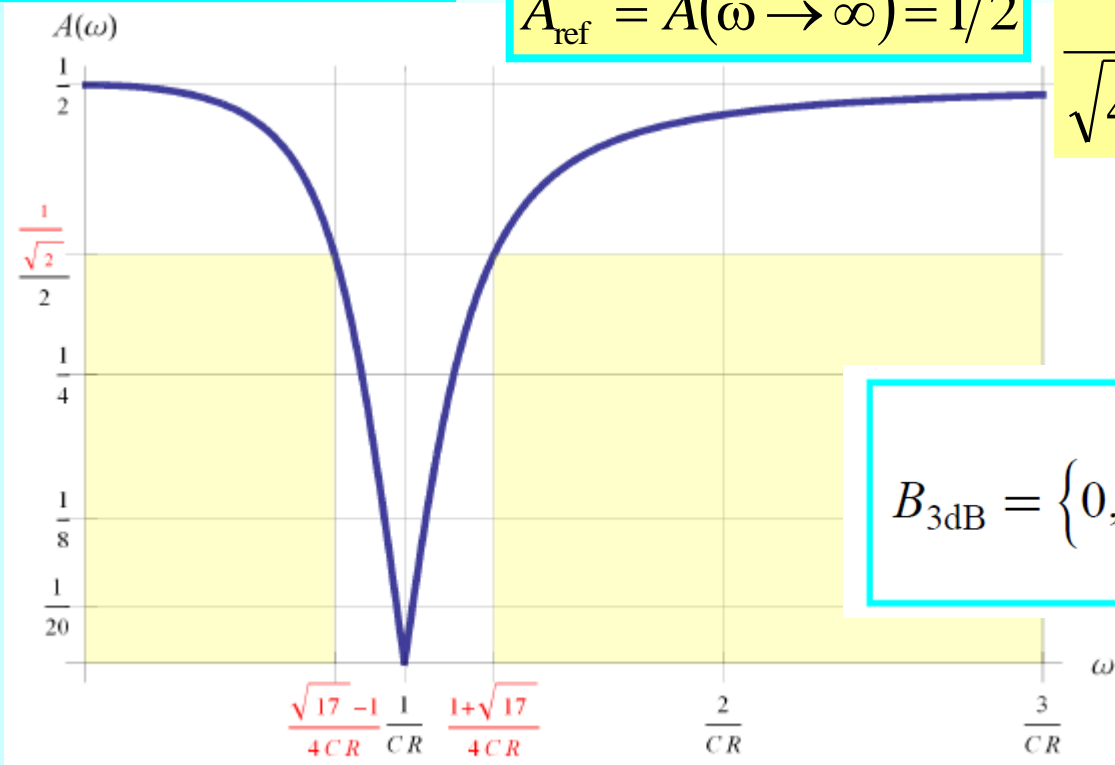
$$A_{\text{ref}} = A(\omega = 0) = 1/2$$

$$A_{\text{ref}} = A(\omega \rightarrow \infty) = 1/2$$

$$\frac{|-\omega^2 (RC)^2 + 1|}{\sqrt{4 - 7(CR)^2 \omega^2 + 4(CR)^4 \omega^4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2}$$

$$\omega_{g1/2, \text{NPO}} = \frac{\sqrt{17} \pm 1}{4CR}$$

$$B_{3\text{dB}} = \left\{ 0, \frac{\sqrt{17} - 1}{4CR} \right\} \cup \left\{ \frac{1 + \sqrt{17}}{4CR}, \infty \right\}$$



Филтар непропусник опсега учестаности

Одређивање пропусног опсега помоћу софтвера за симулацију електричних кола (Quite Universal Circuit Simulator – Qucs)

Qucs 0.0.16 - Project: RLCBS

File Edit Positioning Insert Project Tools Simulation View Help

RLCBSschema.sch

Content of 'RLCBS' Note

- Schematics
 - RLCBSshem...
- VHDL
- Verilog-A
- Verilog
- Octave
- Data Displays
- Datasets
- Others

Components

Equation

Vrednosti

R=1

C=1

L=1

Ug

U=1

R1

R=R

L

L=L

C

C=C

uR2

R2

R=R

ac simulation

Frekvencijski_odziv \leq

Type=lin

Start=1e-9

Stop=0.7

Points=2001

number	m	minM	minMomega	minMk
1	0.354	0.00119	1	455

number	Omega3dB1	Omega3dB2
1	0.781	1.28

number	omega1	omega2
1	0.781	1.28

Equation

Ugaona_ucestanost

acomega=2*pi*acfrequency

Mfrequency=abs(uR2.v)

m=0.5/sqrt(2)

Momega=PlotVs(Mfrequency,acomega)

M3dB=PlotVs(m+0*acomega,acomega)

Equation

Minimum_M

minM=min(Momega)

minMomega=xvalue(Momega,minM)

Equation

Pokazivac

n=length(acomega)

k=linspace(0,n-1,n)

omega=acomega

omegak=PlotVs(omega,k)

minMk=xvalue(omegak,minMomega)

x=abs(minMk)

Equation

Propusni_opseg_analiticki

omega1=(sqrt(17)-1)/4

omega2=(sqrt(17)+1)/4

Equation

Propusni_opseg

M1=PlotVs(Momega[:x],acomega[:x])

M2=PlotVs(Momega[x:],acomega[x:])

Omega3dB1=xvalue(M1,m)

Omega3dB2=xvalue(M2,m)

no warnings 0:0

Задаци (4)

Задатак 2

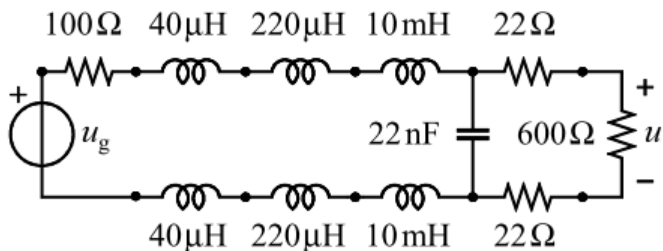
Електрично коло филтра, који се поставља између ADSL модема и телефона, се може поједностављено приказати као на слици.

(5) Нацртати амплитудску карактеристику трансфер функције $H = \underline{U}/\underline{U}_g$ у опсегу учестаности $0 < f < 25 \text{ kHz}$.

(5) Одредити пропусни опсег 3 dB.

(5) Нацртати график импулсног одзива за напон u у опсегу $0 < t < 200 \mu\text{s}$.

Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



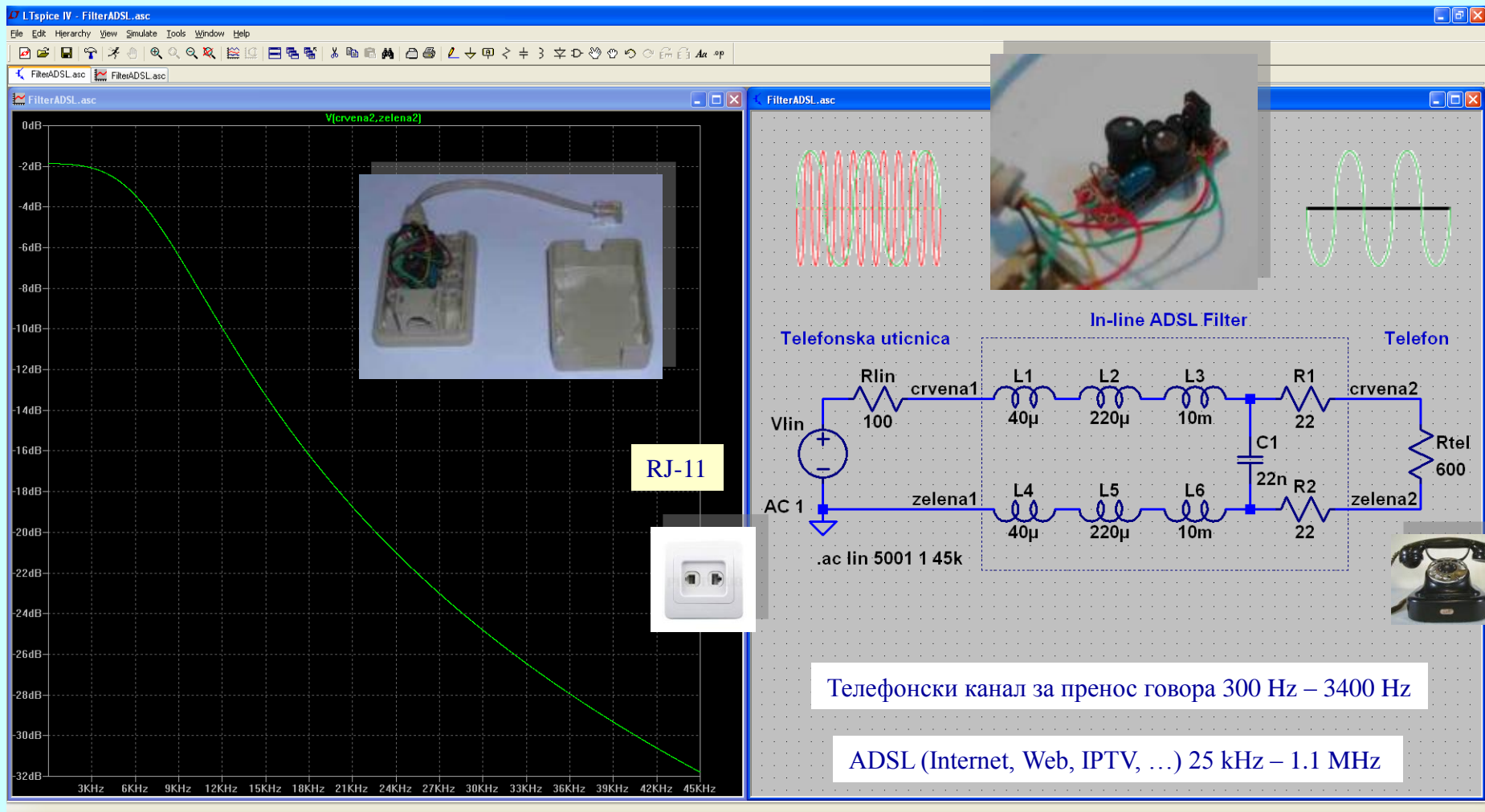
Амплитудска карактеристика је

Пропусни опсег 3 dB је

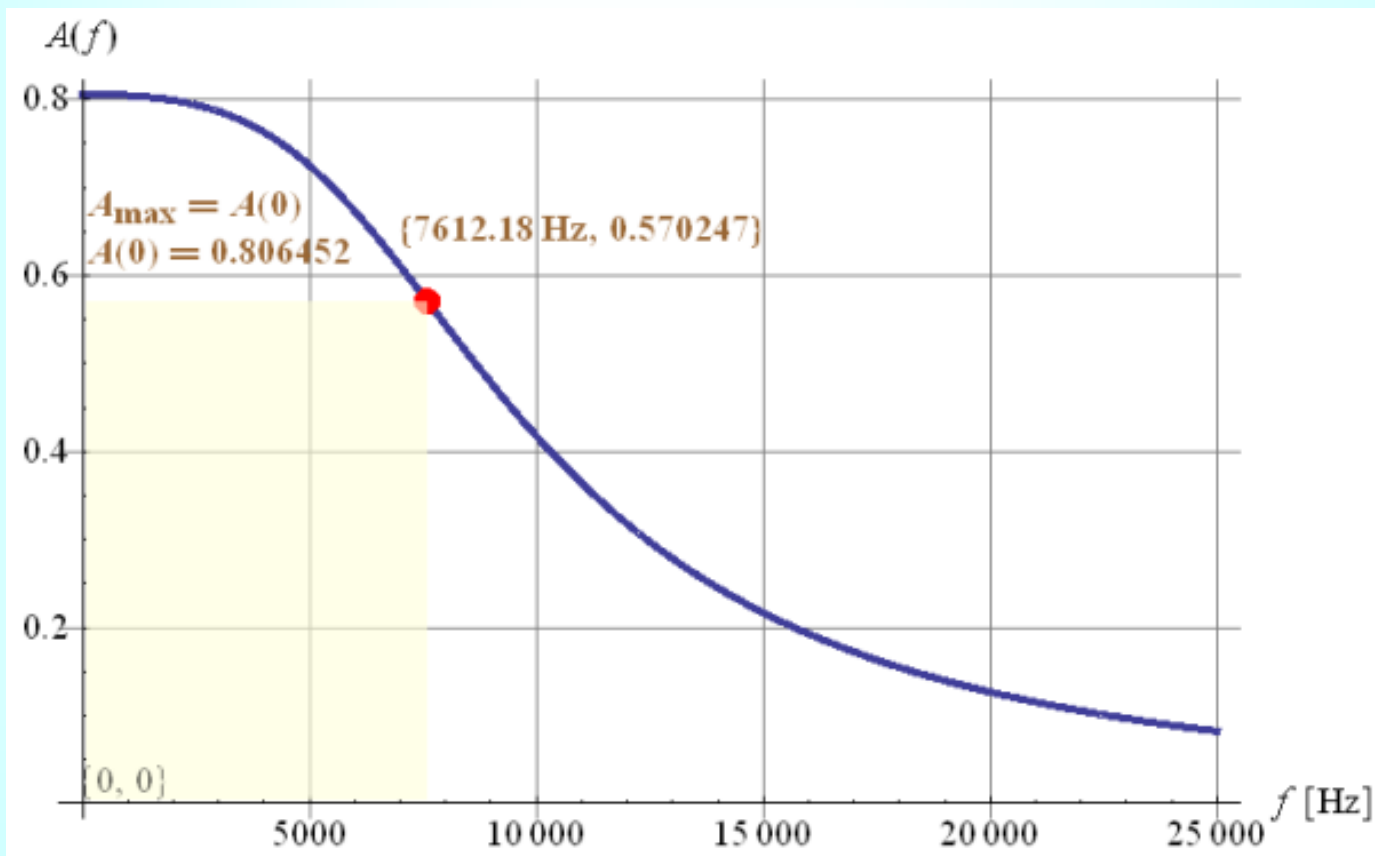
График импулсног одзива је



In-line ADSL Filter

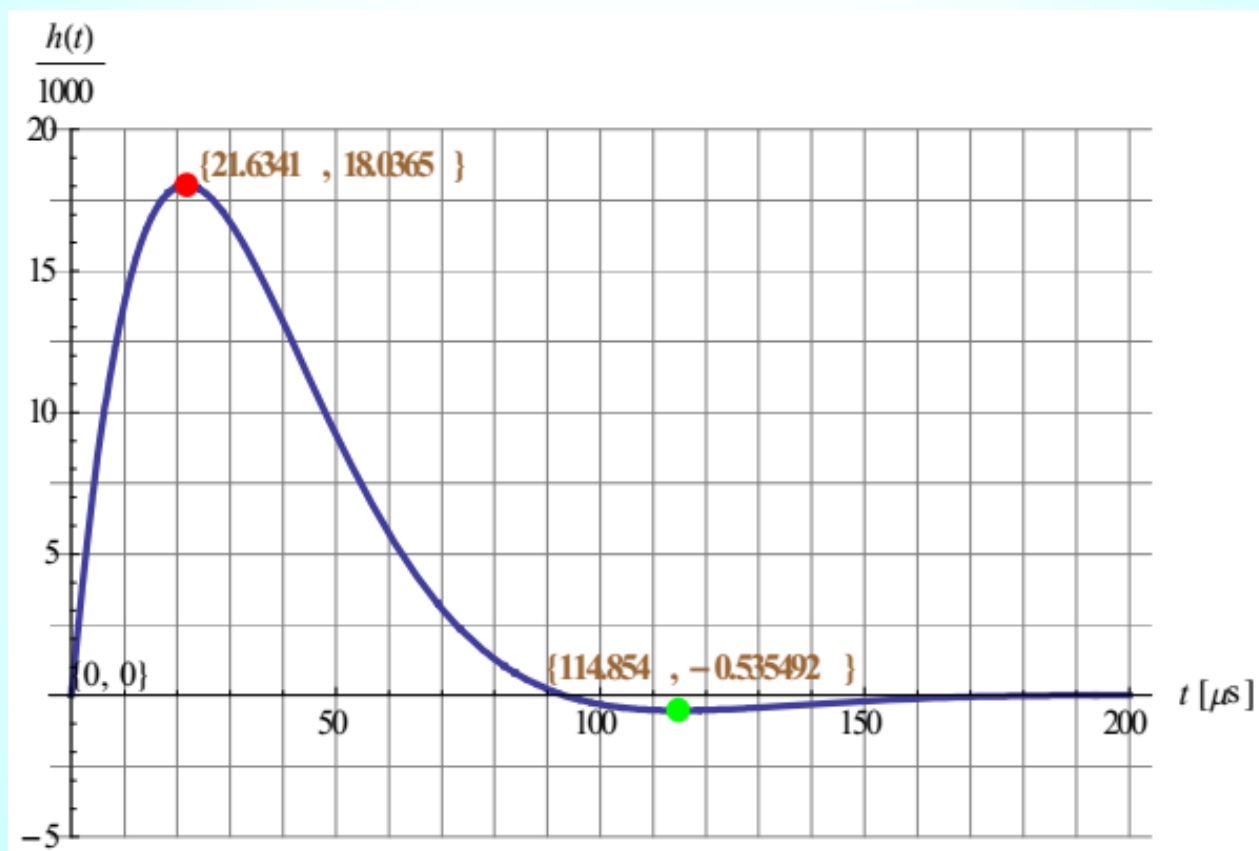


Амплитудска карактеристика



Пропусни опсег 3 dB је 7612 Hz.

График импулсног одзива



Задаци (5)

Задатак 2

Концентрисан Вилкинсонов делитељ снаге (Wilkinson power divider/combiner), који се користи у радарским системима и бежичним комуникационим системима (WLAN, WiFi, WiMAX, GPS, RFID), приказан је на слици.

Одзив је устаљен и простопериодичан,

$$u_g = \sqrt{2}U_g \cos(\omega t).$$

Отпорности отпорника су $R_1 = R_2 = R_3 = R$, $R_4 = 2R$.

Постоје везе параметара $\omega L_1 = \omega L_2 = R\sqrt{2}$,

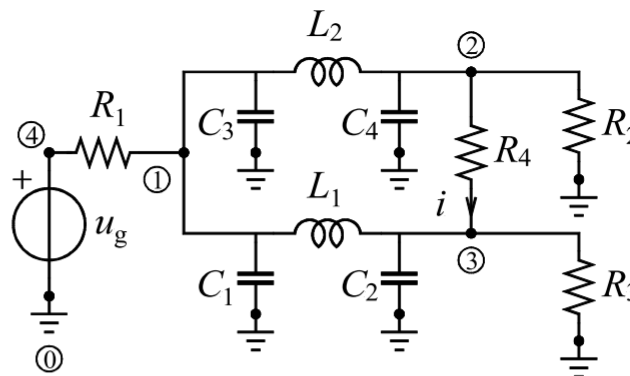
$$\omega C_1 = \omega C_2 = \omega C_3 = \omega C_4 = \frac{1}{R\sqrt{2}}.$$

Одредити

(5) напон v_1

(5) струју i отпорника R_4

(5) средње снаге отпорника R_2 и R_3 .



Напон v_1 је

$$v_1 = \frac{1}{2}u_g$$

Струја i отпорника R_4 је

$$i = 0$$

Средње снаге отпорника R_2 и R_3 су

$$P_{R_2} = P_{R_3} = \frac{U_g^2}{8R}$$

Задаци (6)

Задатак 1

Sallen & Key LP-LQ реализација активног филтра има познате параметре и $R_1 = 2R$,

$$R_2 = 2R, R_3 = R, C_2 = \frac{\sqrt{2}}{R\Omega}, C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}R\Omega},$$

$\Omega > 0$. Одредити

(5) трансфер функцију (уопштenu преносну комплексну функцију електричног кола)

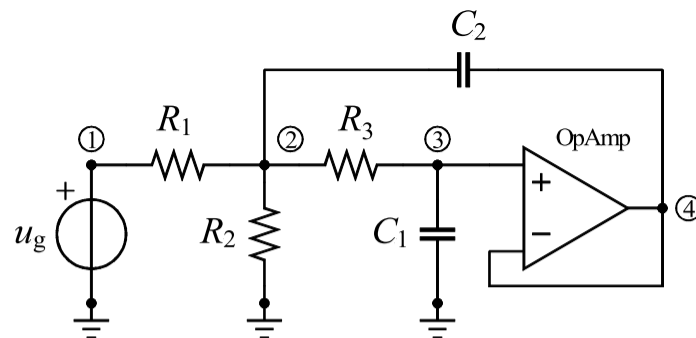
$$\underline{H}(s) = \frac{V_4(s)}{U_g(s)}, \text{ њене нуле и полове,}$$

(5) амплитудски одзив $A(\omega)$, пропусни опсег 3 dB, његову ширину и горњу и доњу граничну учестаност.

(5) Нацртати амплитудску карактеристику у опсегу $0 \leq \omega \leq 7\Omega$. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Трансфер функција је

$$\underline{H}(s) = \frac{\Omega^2}{2(s^2 + \sqrt{2}\Omega s + \Omega^2)}$$



Нуле и полове су

$$\underline{s}_z \in \{\}, \underline{s}_p \in \left\{ \frac{-1-j}{\sqrt{2}}\Omega, \frac{-1+j}{\sqrt{2}}\Omega \right\}$$

Амплитудски одзив је

$$A(\omega) = \frac{\Omega^2}{2\sqrt{\omega^4 + \Omega^4}}$$

Пропусни опсег 3 dB је

$$\omega_1 = 0, \omega_2 = \Omega$$

Амплитудска карактеристика је

$$B_{\omega 3dB} = \omega_2 - \omega_1 = \Omega$$

$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{\Omega^2}{2\sqrt{\omega^4 + \Omega^4}}$$



Задаци (7)

Задатак 1

KHN-реализација филтра (Kerwin-Huelsman-Newcomb, state-variable biquad, UAF42) има

познате параметре и $R_1 = R$, $R_2 = R_4 = \frac{1}{2}R$,

$R_3 = R_5 = R_7 = R$, $C_6 = C_8 = \frac{1}{\sqrt{2}R\Omega}$. Познати

су реални параметри $R, \Omega > 0$. Одредити

(6) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола,

трансмитансу напона) $\underline{H}(s) = \frac{V_4(s)}{U_g(s)}$, њене

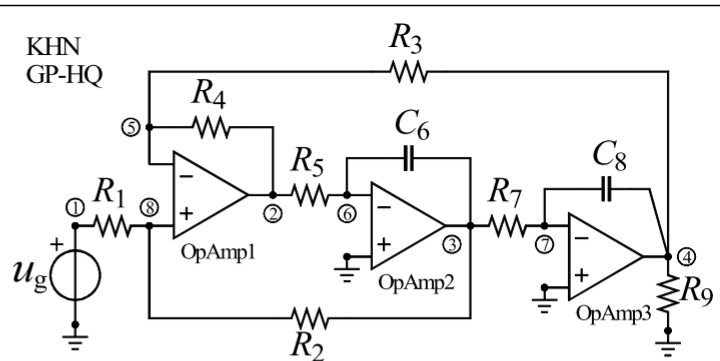
нуле и полове,

(5) амплитудски одзив $A(\omega)$, пропусни

опсег 3 dB, његову ширину, и горњу и доњу граничну учестаност.

(4) Нацртати амплитудску карактеристику.

Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Трансфер функција је

$$\underline{H}(s) = \frac{\Omega^2}{s^2 + \sqrt{2}\Omega s + \Omega^2}$$

Нуле и полове су

$$s_z \in \{ \}, \text{ нема нула,}$$

$$s_p \in \left\{ \frac{-1-j}{\sqrt{2}}\Omega, \frac{-1+j}{\sqrt{2}}\Omega \right\}$$

Амплитудски одзив је

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^4 + 1}} = \frac{\Omega^2}{\sqrt{\omega^4 + \Omega^4}}$$

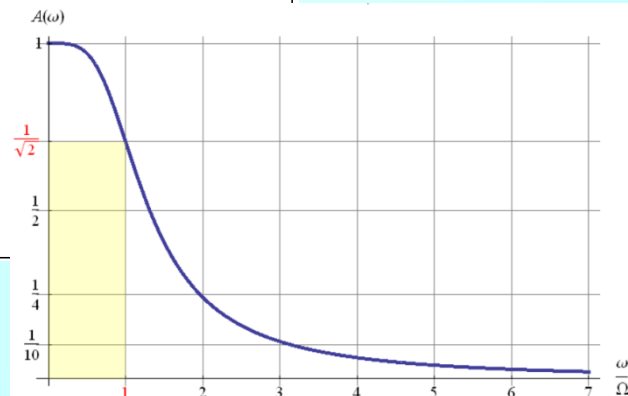
Пропусни опсег 3 dB је

$$\omega_1 = 0$$

$$\omega_2 = \Omega$$

$$B_{\omega 3\text{dB}} = \omega_2 - \omega_1 = \Omega$$

Амплитудска карактеристика је



Задаци (8)

Задатак 1

KHN-реализација филтра (Kerwin-Huelsman-Newcomb, state-variable biquad, UAF42) има познате параметре и $R_1 = R$, $R_2 = 2R$,

$$R_4 = R, R_3 = R_5 = R_7 = R, C_6 = C_8 = \frac{1}{R\Omega}.$$

Познати су реални параметри $R, \Omega > 0$.

Одредити

(6) трансфер функцију (уопштenu преносну комплексну функцију електричног кола, трансмитансу напона) $\underline{H}(s) = \frac{V_3(s)}{U_g(s)}$, њене

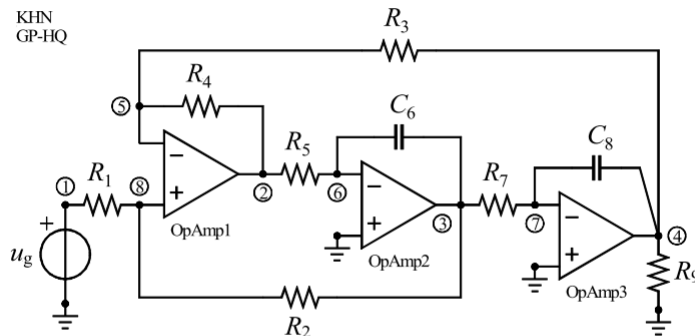
нуле и полове, амплитудски одзив $A(\omega)$,

(5) пропусни опсег 3 dB, његову ширину, и горњу и доњу граничну учестаност.

(4) Нацртати амплитудску карактеристику. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Трансфер функција је

$$\underline{H}(s) = \frac{-4\Omega s}{3s^2 + 2\Omega s + 3\Omega^2}$$



Нуле и полови су

$$\underline{s}_z \in \{0\},$$

$$\underline{s}_p \in \left\{ \frac{-1 - j2\sqrt{2}}{3}\Omega, \frac{-1 + j2\sqrt{2}}{3}\Omega \right\}$$

Амплитудски одзив је

$$A(\omega) = \frac{4\Omega |\omega|}{\sqrt{9\omega^4 - 14\Omega^2\omega^2 + 9\Omega^4}}$$

Пропусни опсег 3 dB је

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{10}-1}{3}\Omega$$

$$\omega_2 = \frac{\sqrt{10}+1}{3}\Omega$$

$$B_{\omega 3dB} = \frac{2}{3}\Omega$$

Амплитудска карактеристика је



Задаци (9)

Задатак 1

KHN-реализација филтра (Kerwin-Huelsman-Newcomb, state-variable biquad, UAF42) има

познате параметре и $R_1 = R$, $R_2 = \frac{1}{2}R$,

$R_4 = 2R$, $R_3 = R_5 = R_7 = R$, $C_6 = C_8 = \frac{\sqrt{2}}{R\Omega}$.

Познати су реални параметри $R, \Omega > 0$.

Одредити

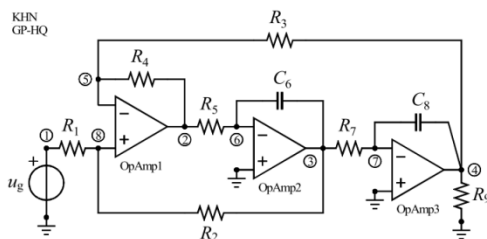
(5) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола,

трансмитансу напона) $H(s) = \frac{V_2(s)}{U_g(s)}$, њене

нуле и полове,

(5) амплитудски одзив $A(\omega)$, пропусни опсег 3 dB, његову ширину и горњу и доњу граничну учестаност.

(5) Нацртати амплитудску карактеристику. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Трансфер функција је

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + \sqrt{2}\Omega s + \Omega^2}$$

Нуле и полови су

$$s_z \in \{0, 0\}, s_p \in \left\{ \frac{-1-j}{\sqrt{2}}\Omega, \frac{-1+j}{\sqrt{2}}\Omega \right\}$$

Амплитудски одзив је

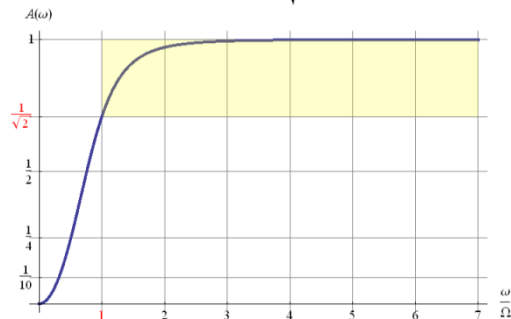
$$A(\omega) = \frac{\omega^2}{\sqrt{\omega^4 + \Omega^4}}$$

Пропусни опсег 3 dB је

$$\omega_1 = \Omega, \omega_2 = \infty, B_{\omega 3dB} = \infty$$

Амплитудска карактеристика је

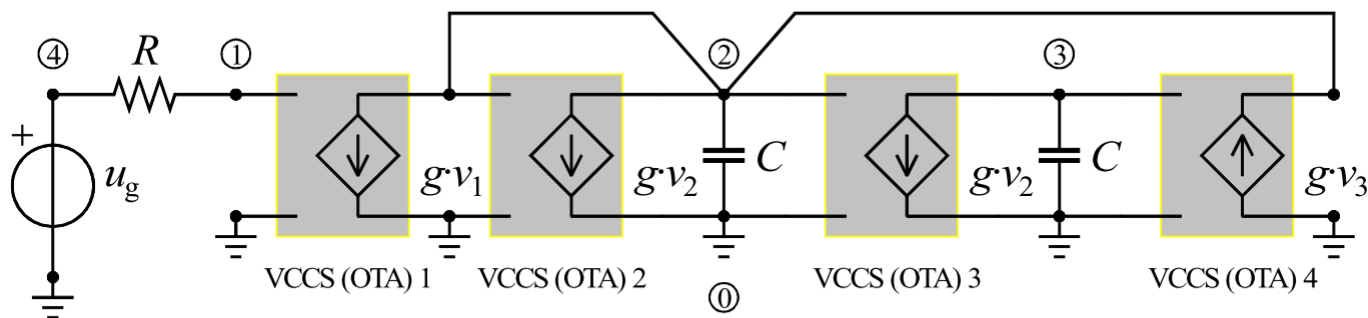
$$A(\omega) = |H(i\omega)| = \frac{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^4 + 1}}$$



Задаци (10)

Задатак 1

ОТА-С реализација филтра (Operational Transconductance Amplifier resistorless biquad) има познате параметре. Одредити **(6)** трансфер функцију $\underline{H}(s) = \frac{V_3(s)}{U_g(s)}$, **(4)** њене нуле и полове, **(5)** импулсни одзив и његов домен (област дефинисаности).



Трансфер функција је

$$\underline{H}(s) = \frac{\Omega^2}{s^2 + \Omega s + \Omega^2}, \quad \Omega = \frac{g}{C}$$

Нуле и полови су

$$s_z \in \{\}, \quad s_p \in \left\{ \frac{-1 - j\sqrt{3}}{2} \Omega, \frac{-1 + j\sqrt{3}}{2} \Omega \right\}$$

Импулсни одзив и његов домен су

$$g(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Omega e^{\frac{-1}{2} \Omega t} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \Omega t\right) \vartheta(t), \quad -\infty < t < \infty$$

Задаци (11)

Задатак 1

ТТ реализација филтра (Tow-Thomas, state-variable biquad, MAX274) има познате

параметре и $R_1 = \frac{3}{2}R$, $R_2 = R_3 = R$,

$R_4 = \frac{3}{4}R$, $R_7 = R_8 = R$, $C_1 = C_2 = \frac{1}{R\Omega}$.

Познати су реални параметри $R, \Omega > 0$.

Одредити

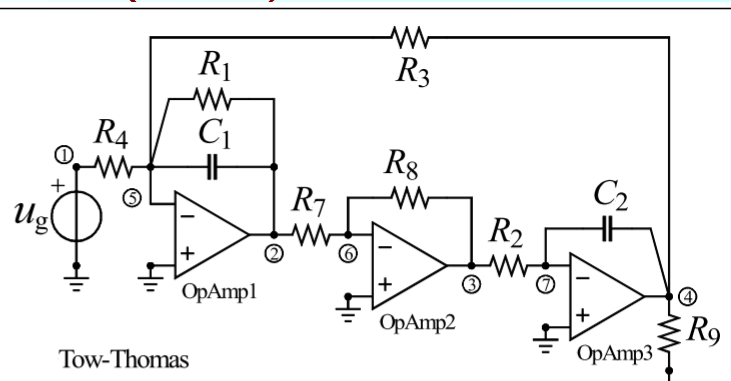
(6) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола,

трансмитансу напона) $\underline{H}(s) = \frac{V_3(s)}{U_g(s)}$, њене

нуле и полове, амплитудски одзив $A(\omega)$,

(5) пропусни опсег 3 dB, његову ширину, и горњу и доњу граничну учестаност.

(4) Нацртати амплитудску карактеристику. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Трансфер функција је

$$\underline{H}(s) = \frac{4\Omega s}{3s^2 + 2\Omega s + 3\Omega^2}$$

Нуле и полове су

$$s_z \in \{0\}$$

$$s_p \in \left\{ \frac{-1 - j2\sqrt{2}}{3}\Omega, \frac{-1 + j2\sqrt{2}}{3}\Omega \right\}$$

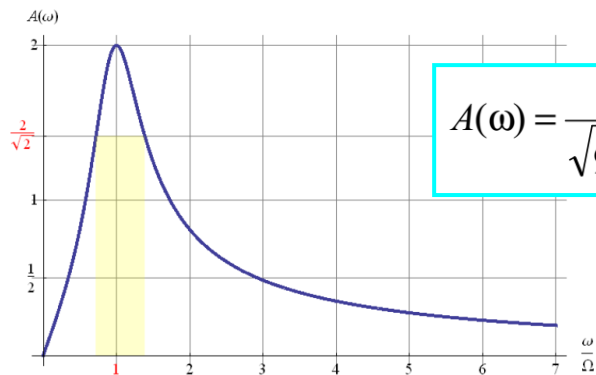
Амплитудски одзив је

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{10}-1}{3}\Omega$$

$$\omega_2 = \frac{\sqrt{10}+1}{3}\Omega$$

$$B_{\omega 3dB} = \omega_2 - \omega_1 = \frac{2}{3}\Omega$$

Пропусни опсег 3 dB је



$$A(\omega) = \frac{4\Omega |\omega|}{\sqrt{9\omega^4 - 14\Omega^2\omega^2 + 9\Omega^4}}$$

Задаци (12)

Задатак 1

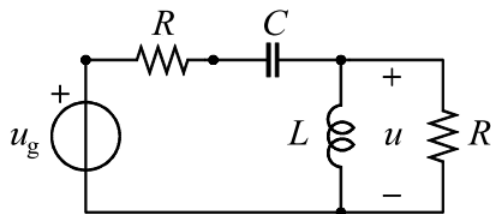
LC-реализација филтра (Butterworth maximally flat highpass approximation) има познате параметре и $L = \frac{R}{\sqrt{2}\Omega}$, $C = \frac{1}{\sqrt{2}R\Omega}$,

$\Omega > 0$. Одредити

(5) импулсни одзив (Гринову функцију, јединични импулсни одзив) за излазни напон $u(t)$,

(5) одскачни одзив (индициону функцију, јединични одскачни одзив) за напон $u(t)$.

(5) Нацртати график одскачног одзива. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Импулсни одзив је

Одскачни одзив је

График одскачног одзива је

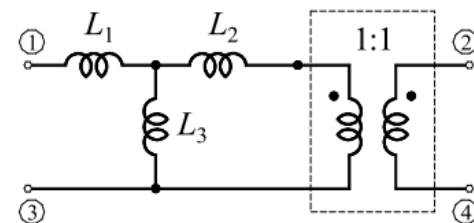
Задатак 1

Вредности елемената електричне мреже са два приступа су познате. Мрежа се повезује у коло у коме је одзив устаљен простопериодичан. Индуктивности калемова су реалне и позитивне.

(5) Одредити комплексне напоне (комплексне представнике напона) приступа у функцији комплексних струја приступа.

(5) Да ли се мрежа може еквивалентирати линеарним индуктивним трансформатором?

(5) Ако је одговор на претходно питање потврдан, одредити параметре тог трансформатора. Да ли је тај трансформатор пасиван?



Задаци (12)

Задатак 1

LC-реализација филтра (Butterworth maximally flat highpass approximation) има познате параметре и $L = \frac{R}{\sqrt{2}\Omega}$, $C = \frac{1}{\sqrt{2}R\Omega}$,

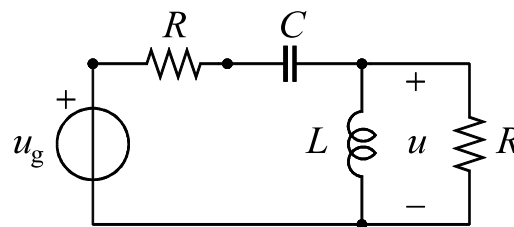
$\Omega > 0$. Одредити

- (6) импулсни одзив (Гринову функцију) за излазни напон $u(t)$ и његов домен,
- (6) одскочни одзив (индициону функцију) за излазни напон $u(t)$ и његов домен.
- (3) Нацртати график одскочног одзива. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Импулсни одзив и његов домен су

$$g(t) = \frac{1}{2}\delta(t) - \frac{\Omega}{\sqrt{2}}e^{-\frac{t\Omega}{\sqrt{2}}}\cos\left(\frac{t\Omega}{\sqrt{2}}\right)\vartheta(t)$$

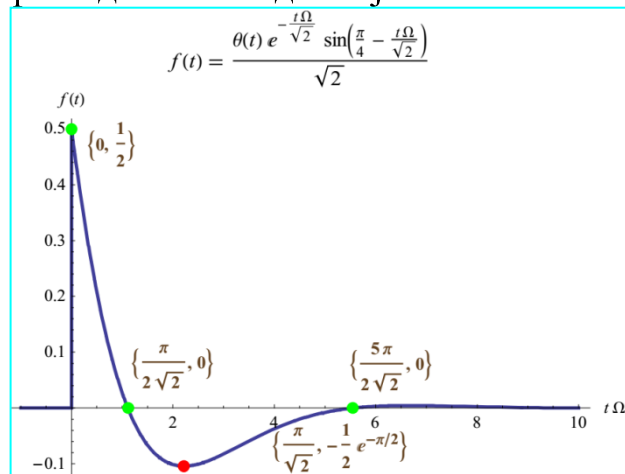
$$-\infty < t < +\infty$$



Одскочни одзив и његов домен су

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-\frac{t\Omega}{\sqrt{2}}}\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{t\Omega}{\sqrt{2}}\right)\vartheta(t), \quad -\infty < t < +\infty$$

График одскочног одзива је



Задаци (12)

Задатак 1

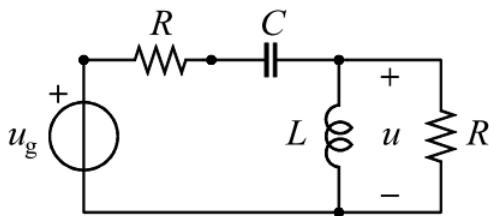
LC-реализација филтра (Butterworth maximally flat highpass approximation) има познате параметре и $L = \frac{R}{\sqrt{2}\Omega}$, $C = \frac{1}{\sqrt{2}R\Omega}$,

$\Omega > 0$. Одредити

(5) импулсни одзив (Гринову функцију, јединични импулсни одзив) за излазни напон $u(t)$,

(5) одскачни одзив (индициону функцију, јединични одскачни одзив) за напон $u(t)$.

(5) Нацртати график одскачног одзива. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Импулсни одзив је

Одскачни одзив је

График одскачног одзива је



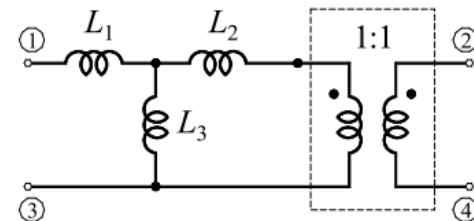
Задатак 1

Вредности елемената електричне мреже са два приступа су познате. Мрежа се повезује у коло у коме је одзив устаљен простопериодичан. Индуктивности калемова су реалне и позитивне.

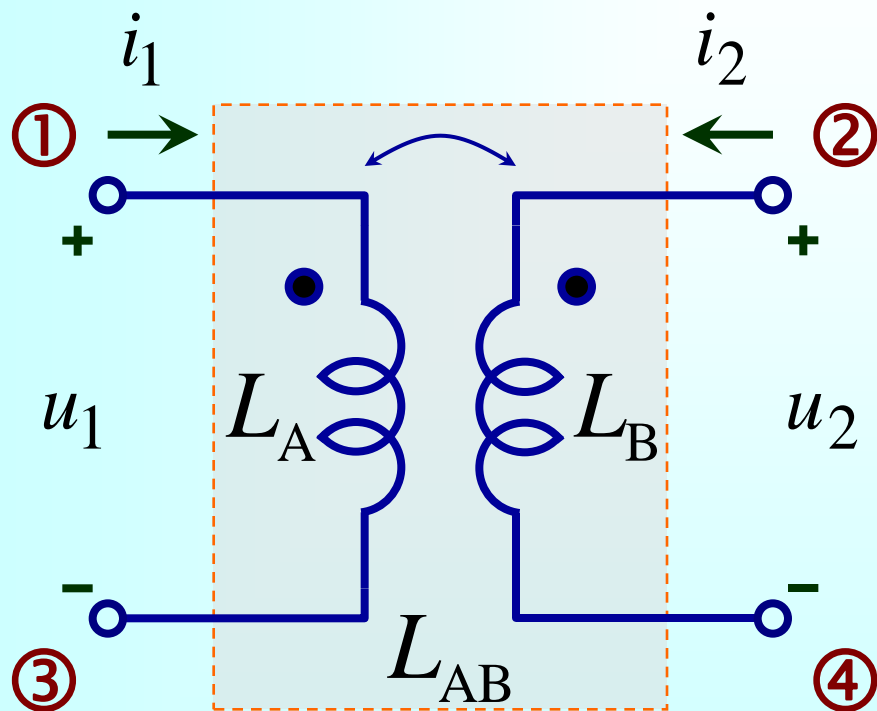
(5) Одредити комплексне напоне (комплексне представнике напона) приступа у функцији комплексних струја приступа.

(5) Да ли се мрежа може еквивалентирати линеарним индуктивним трансформатором?

(5) Ако је одговор на претходно питање потврдан, одредити параметре тог трансформатора. Да ли је тај трансформатор пасиван?

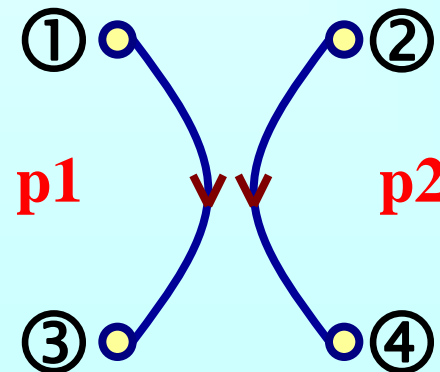


Једначине и шема линеарног индуктивног трансформатора

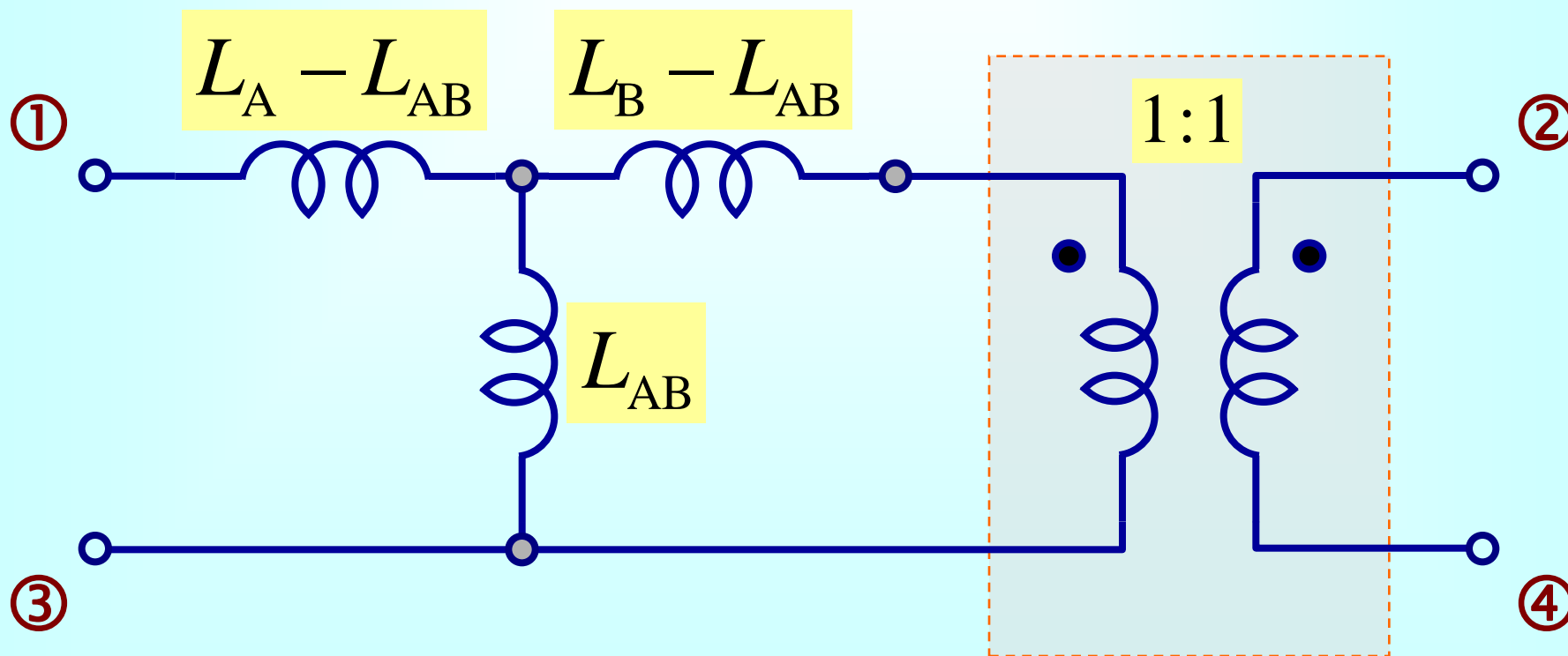


$$\begin{cases} \underline{U}_1 = j\omega L_A \underline{I}_1 + j\omega L_{AB} \underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 = j\omega L_{AB} \underline{I}_1 + j\omega L_B \underline{I}_2 \end{cases}$$

$$k = \frac{L_{AB}}{\sqrt{L_A L_B}}$$



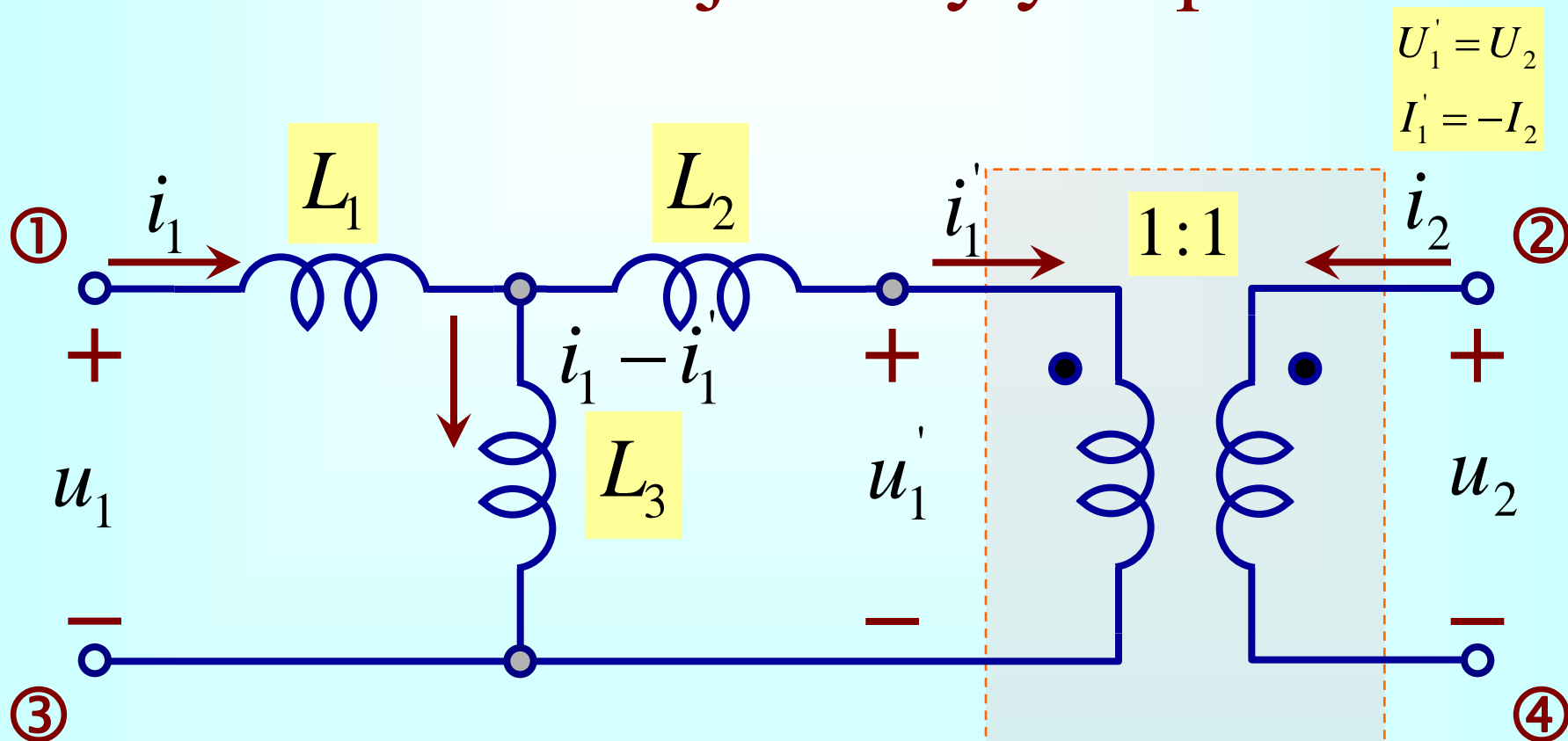
Заменска шема са Т-мрежом калемова који нису у спрези



Служи за раздвајање приступа
(галванско распрезање)

Ова шеме нема спрегнуте калемове

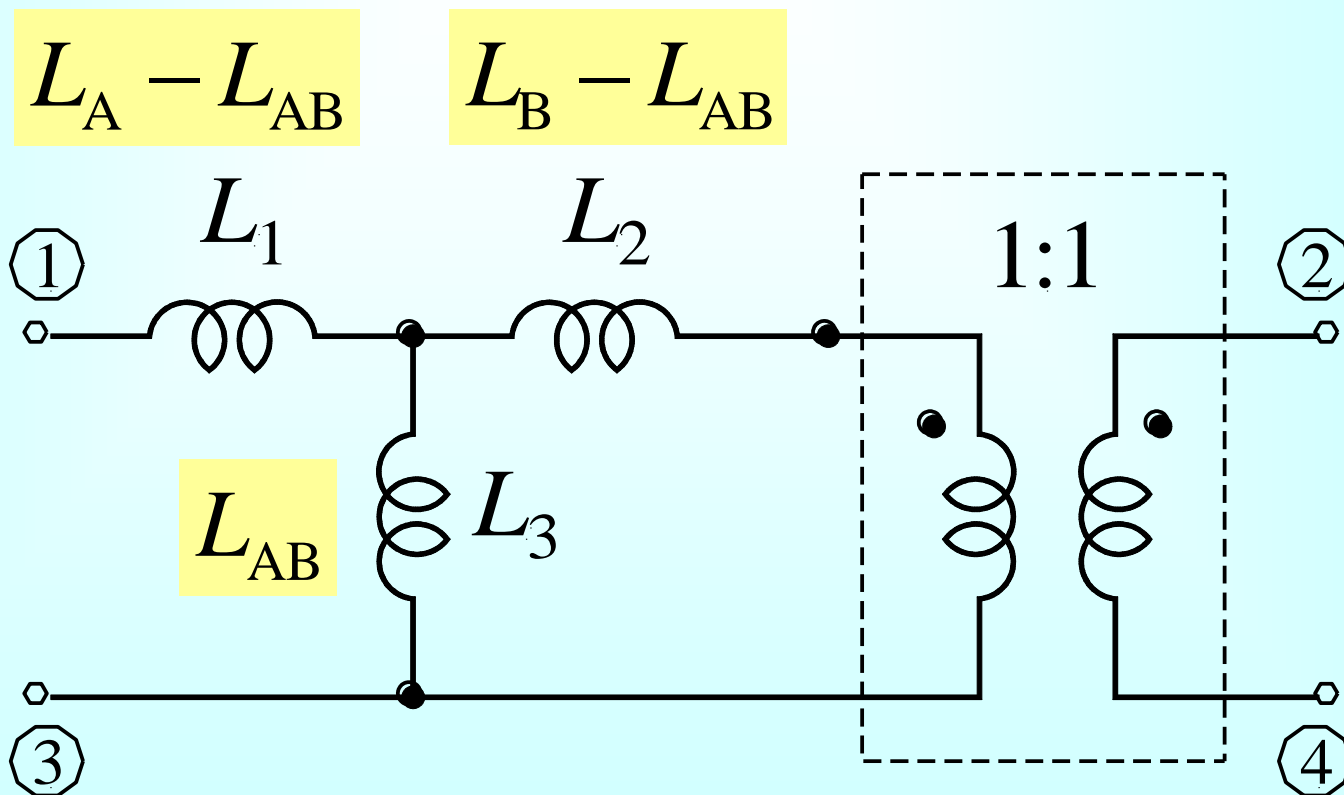
Заменска шема са Т-мрежом калемова који нису у спрези



$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega L_3 (\underline{I}_1 - \underline{I}'_1) = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega L_3 (\underline{I}_1 + \underline{I}_2) = j\omega \overbrace{(L_1 + L_3)}^{L_A} \underline{I}_1 + j\omega \overbrace{L_3}^{L_{AB}} \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}'_1 = j\omega L_3 (\underline{I}_1 - \underline{I}'_1) - j\omega L_2 \underline{I}'_1 = j\omega L_3 (\underline{I}_1 + \underline{I}_2) + j\omega L_2 \underline{I}_2 = j\omega \overbrace{L_3}^{L_{AB}} \underline{I}_1 + j\omega \overbrace{(L_3 + L_2)}^{L_B} \underline{I}_2$$

Параметри трансформатора



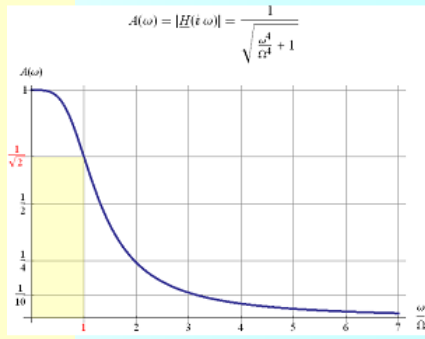
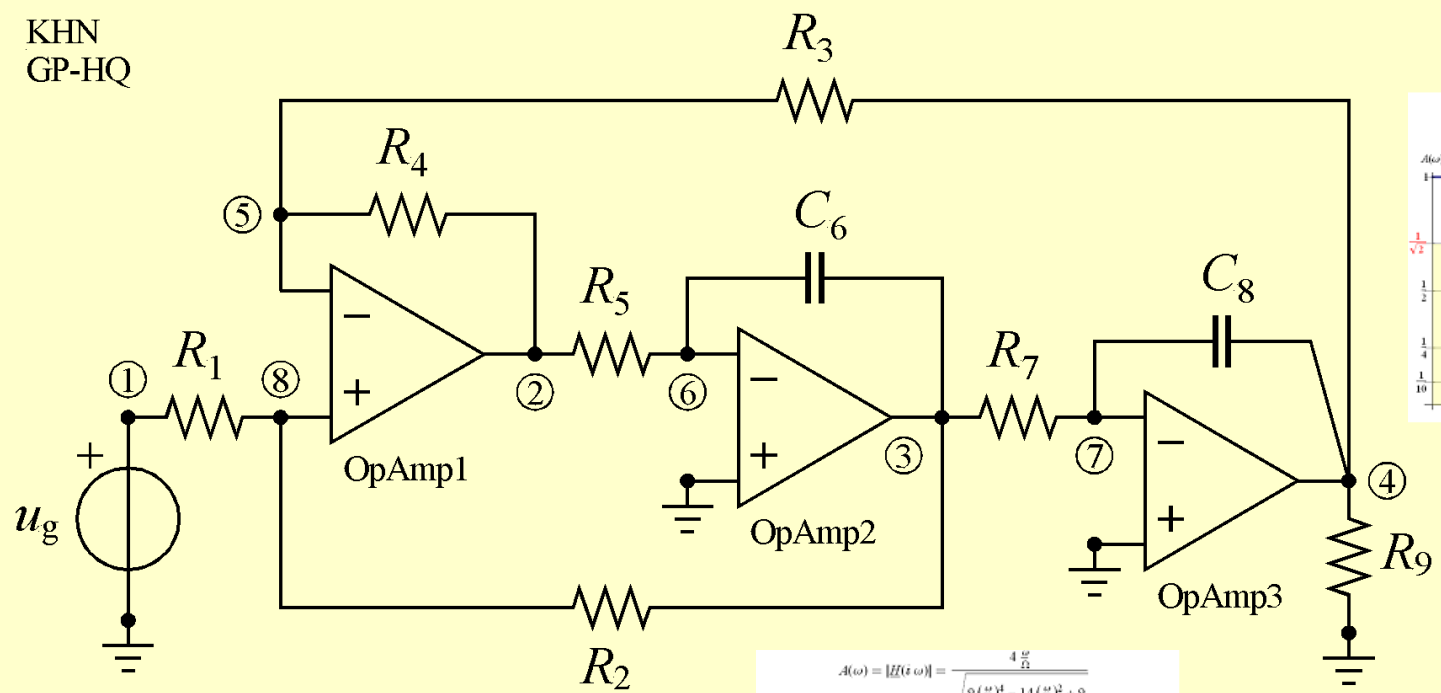
$$L_A - \overbrace{L_{AB}}^{L_3} = L_1 \Rightarrow L_A = L_1 + L_3$$

$$L_B - \overbrace{L_{AB}}^{L_3} = L_2 \Rightarrow L_B = L_2 + L_3$$

Kerwin-Huelsman-Newcomb, state-variable biquad, UAF42

KHN active filter

KHN
GP-HQ

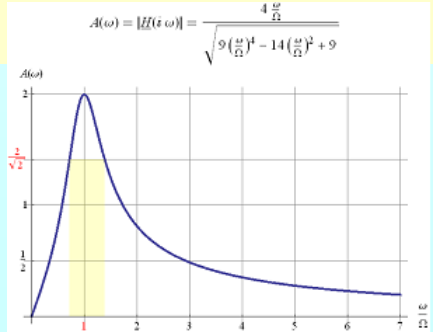
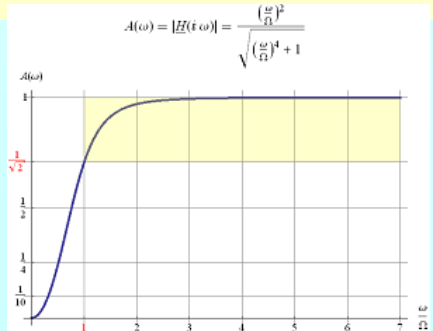


$$\underline{H}(s) = \frac{V_4(s)}{U_g(s)}$$

LowPass, LP

HighPass, HP

$$\underline{H}(s) = \frac{V_2(s)}{U_g(s)}$$



$$\underline{H}(s) = \frac{V_3(s)}{U_g(s)}$$

BandPass, BP

KHN active filter



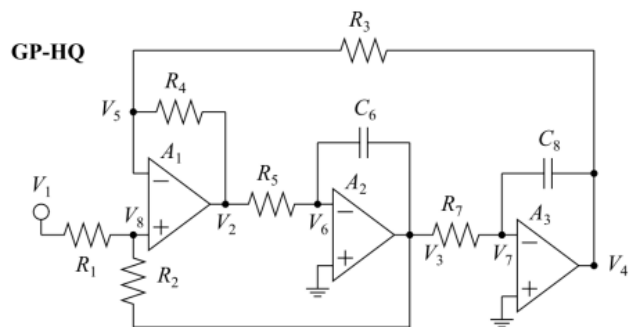
Задатак 1

Капацитивности кондензатора електричне мреже су C , а отпорности отпорника су R .

(5) Одредити трансфер функцију (уопштenu комплексну функцију мреже, трансмитансу напона) $H(s) = \frac{V_4(s)}{V_1(s)}$.

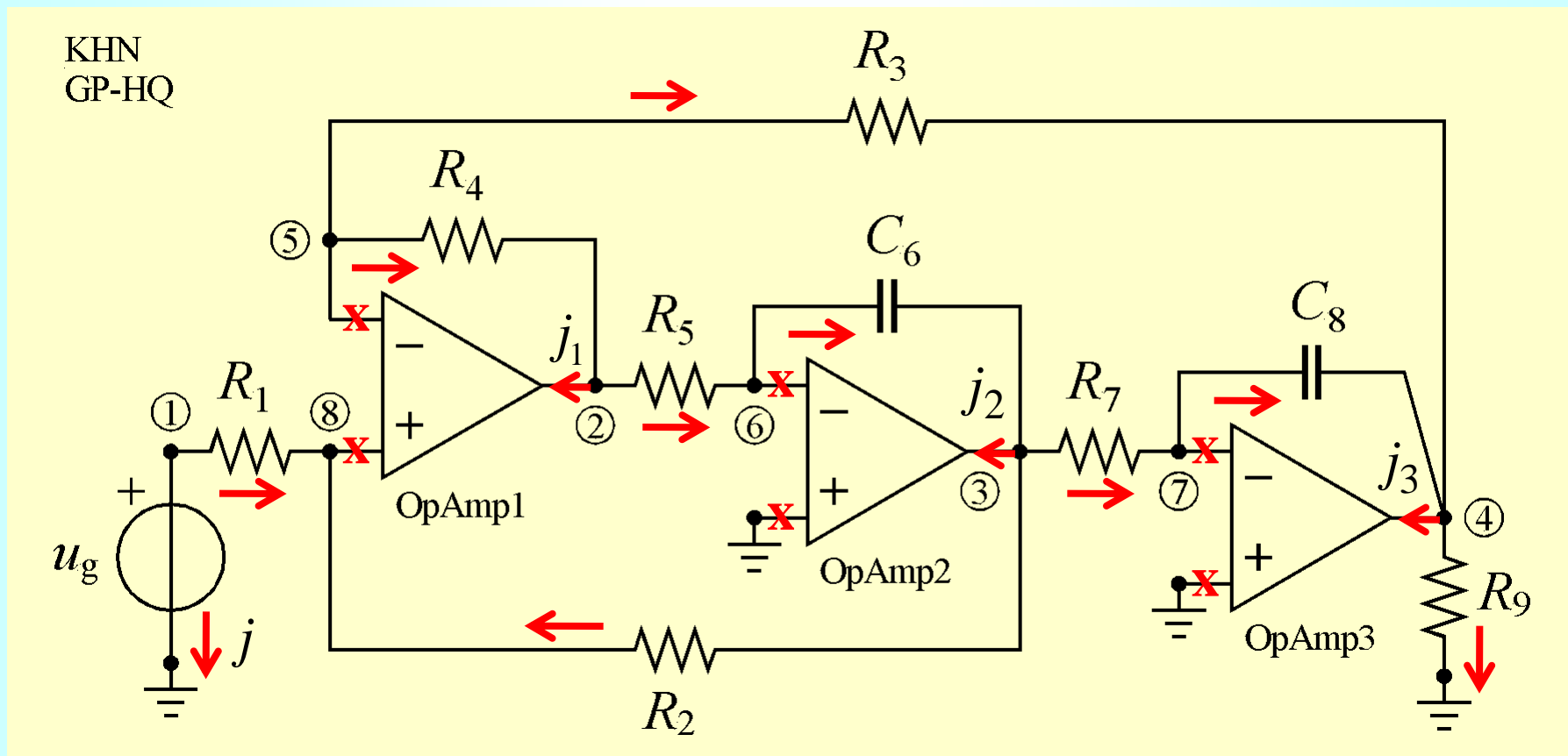
(5) Одредити нуле и полове трансфер функције.

(5) Нацртати граф мреже.



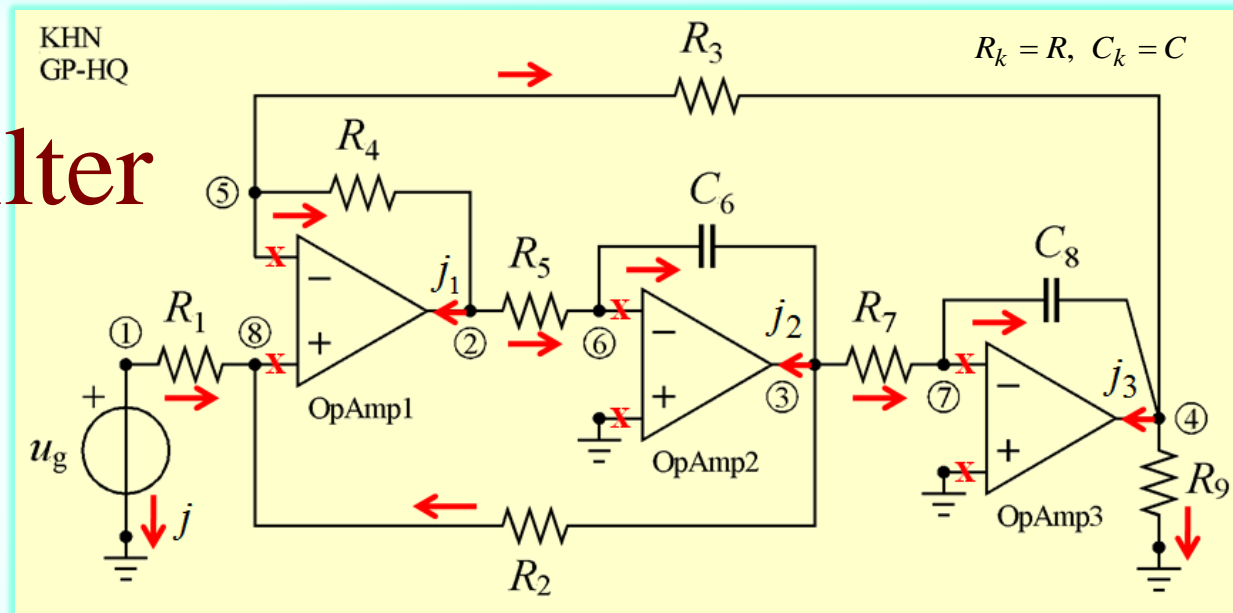
KHN active filter

$$R_k = R, C_k = C$$



$$\underline{H}(s) = \frac{V_4(s)}{V_1(s)} = ?$$

KHN active filter



$$(1) \underline{J} + (\underline{V}_1 - \underline{V}_8)/R_1 = 0$$

$$(2) \underline{J}_1 + (\underline{V}_2 - \underline{V}_6)/R_5 - (\underline{V}_5 - \underline{V}_2)/R_4 = 0$$

$$(3) \underline{J}_2 + (\underline{V}_3 - \underline{V}_8)/R_2 + (\underline{V}_3 - \underline{V}_7)/R_7 - sC_6(\underline{V}_6 - \underline{V}_3) = 0$$

$$(4) \underline{J}_3 - (\underline{V}_5 - \underline{V}_4)/R_3 + \underline{V}_4/R_9 - sC_8(\underline{V}_7 - \underline{V}_4) = 0$$

$$(5) (\underline{V}_5 - \underline{V}_2)/R_4 + (\underline{V}_5 - \underline{V}_4)/R_3 = 0$$

$$(6) -(\underline{V}_2 - \underline{V}_6)/R_5 + sC_6(\underline{V}_6 - \underline{V}_3) = 0$$

$$(7) -(\underline{V}_3 - \underline{V}_7)/R_7 + sC_8(\underline{V}_7 - \underline{V}_4) = 0$$

$$(8) -(\underline{V}_1 - \underline{V}_8)/R_1 - (\underline{V}_3 - \underline{V}_8)/R_2 = 0$$

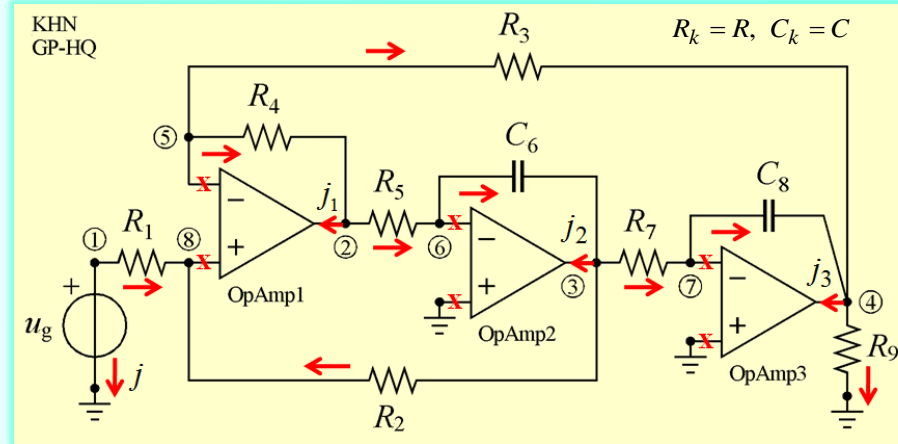
$$\underline{V}_5 = \underline{V}_8$$

$$\underline{V}_6 = 0$$

$$\underline{V}_7 = 0$$

$$\underline{V}_1 = \underline{U}_g$$

KHN active filter



$$(1) \underline{J} + (\underline{V}_1 - \underline{V}_8) / R_1 = 0$$

$$(2) \underline{J}_1 + (\underline{V}_2 - \underline{V}_6) / R_5 - (\underline{V}_5 - \underline{V}_2) / R_4 = 0$$

$$(3) \underline{J}_2 + (\underline{V}_3 - \underline{V}_8) / R_2 + (\underline{V}_3 - \underline{V}_7) / R_7 - s C_6 (\underline{V}_6 - \underline{V}_3) = 0$$

$$(4) \underline{J}_3 - (\underline{V}_5 - \underline{V}_4) / R_3 + \underline{V}_4 / R_9 - s C_8 (\underline{V}_7 - \underline{V}_4) = 0$$

$$(5) (\underline{V}_5 - \underline{V}_2) / R_4 + (\underline{V}_5 - \underline{V}_4) / R_3 = 0$$

$$(6) -(\underline{V}_2 - \underline{V}_6) / R_5 + s C_6 (\underline{V}_6 - \underline{V}_3) = 0$$

$$(7) -(\underline{V}_3 - \underline{V}_7) / R_7 + s C_8 (\underline{V}_7 - \underline{V}_4) = 0$$

$$(8) -(\underline{V}_1 - \underline{V}_8) / R_1 - (\underline{V}_3 - \underline{V}_8) / R_2 = 0$$

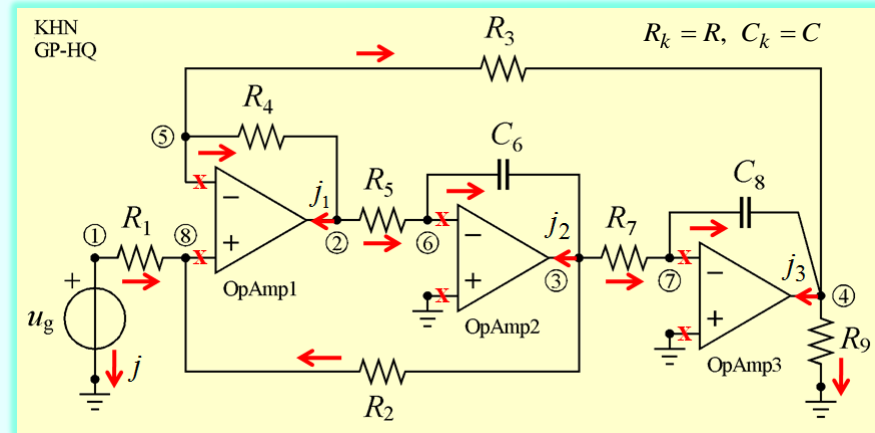
$$\underline{V}_5 = \underline{V}_8$$

$$\underline{V}_6 = 0$$

$$\underline{V}_7 = 0$$

$$\underline{V}_1 = \underline{U}_g$$

KHN active filter



$$(5) (\underline{V}_5 - \underline{V}_2) / R_4 + (\underline{V}_5 - \underline{V}_4) / R_3 = 0$$

$$(6) -\underline{V}_2 / R_5 - \underline{s} C_6 \underline{V}_3 = 0$$

$$(7) -\underline{V}_3 / R_7 - \underline{s} C_8 \underline{V}_4 = 0$$

$$(8) -(\underline{V}_1 - \underline{V}_8) / R_1 - (\underline{V}_3 - \underline{V}_8) / R_2 = 0$$

$$\underline{V}_1 = \underline{U}_g$$

$$\underline{V}_5 = \underline{V}_8$$

$$\underline{V}_6 = 0$$

$$\underline{V}_7 = 0$$

$$(5) 2\underline{V}_5 - \underline{V}_2 - \underline{V}_4 = 0$$

$$(6) \underline{V}_2 = -\underline{s} CR \underline{V}_3 \Rightarrow \underline{V}_2 = \underline{s}^2 (CR)^2 \underline{V}_4$$

$$(7) \underline{V}_3 = -\underline{s} CR \underline{V}_4$$

$$(8) 2\underbrace{\underline{V}_8}_{\underline{V}_5} - \underline{V}_1 - \underline{V}_3 = 0 \Rightarrow \underline{V}_5 = \frac{1}{2} (\underline{V}_1 + \underline{V}_3)$$

$$(5) 2\underline{V}_5 - \underline{V}_2 - \underline{V}_4 = 0$$

⇓

$$2 \cdot \frac{1}{2} (\underline{V}_1 - \underline{s} CR \underline{V}_4) - \underline{s}^2 (CR)^2 \underline{V}_4 - \underline{V}_4 = 0$$

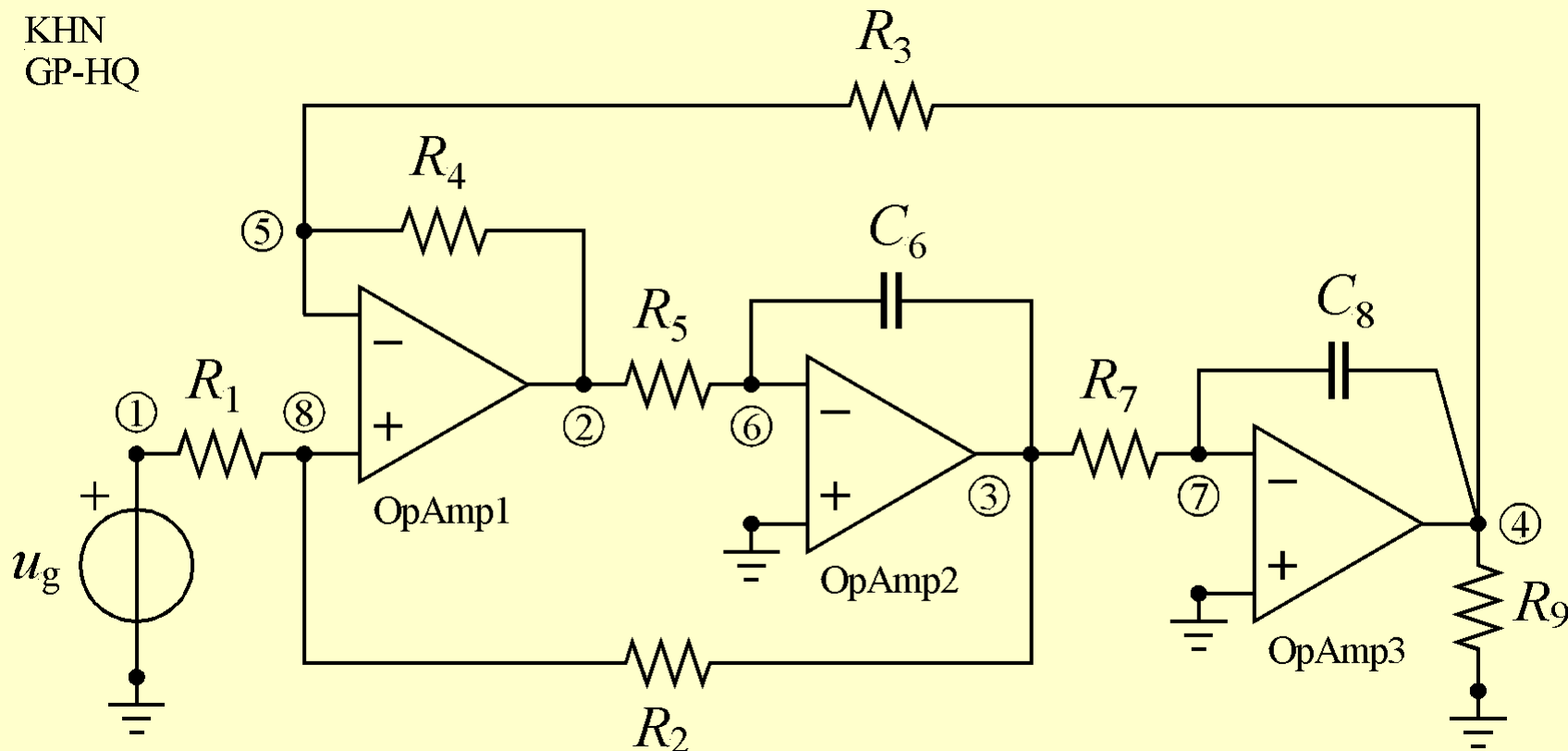
⇓

$$\frac{\underline{V}_4}{\underline{V}_1} = \frac{1}{\underline{s}^2 (CR)^2 + \underline{s} CR + 1}$$

KHN active filter

$$R_k = R, C_k = C$$

KHN
GP-HQ

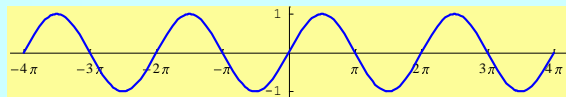


$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{V}_4(s)}{\underline{V}_1(s)}$$

$$\underline{H}(s) = \frac{1}{C^2 R^2 s^2 + C R s + 1}$$

Нуле и полови

- *Нуле комплексне функције електричног кола* су корени (нуле) бројитеља КФ
- *Полови комплексне функције електричног кола* су корени (нуле) именитеља КФ
- Коефицијенти КФ су **реални**
- Комплексна функција електричног кола са **концентрисаним** елементима је **рационална** функција по комплексној учестаности \underline{s}



KHN active filter

$$R_k = R, C_k = C$$

$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{1}{C^2 R^2 \underline{s}^2 + C R \underline{s} + 1}$$

$$z = \{ \}$$

$$(RC)^2 \underline{s}^2 + RC \underline{s} + 1 = 0$$

$$\underline{s}_{1/2} = \frac{-RC \pm \sqrt{(RC)^2 - 4(RC)^2}}{2(RC)^2} = -\frac{1}{2RC} \pm j \frac{\sqrt{3}}{2RC}$$

$$p = \left\{ -\frac{1}{2RC} - j \frac{\sqrt{3}}{2RC}, -\frac{1}{2RC} + j \frac{\sqrt{3}}{2RC} \right\}$$

