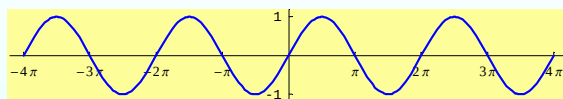


Теорија електричних кола

$$\underline{U}^{(\omega)} = \underline{U} = U e^{j\theta} = \frac{\omega}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u(t) e^{-j\omega t} dt$$



$$u(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\underline{U} e^{j\omega t})$$

Користите само материјале које вам достави и препоручи предметни наставник у текућој школској години.



Дејан Тошић

Опште решење хомогеног дела

линеарне диференцијалне
једначине са константним
коэффицијентима

Опште решење хомогеног дела

$$\frac{d^r i}{dt^r} + a_{r-1} \frac{d^{r-1} i}{dt^{r-1}} + \cdots + a_2 \frac{d^2 i}{dt^2} + a_1 \frac{di}{dt} + a_0 i = F(t)$$

$$i = i_h + i_p$$

$$i_h = \sum_{k=1}^N p_k^{(m_k-1)}(t) e^{\underline{s}_k t}$$

$$\sum_{k=1}^N m_k = r$$

$\underline{s}_k$ је сопствена учестаност вишеструкости m_k , $p_k(t)$ је полином степена (m_k-1) , N је број различитих сопствених учестаности.

Када решење хомогеног дела тежи нули са протоком времена?

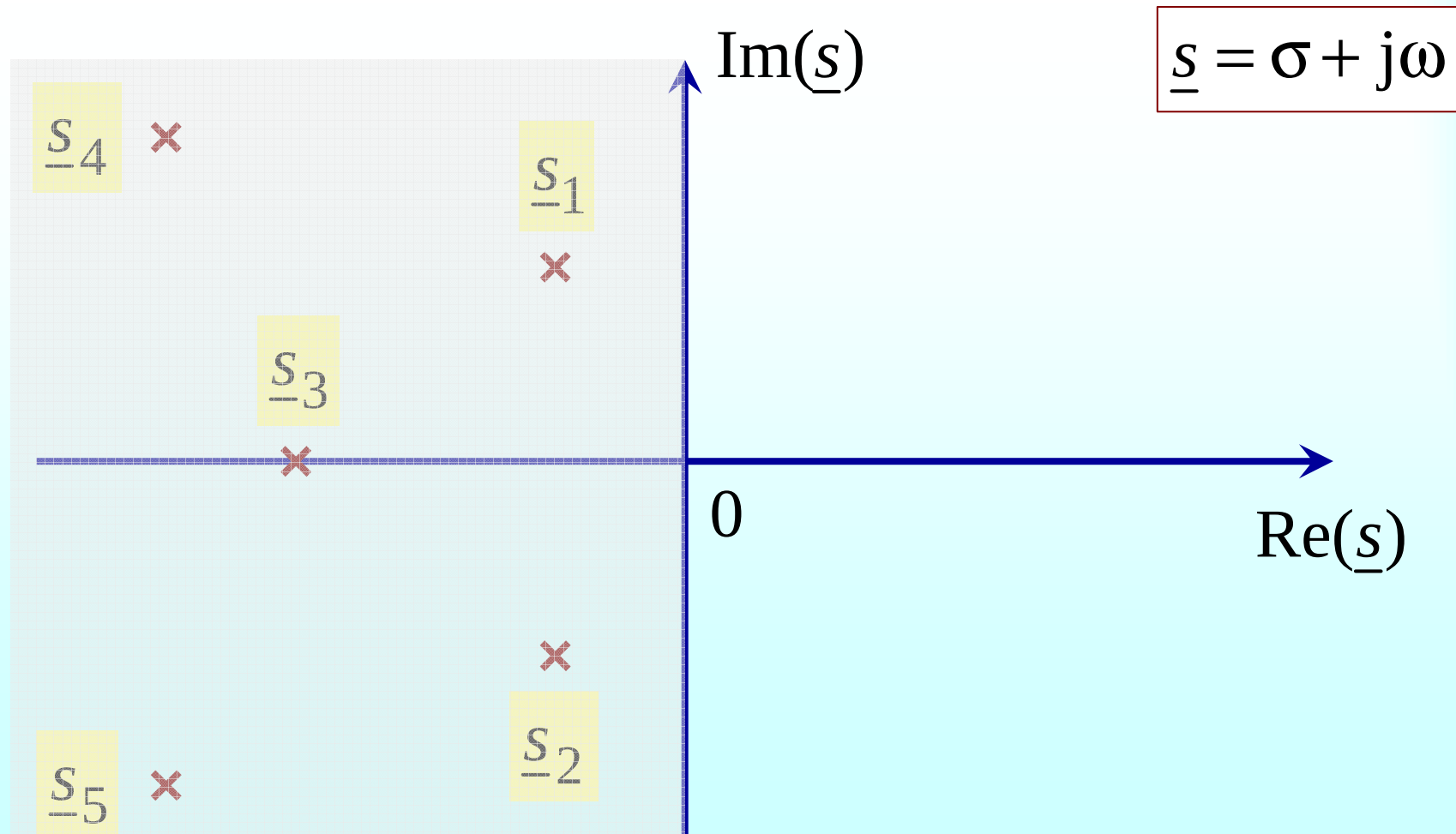
$$\underline{s}_k = \sigma_k + j\omega_k \quad p_k^{(m_k-1)}(t) = c_{k,0} + c_{k,1}t + \dots + c_{k,m_k-1}t^{m_k-1}$$

$$\boxed{\sigma_k < 0} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \left| p_k^{(m_k-1)}(t) e^{\underline{s}_k t} \right| = \lim_{t \rightarrow \infty} \left| p_k^{(m_k-1)}(t) e^{\sigma_k t} \right| = 0$$

Ако су **све** сопствене учестаности линеарне диференцијалне једначине са константним коефицијентима у **отвореној левој** комплексној полуравни, онда решење хомогеног дела тежи **нули** са протоком времена – када време тежи бесконачности.

$$(\forall k = 1, 2, \dots, N : \sigma_k < 0) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} i_h = 0$$

Отворена лева комплексна полураван



Устаљен одзив

временски непроменљивог
линеарног електричног кола

Устаљен одзив

- У пракси су важне временски **сталне** (константне) или **периодичне** побуде.
- После довољно дуго времена одзив може бити практично **истог облика** као и побуда и тај одзив зовемо **устаљен**.
- Услов за настанак устаљеног одзива је да решење хомогеног дела ДЈО тежи нули, **ишчезава**, са временом.

$$i = i_p$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i_h = 0$$

ДЈО је диференцијална једначина одзива.

Устаљен временски непроменљив (сталан, константан) одзив

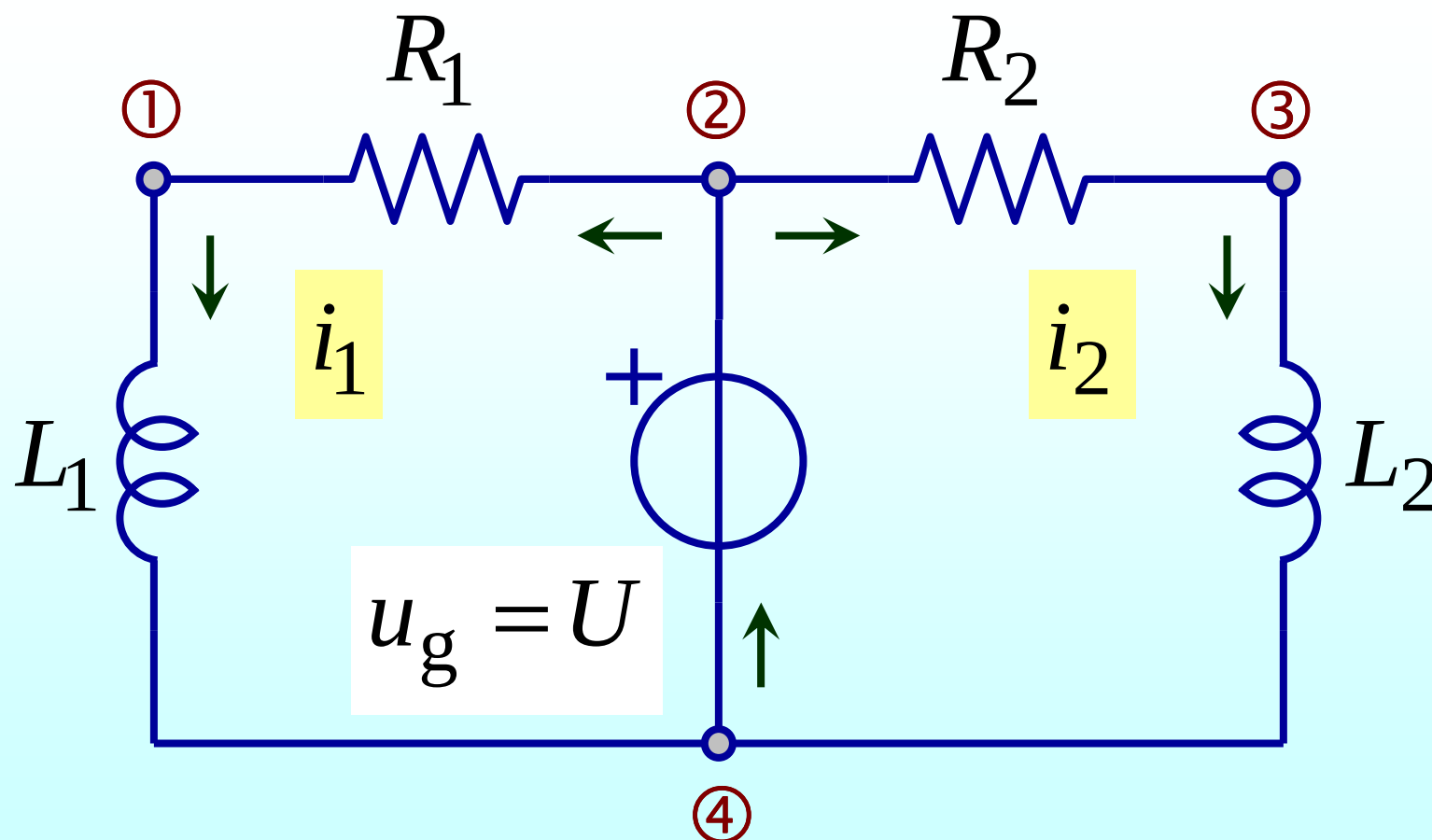
- Сматрамо да су све **побуде константне**.
- Претпостављамо да су сви **одзиви константни** – непроменљиви у времену.
- Поставимо једначине кола и све изводе по времену заменимо **нулом**.
- Практично, кондензаторе замењујемо отвореном везом а калемове кратком.
- Почетни услови се не разматрају.
- Устаљен одзив је дефинисан у сваком тренутку времена – на целој реалној оси.

$$-\infty < t < +\infty$$

DC Analysis

Пример одређивања константног устаљеног одзива

$$-\infty < t < +\infty$$



Побуда је стална у сваком тренутку времена.

DC Analysis

Једначине устаљеног одзива

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} = u_g$$

Red arrow pointing to 0 above the derivative term.

$$R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} = u_g$$

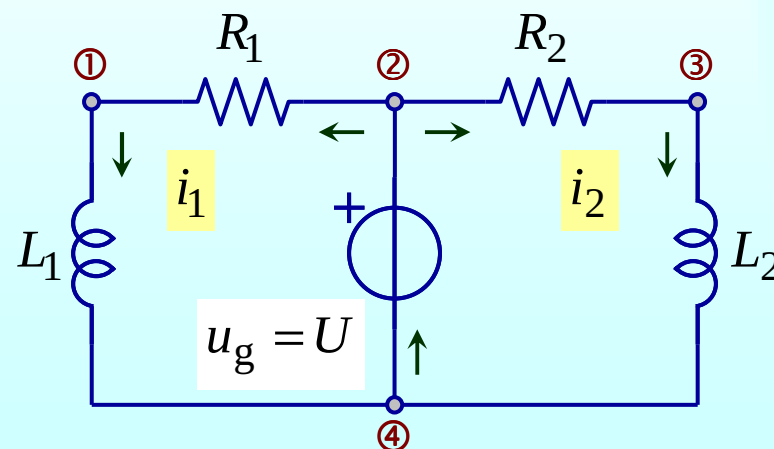
Red arrow pointing to 0 above the derivative term.

$$R_1 i_1 = U$$

$$R_2 i_2 = U$$

$$i_1 = \frac{U}{R_1}$$

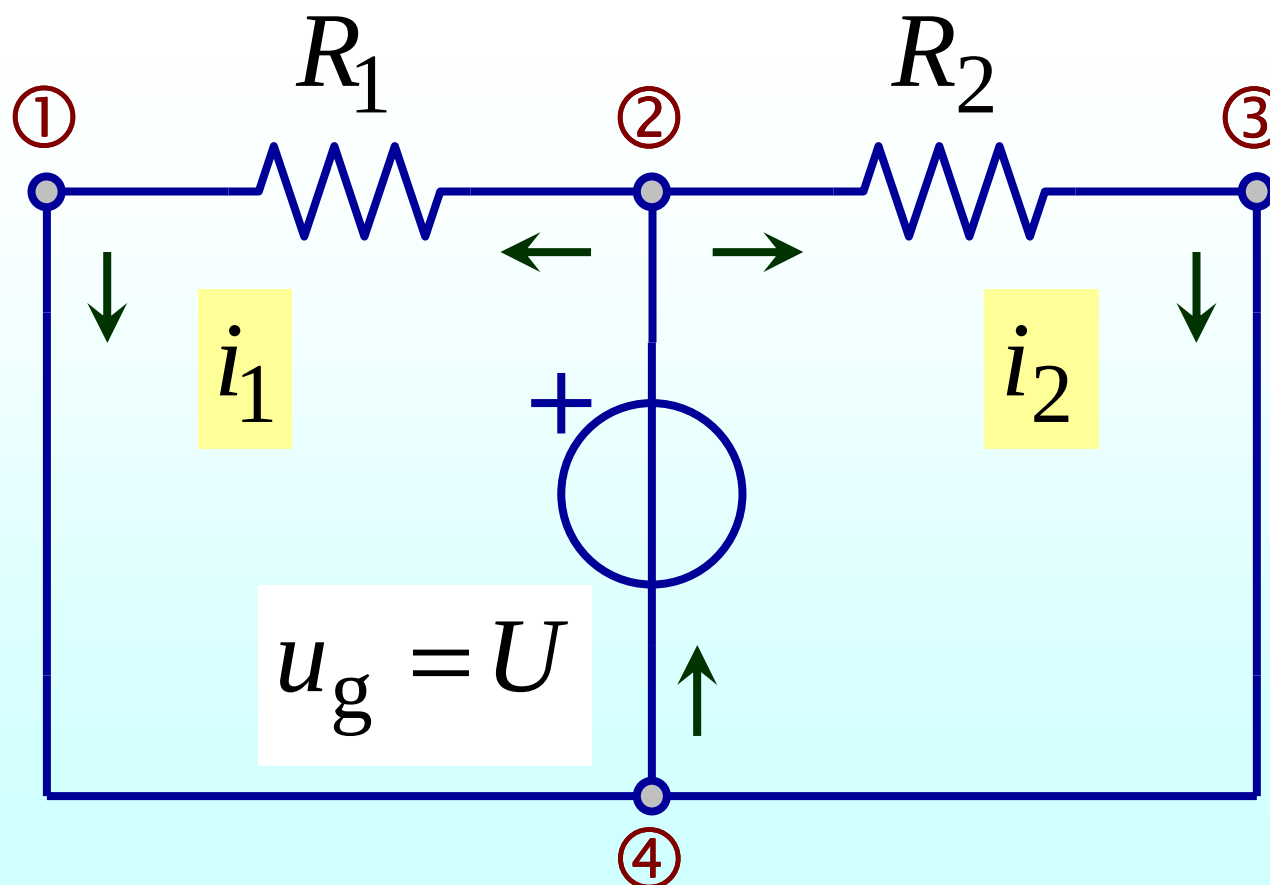
$$i_2 = \frac{U}{R_2}$$



DC Analysis

Заменска шема за устаљен одзив

$$-\infty < t < +\infty$$



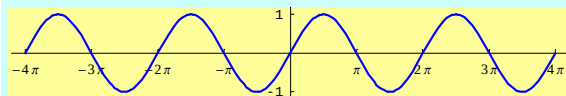
Побуда је стална у сваком тренутку времена.

DC Analysis

Устаљен простопериодичан одзив (УППО)

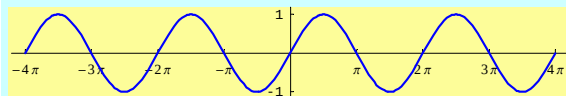
- Сматрамо да су све **побуде простопериодичне** (синусоидалне).
- Претпостављамо да су сви **одзиви простопериодични**.
- Сматрамо да су **исте учестаности** свих простопериодичних побуда и одзива.
- Користимо комплексан рачун за решавање кола (одређивање одзива).
- Почетни услови се не разматрају.
- Устаљен одзив је дефинисан у сваком тренутку времена – на целој реалној оси.

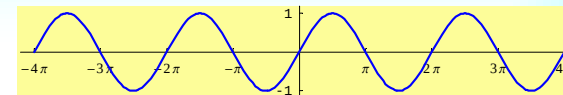
$$-\infty < t < +\infty$$



Преобликовање (трансформација) једначина кола

- Због једноставнијег решавања диференцијалних једначина ел. кола тражимо поступак да их претворимо у систем **алгебарских једначина**.
- Потребна је једнозначна линеарна трансформација (преобликовање) која **извод претвара у множење константом**.





Фазорска трансформација

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta)$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\underline{U}^{(\omega)} = \underline{U} = U e^{j\theta} = \frac{\omega}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$u(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\underline{U} e^{j\omega t})$$

$$\underline{U} = \operatorname{PT}(u(t))$$

$$u(t) = \operatorname{PT}^{-1}(\underline{U})$$

Дефинисана је само за електрична кола која су
линеарна и временски непроменљива.

Фазор, трансформат, оригинал

- Функција времена $u(t)$ је тренутна вредност (оригинал, напон/струја, таласни облик).
- Комплексна величина $\underline{U}$ је фазор (слика, комплексан напон/струја, трансформат, комплексан представник).
- $\text{PT}(u(t))$ је директна фазорска трансформација.
- $\text{PT}^{-1}(\underline{U})$ је инверзна фазорска трансформација.
- $u(t)$ и $\underline{U}$ су трансформациони пар.

$$u(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\underline{U} e^{j\omega t})$$

$$u(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta)$$

$$\underline{U}^{(\omega)} = \underline{U} = U e^{j\theta} = \frac{\omega}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u(t) e^{-j\omega t} dt$$

Својства фазорске трансформ.

- **Једнозначност.** Ако су два оригинала једнака, једнаке су и њихове трансформације, и обрнуто.
- **Линеарност.** Трансформација збира се пресликава у збир трансформација и константа се може изнети (извући) испред оператора трансформације.
- **Претварање извода.** Извод оригинала по времену се пресликава у множење константом.

$$u(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\underline{U} e^{j\omega t})$$

$$u(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \theta)$$

$$\underline{U}^{(\omega)} = \underline{U} = U e^{j\theta} = \frac{\omega}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u(t) e^{-j\omega t} dt$$

Својства РТ

Једнозначност

$$u_1 = u_2 \Leftrightarrow \underline{U}_1 = \underline{U}_2$$

$$\underline{U} = \text{PT}(u(t))$$

$$\underline{U}_1 = \text{PT}(u_1(t))$$

$$\underline{U}_2 = \text{PT}(u_2(t))$$

Линеарност

$$\text{PT}(a u_1 + b u_2) = a \underline{U}_1 + b \underline{U}_2$$

$$a, b = \text{const}$$

Претварање извода у множење константом

$$\text{PT}\left(\frac{du}{dt}\right) = j\omega \underline{U}$$

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \theta)$$

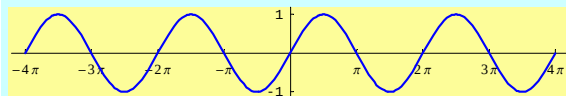
$$\underline{U}^{(\omega)} = \underline{U} = U e^{j\theta} = \frac{\omega}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$u(t) = \sqrt{2} \text{Re}(\underline{U} e^{j\omega t})$$

Одређивање устаљеног одзива

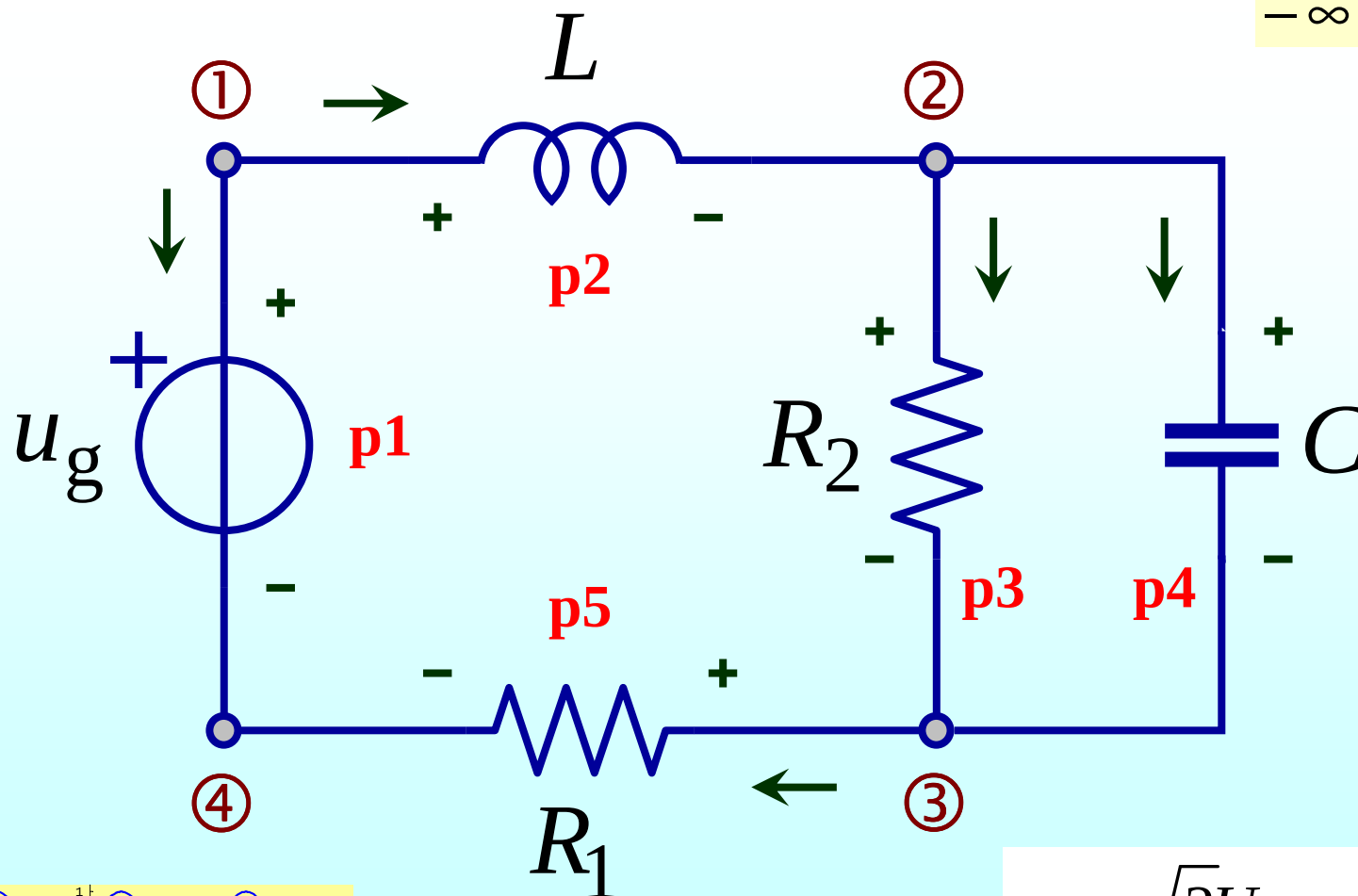
- Обележе се чворови, приступи, напони и струје приступа; усвоје се упоредни смерови и постави се **систем једначина кола**.
- **Трансформација** се примени на леву и десну страну сваке једначине.
- Одреди се **фазор** одзива (комплексан одзив).
- Одреди се **одзив** (тренутна вредност) из комплексног одзива.
- Устаљен одзив је дефинисан у сваком тренутку времена – на целој реалној оси.

$$-\infty < t < +\infty$$



AC Analysis

Пример одређивања УППО



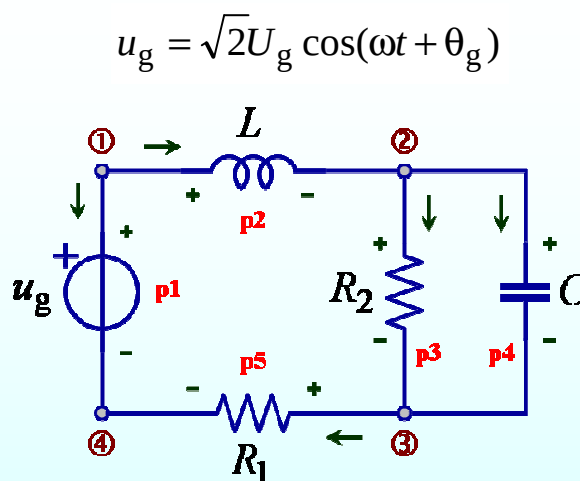
$$u_g = \sqrt{2}U_g \cos(\omega t + \theta_g)$$

Систем једначина кола (СЈК)

$$i_1 + i_2 = 0$$

$$-i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

$$-i_3 - i_4 + i_5 = 0$$



$$u_1 = u_g$$

$$u_2 = L \frac{di_2}{dt}$$

$$u_3 = R_2 i_3$$

$$i_4 = C \frac{du_4}{dt}$$

$$u_5 = R_1 i_5$$

$$-u_1 + u_2 + u_3 + u_5 = 0$$

$$-u_3 + u_4 = 0$$

Фазорска трансформација СЈК

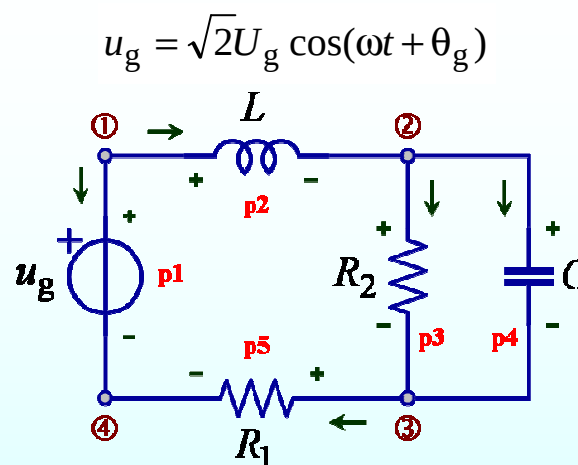
$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0$$

$$-\underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 = 0$$

$$-\underline{I}_3 - \underline{I}_4 + \underline{I}_5 = 0$$

$$-\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 + \underline{U}_5 = 0$$

$$-\underline{U}_3 + \underline{U}_4 = 0$$



$$\underline{U}_1 = \underline{U}_g$$

$$\underline{U}_2 = j\omega L \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_3 = R_2 \underline{I}_3$$

$$\underline{I}_4 = j\omega C \underline{U}_4$$

$$\underline{U}_g = U_g e^{j\theta_g}$$

$$\underline{U}_5 = R_1 \underline{I}_5$$

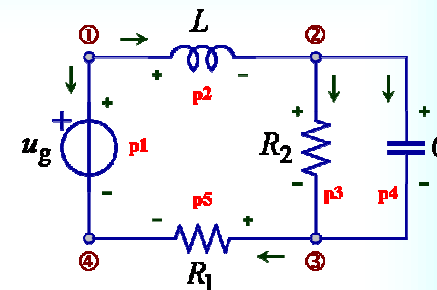
Комплексан систем једначина кола

$$-\infty < t < +\infty$$

$$u_g = \sqrt{2}U_g \cos(\omega t + \theta_g)$$

$$\underline{U}_g = U_g e^{j\theta_g}$$

ОДЗИВ



$$\underline{U}_4 = \underline{U}_g \frac{R_2}{R_1 + R_2 + (L + CR_1R_2)\underline{s} + CLR_2\underline{s}^2}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_g \frac{1 + CR_2\underline{s}}{R_1 + R_2 + (L + CR_1R_2)\underline{s} + CLR_2\underline{s}^2}$$

$$u_4 = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\underline{U}_4 e^{j\omega t}) \quad i_2 = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\underline{I}_2 e^{j\omega t})$$

Производ $j\omega$, који има димензију учестаности, назива се *комплексна учестаност*.

$$\underline{s} = j\omega$$

Снага приступа УППО

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*$$

Комплексна снага (VA)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \operatorname{Re}(\underline{S})$$

Средња (активна) снага (W)

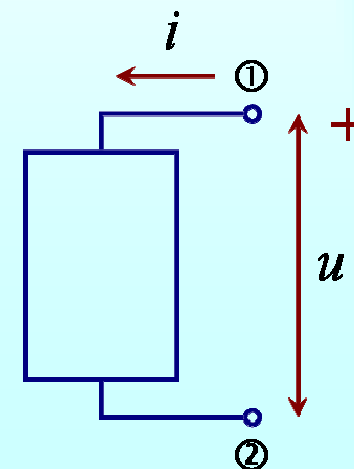
$$Q = \operatorname{Im}(\underline{S})$$

Реактивна снага (var)

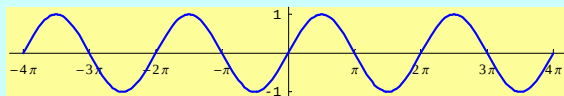
$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Привидна снага (VA)

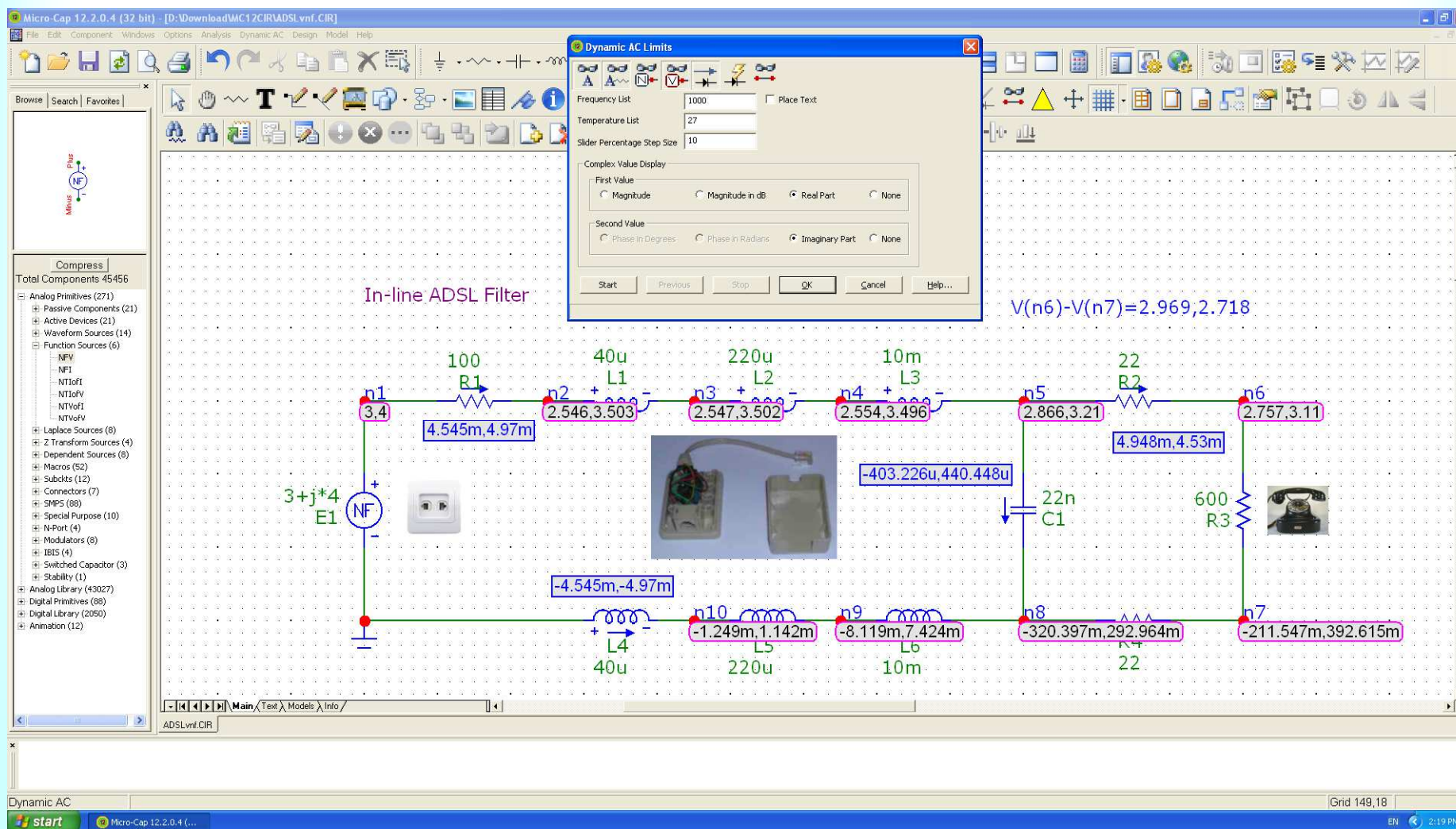
$$p(t) = u(t) i(t)$$



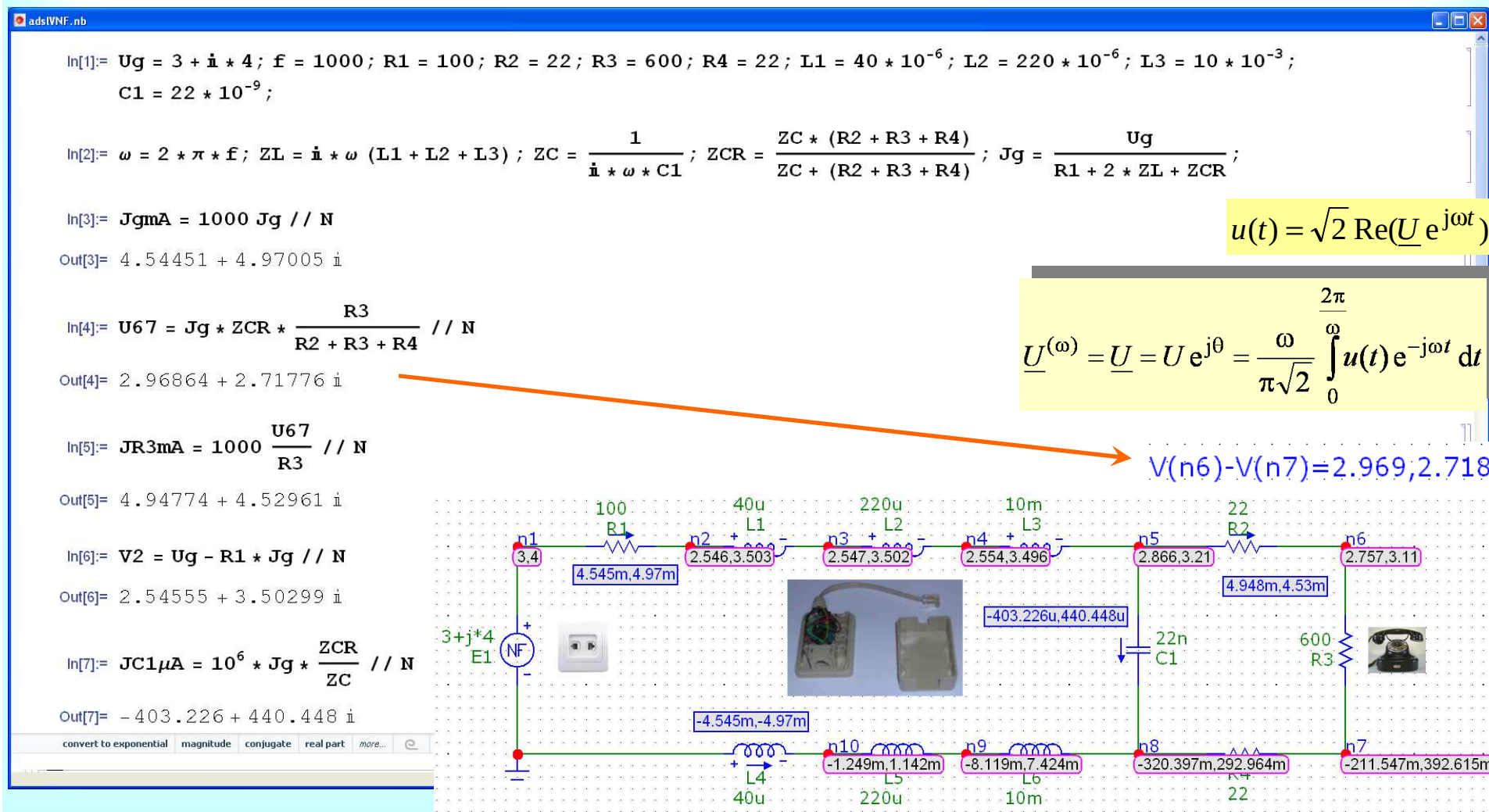
Снага елемента или мреже са више приступа је једнака збиру снага приступа.



Решавање ел. кола помоћу фазора: AC analysis, Micro-Cap 12 free



Решавање ел. кола помоћу фазора: *Mathematica*

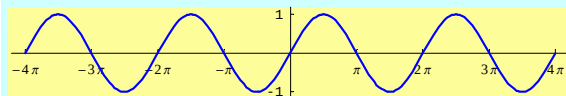


$$\underline{U}^{(\omega)} = \underline{U} = U e^{j\theta} = \frac{\omega}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$u(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(\underline{U} e^{j\omega t})$$

Комплексна функција електричног кола

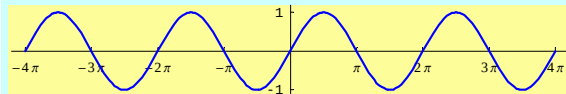
за устаљен одзив који је
простопериодичан



AC Analysis

Комплексна функција ел. кола у области фазорске трансформације

- Посматрајмо линеарно временски непроменљиво електрично коло у коме делује само **један** извор (један независан генератор).
- Нека је одзив устаљен и **простопериодичан**.
- **Комплексна функција електричног кола** (функција мреже, функција система) у области фазорске трансформације је однос фазора (трансформата) одзива и фазора (трансформата) побуде изражен преко комплексне учестаности **$\underline{s}$** .
- Ако су побуда и одзив на истом приступу, комплексна функција се назива **улазна комплексна функција** (**улазна имитанса**).
- Ако су побуда и одзив на различитим приступима, комплексна функција се назива **преносна комплексна функција** (**трансфер функција**, функција преноса).
- У анализи комплексних функција електричног кола комплексна учестаност **$\underline{s}$** се посматра у целој комплексној равни иако је она уведена као параметар фазорске трансформације.



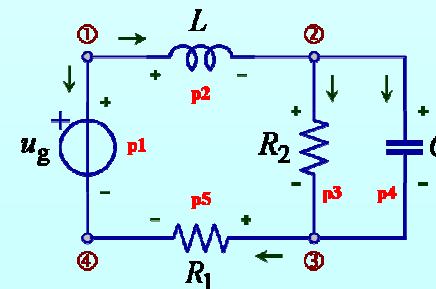
$$\underline{s} = j\omega$$

Пример комплексне функције

$$\underline{H}_4 = \frac{\underline{U}_4}{\underline{U}_g} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + (L + CR_1R_2)\underline{s} + CLR_2\underline{s}^2}$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_g} = \frac{1 + CR_2\underline{s}}{R_1 + R_2 + (L + CR_1R_2)\underline{s} + CLR_2\underline{s}^2}$$

$$\underline{s} = j\omega$$



Именитељ функција је исти и за струју калема и за напон кондензатора.

Нуле и полови

- *Нуле комплексне функције електричног кола* су корени (нуле) бројитеља КФ.
- *Полови комплексне функције електричног кола* су корени (нуле) именитеља КФ.
- Коефицијенти КФ су **реални**.
- Комплексна функција електричног кола са **концентрисаним** елементима је **рационална** функција по комплексној учестаности $\underline{s}$.



$$\underline{Y}_2 = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_g} = \frac{1 + CR_2 \underline{s}}{R_1 + R_2 + (L + CR_1 R_2) \underline{s} + CLR_2 \underline{s}^2}$$

Пример нула и полова

$$\underline{Y}_2 = \frac{\underline{I}_2}{\underline{U}_g} = \frac{1 + CR_2 \underline{s}}{R_1 + R_2 + (L + CR_1 R_2) \underline{s} + CLR_2 \underline{s}^2}$$

$$1 + CR_2 \underline{s} = 0 \Rightarrow \underline{s}_{z1} = \frac{-1}{CR_2}$$

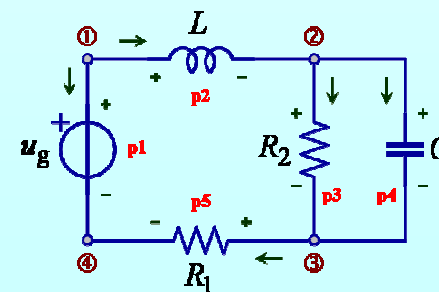
Нуле (zeroes)

Полови (poles)

$$R_1 + R_2 + (L + CR_1 R_2) \underline{s} + CLR_2 \underline{s}^2 = 0 \Rightarrow \underline{s}_{p1} = \dots, \underline{s}_{p2} = \dots$$

$$\underline{Y}_2 = K \frac{\underline{s} - \underline{s}_{z1}}{(\underline{s} - \underline{s}_{p1})(\underline{s} - \underline{s}_{p2})}$$

Pole-zero-gain form



Q-фактор и потег пола

- Посматрајмо **комплексне** полове. Они се јављају у комплексно-конјугованим паровима зато што су коефицијенти комплексне функције електричног кола реални.
- Комплексно-конјугованом пару полова **негативног** реалног дела одговара квадратни трином облика $\underline{s}^2 + p\underline{s} + q$, $p > 0$, $p^2 < 4q$.
- Трином се може представити у другом облику подесном за одређене теоријске анализе: $\underline{s}^2 + (\Omega/Q)\underline{s} + \Omega^2$, $Q > 0$, $\Omega > 0$.
- Реалан позитиван број без димензија, Q , назива се **Q-фактор пола**.
- Реалан позитиван број по димензији учестаност, Ω , назива се **потег пола**.
- За пар комплексно-конјугованих полова, $\underline{s}_1$, $\underline{s}_2 = \underline{s}_1^*$, из Виетових ставова следује $\underline{s}_1 + \underline{s}_2 = 2\text{Re}(\underline{s}_1) = -p$, $\underline{s}_1 \underline{s}_2 = |\underline{s}_1|^2 = q$, одакле следује **$Q = \Omega / p = \Omega / (-2\text{Re}(\underline{s}_1))$** , **$\Omega = \sqrt{q} = |\underline{s}_1|$** .
- Ове величине су значајне у анализи комплексне функције кола.

$$\Omega_p = |\underline{s}_p|$$

$$Q_p = \frac{\Omega_p}{-2 \text{Re}(\underline{s}_p)}$$

Терминологија: импеданса, адмитанса, трансмитанса, појачање, слабљење

- Улазна импеданса
- Улазна адмитанса
- Преносна импеданса (трансимпеданса)
- Преносна адмитанса (трансадмитанса)
- Трансмитаанса напона (напонско појачање, voltage gain, voltage amplification, voltage transfer function)
- Трансмитаанса струје (струјно појачање, current gain, current amplification, current transfer function)
- Функција слабљења (attenuation)
- У литератури се дефинише и уопштена комплексна функција електричног кола као количник два произвољна фазора (трансформата) одзива.

Прецизније и потпуније је са фразом "у области фазорске трансформације".
На пример, *трансмитаанса струје* у области фазорске трансформације.

Фреквенцијски одзив

- **Фреквенцијски одзив** је комплексна функција ел. кола на имагинарној оси, у којој је s замењено са $j\omega$.
- **Амплитудски одзив** је модул фреквенцијског одзива.
- **Фазни одзив** је аргумент фреквенцијског одзива.
- **Групно кашњење** је негативан извод фазног одзива по угаоној учестаности.
- Фреквенцијске карактеристике су **графици** групног кашњења, амплитудског и фазног одзива у функцији угаоне учестаности или учестаности.
- Фреквенцијске карактеристике се обично цртају у подесној **логаритамској** размери.

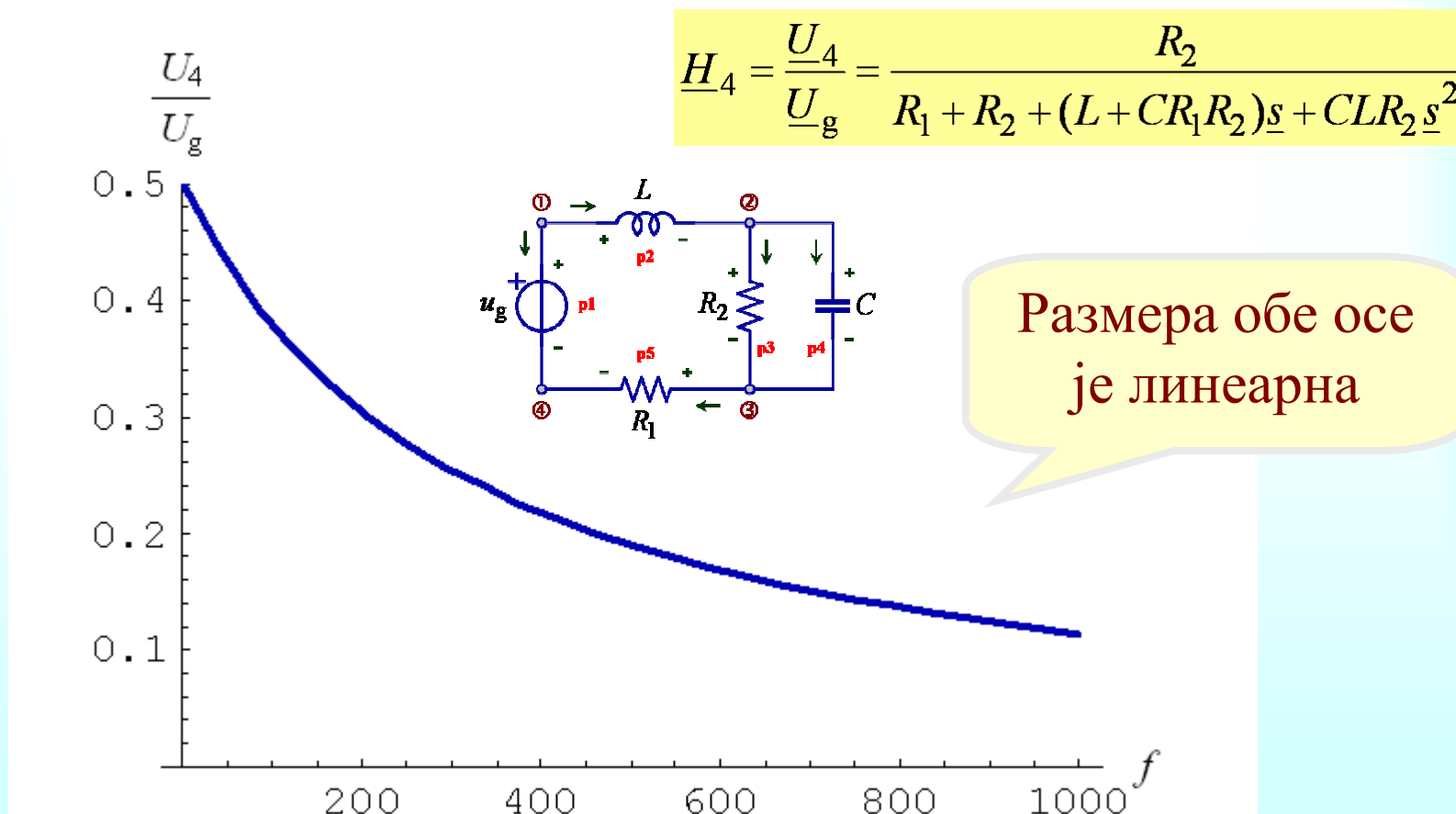
$$\underline{H}(j\omega)$$

$$M(\omega) = \text{abs}(\underline{H}(j\omega))$$

$$\Phi(\omega) = \arg(\underline{H}(j\omega))$$

$$\tau(\omega) = -\frac{d\Phi(\omega)}{d\omega}$$

Пример амплитудске карактер.



Комплексна функција овог електричног кола је количник фазора напона кондензатора и фазора побуде. То је трансфер функција (функција преноса, transfer function). Амплитудска карактеристика је график модула трансфер функције на имагинарној оси.

Децибел (dB)

- Због подеснијег приказа модула комплексне функције ел. кола уводи се логаритамска размера по ординати.
- Децибел* (dB) је двадесет декадних логаритама од посматране величине.

$$A_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(A)$$

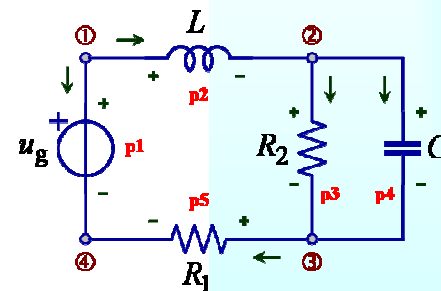
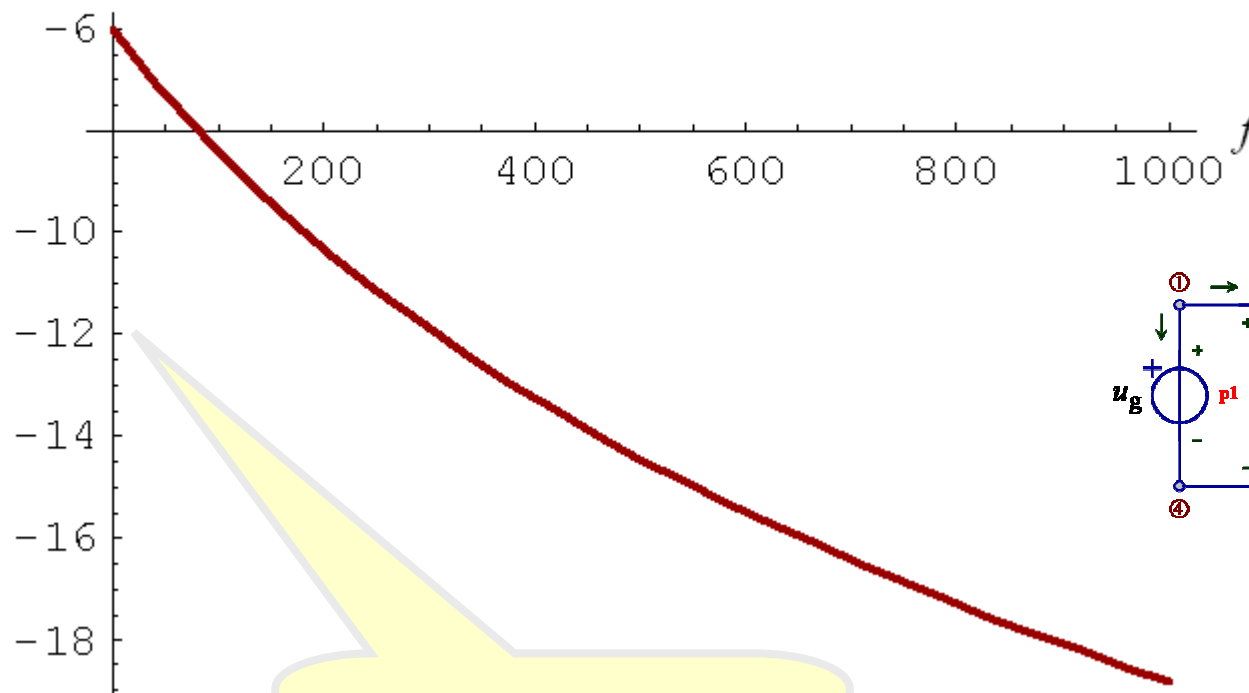
A је бездимензиона величина, чист број.

	dB
100	40.
10	20.
2	6.0206
$\sqrt{2}$	3.0103
1	0.
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	-3.0103
$\frac{1}{2}$	-6.0206
$\frac{1}{10}$	-20.
$\frac{1}{100}$	-40.

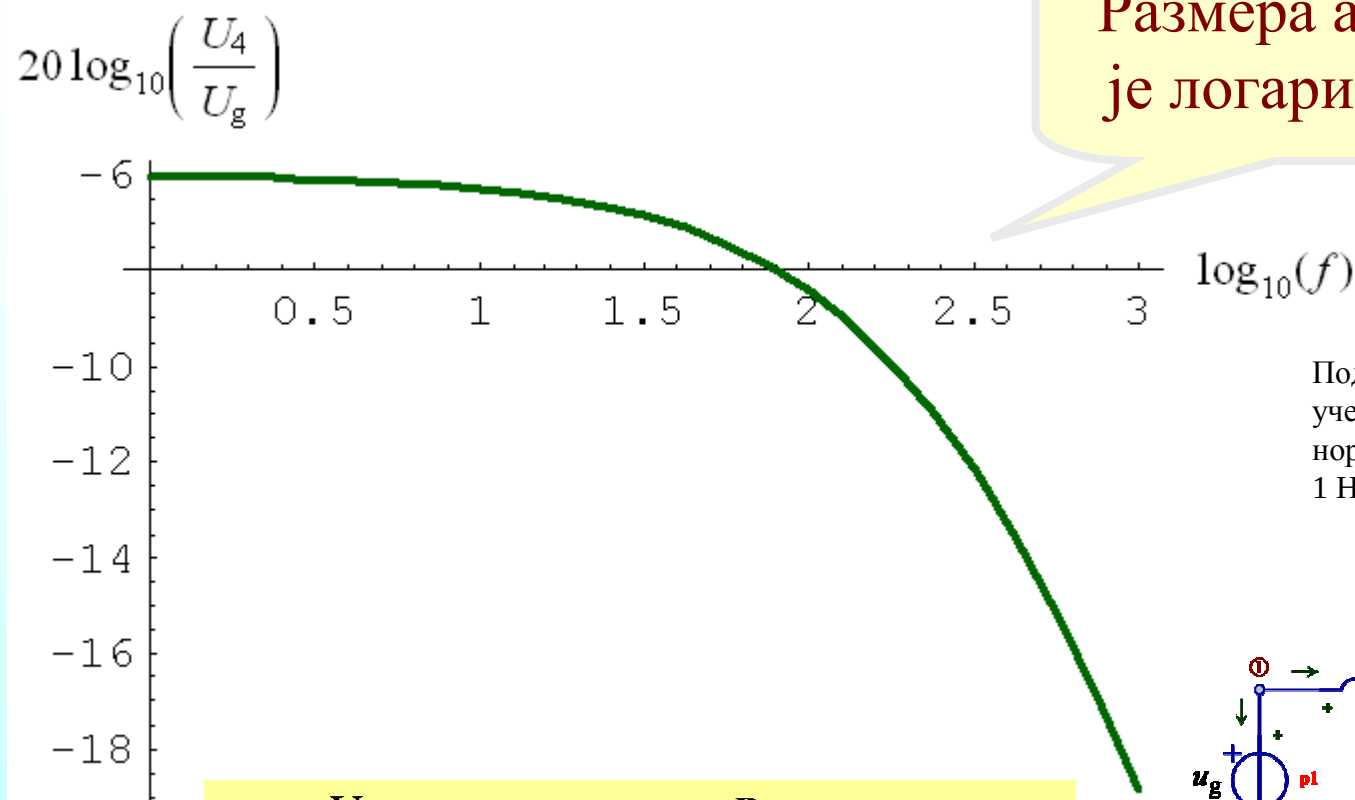
Амплитудска карактер. у dB

$$\underline{H}_4 = \frac{\underline{U}_4}{\underline{U}_g} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + (L + CR_1R_2)s + CLR_2s^2}$$

$$20 \log_{10} \left(\frac{U_4}{U_g} \right)$$

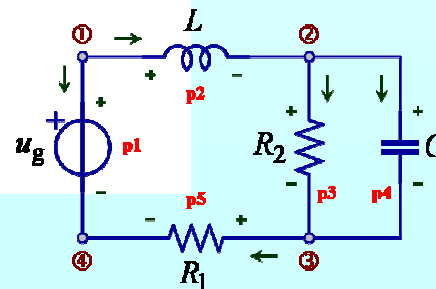


Амплитудска карактер. у dB са логаритамском осом учестаности



Подразумева се да је
учестаност f
нормализована на
1 Hz.

$$\underline{H}_4 = \frac{\underline{U}_4}{\underline{U}_g} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + (L + CR_1R_2)s + CLR_2s^2}$$



Пропусни опсег

- **Пропусни опсег** је скуп учестаности на којима је квадрат амплитудске карактеристике већи од **половине** вредности на упоредној учестаности.
- Пропусни опсег се изражава и преко учестаности, f , у херцима (Hz) и преко угаоне (кружне) учестаности, ω , у радијанима по секунди (rad/s).
- Упоредна учестаност је учестаност **максимума** амплитудске карактеристике када је она једноставна функција учестаности. То може бити нула или тачка у бесконачности.
- Ако амплитудска карактеристика има јединствен локални минимум, онда је та учестаност упоредна фреквенција у неким случајевима.

Постоје и друге дефиниције пропусног опсега. Пажљиво прочитати документацију електричне компоненте, склопа, опреме,..., да би утврдили како је дефинисан и мерен пропусни опсег.

Одређивање пропусног опсега

Амплитудски
одзив се
обележава и
са $M(\omega)$,
Magnitude
response

$$A(\omega) = | \underline{H}(j\omega) |$$

$$A_{\text{ref}} = A(\omega_{\text{ref}})$$

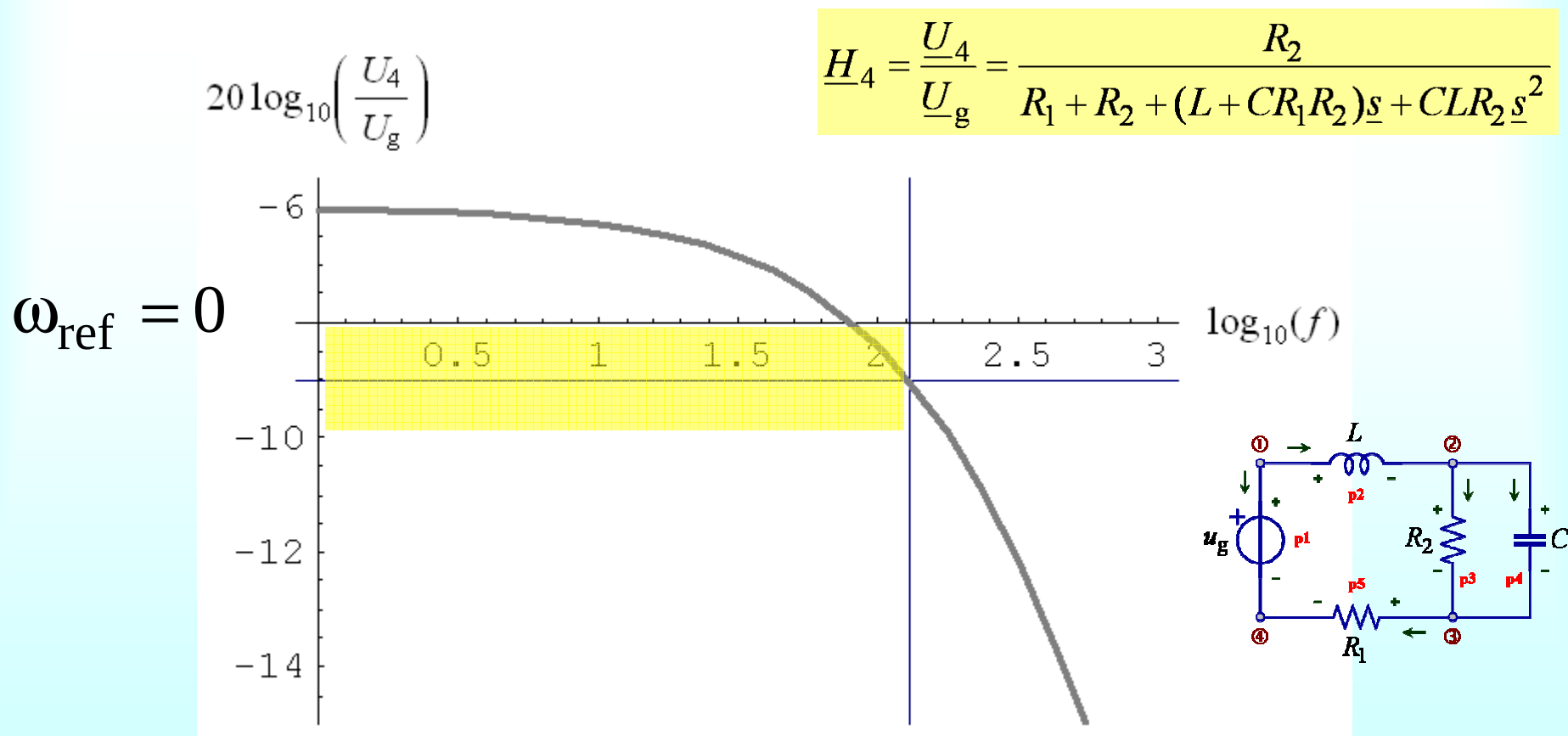
$$A(\omega)^2 \geq \frac{1}{2} A_{\text{ref}}^2$$

$$\omega_{\text{min}} \leq \omega \leq \omega_{\text{max}}$$

Овако
дефинисан
пропусни опсег
се зове
**пропусни
опсег 3 dB**

Пропусни опсег може бити и унија дисјунктних интервала по учестаности. Пример су преносиви уређаји (smartphone, tablet, notebook) код којих треба раздвојити сигнале различитих услуга (GPS, WiFi).

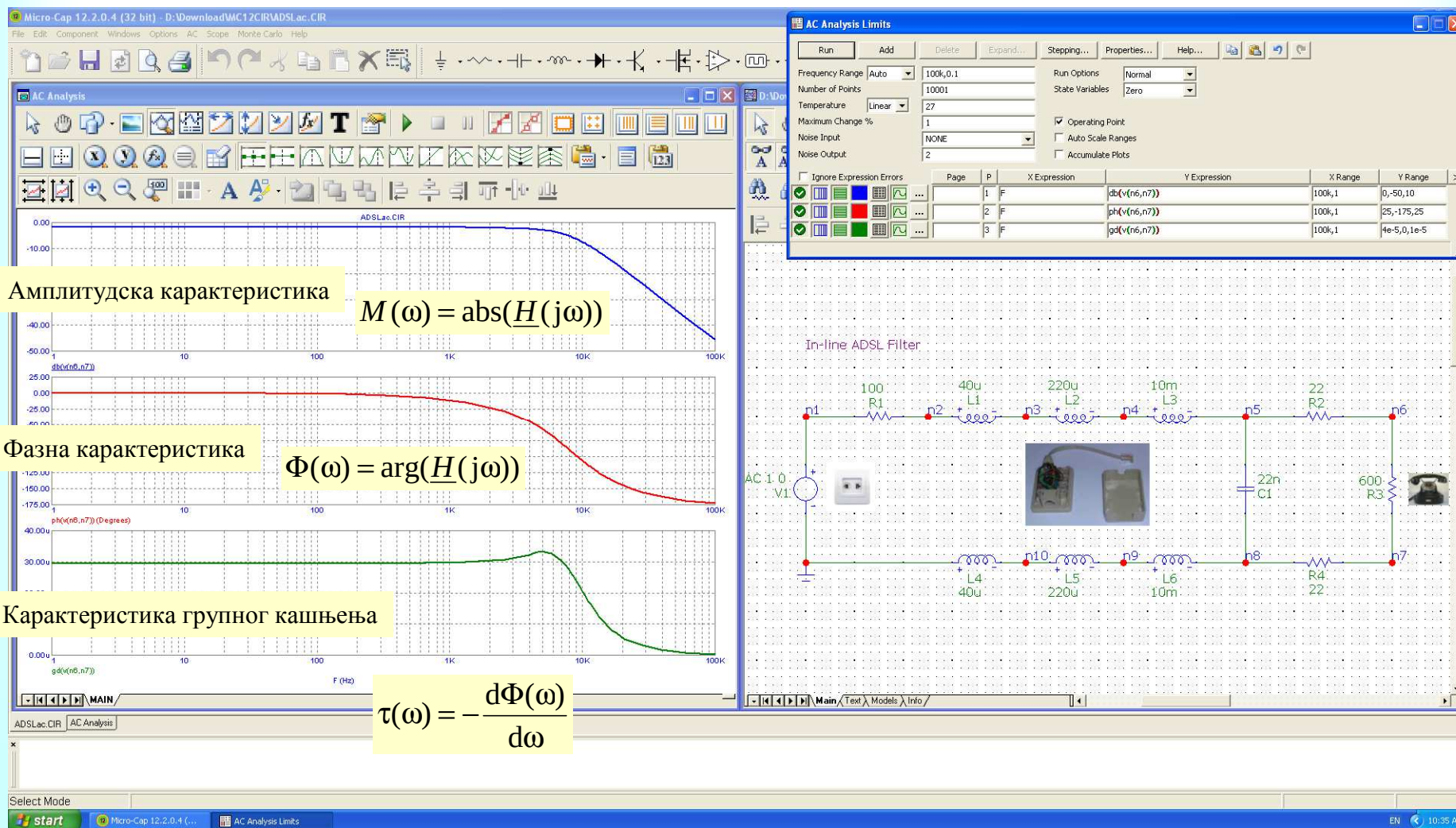
Пример пропусног опсега



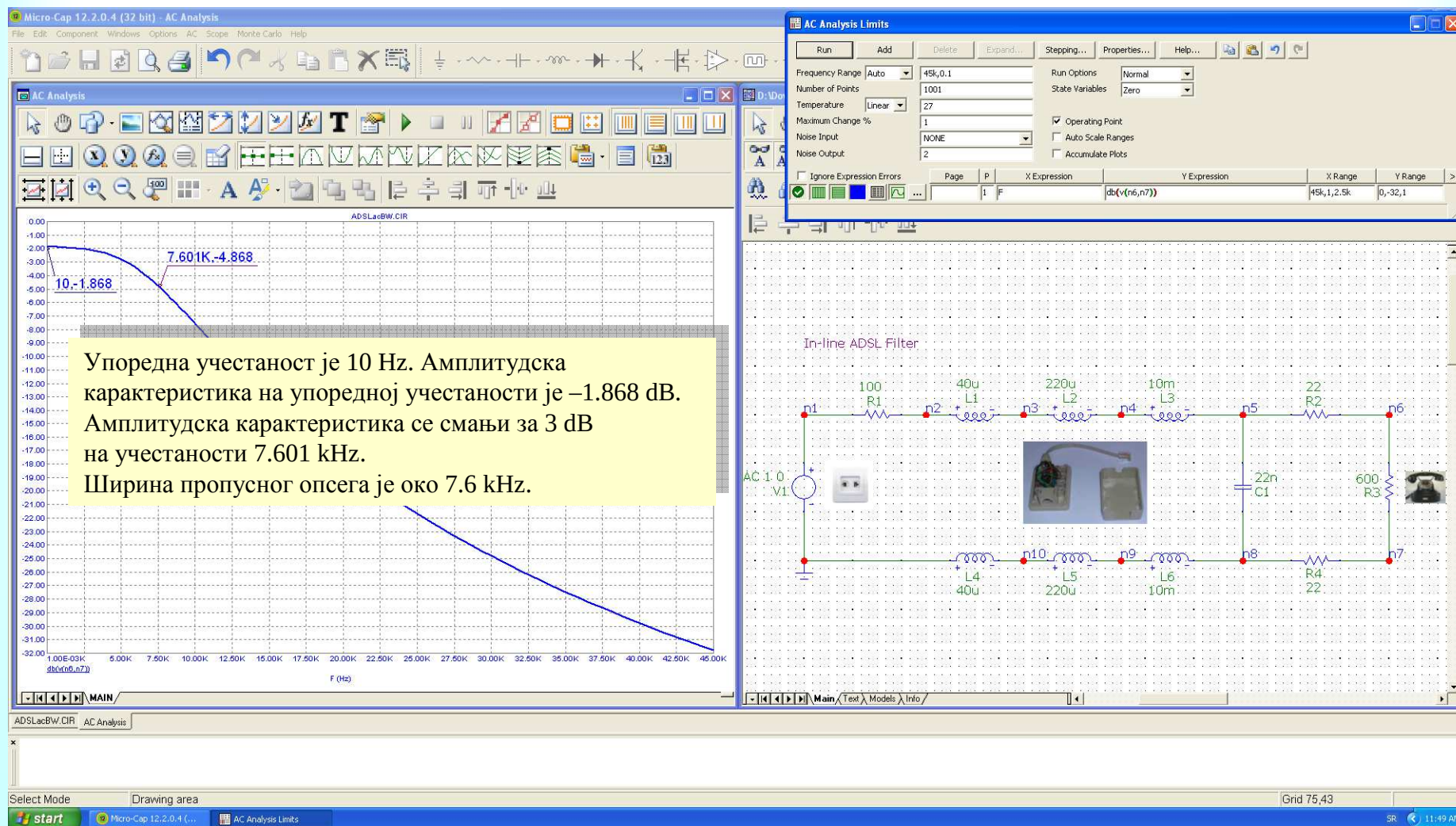
Ако је пропусни опсег само један интервал по оси учестаности, дефинише се **доња** гранична учестаност (lower frequency edge/cutoff), **горња** гранична учестаност (upper frequency edge/cutoff) и **ширина** пропусног опсега (frequency bandwidth).

Пример фреквенцијских карактеристика

АС analysis, Micro-Cap 12 free



Пример пропусног опсега AC analysis, Micro-Cap 12 free





Електрични филтри

- **Електрични филтар** је линеарна временски непроменљива електрична мрежа са два или више приступа, без извора, чије фреквенцијске карактеристике задовољавају посебне, задате, услове по опсезима учестаности.
- У пракси су ове мреже, по правилу, пасивне и реципрочне, а често са два приступа и симетричне.
- Амплитудска карактеристика обично има малу вредност у једној групи опсега учестаности а блиску јединици у другој.
- Неформално, електрични филтри су фреквенцијски селективне мреже и сигнале неких учестаности добро пропуштају, а сигнале других учестаности слабе.

M. D. Lutovac, D. V. Tošić, B. L. Evans, **Filter Design for Signal Processing using MATLAB and Mathematica**, Prentice Hall, Upper Saddle River, 2001.

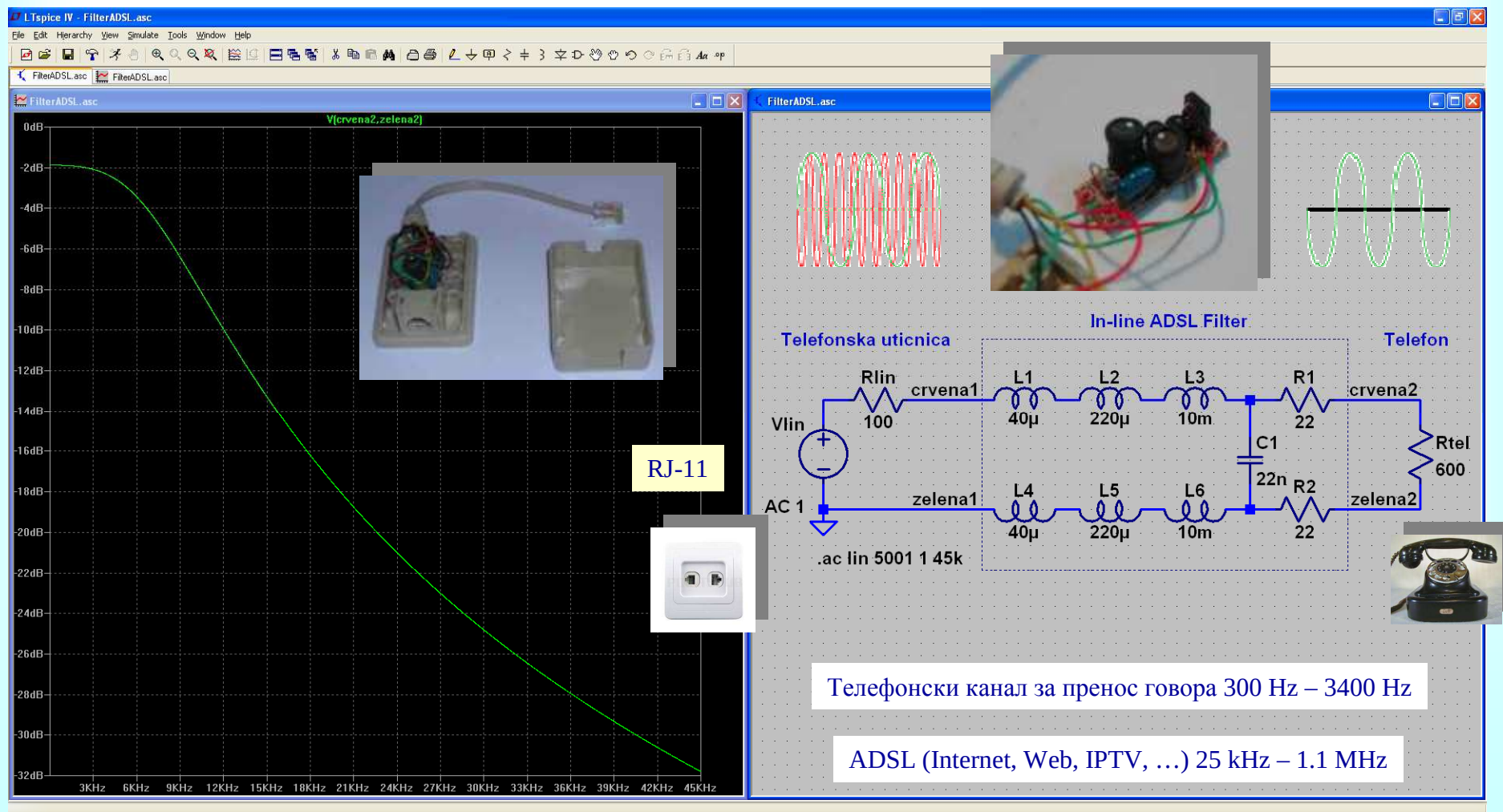
---, Reprint for P. R. China, Publishing House of Electronics Industry, PHEI, Beijing, China, 2002.

---, Translated in Chinese, Publishing House of Electronics Industry, PHEI, Beijing, P. R. China, 2004.



ADSL – Asymmetric Digital Subscriber Line

In-line ADSL Filter



Пример пројектовања филтра 1

Отпорности отпорника електричног кола са слике су $R_1 = R_2 = R$. Посматра се трансфер функција $\underline{H}(s) = \underline{U}(s) / \underline{U}_g(s)$, фреквенцијски одзив $\underline{H}(i\omega)$ и амплитудска карактеристика $M(\omega) = |\underline{H}(i\omega)|$.

(а) Одредити капацитивност C и индуктивност L тако да

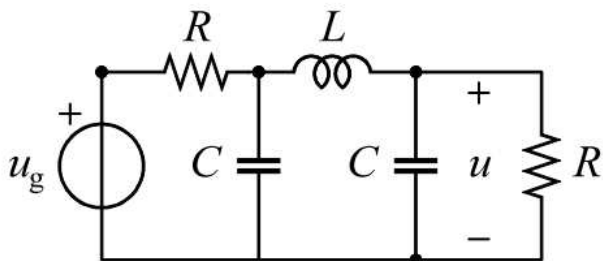
(1) амплитудска карактеристика буде максимално равна у координатном почетку, и

(2) амплитудска карактеристика на угаоној (кружној) учестаности $\omega = \Omega$ буде $\sqrt{2}$ пута мања од максималне вредности.

(б) За тако одређене вредности елемената одредити фреквенцијски одзив и амплитудску карактеристику.

(в) Нацртати амплитудску карактеристику из (б) и одредити пропусни опсег 3dB.

Функција је равна у тачки ако су у тачки једнаки нули први извод, други извод, ...



Пример пројектовања филтра 2

```
In[1]:= Hs =  
      V2 / Ug /. Solve[ { (V1 - Ug)/R + (V1 - V2)/(L s) + C s V1 == 0, (V2 - V1)/(L s) + C s V2 == 0 }, {V1, V2}, {V2} ] // First
```

```
Out[1]= R / ((1 + C R s) (2 R + L s + C L R s^2))
```

```
In[2]:= Hw = Hs /. s -> i w
```

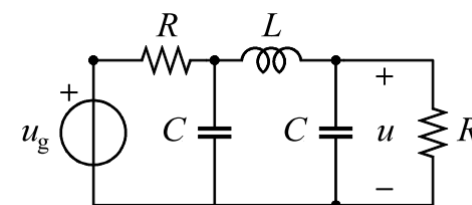
```
Out[2]= R / ((1 + i C R w) (2 R + i L w - C L R w^2))
```

```
In[3]:= Mw = Abs[Hw] // ComplexExpand // Simplify[#, C > 0 && L > 0 && R > 0 && w > 0] &
```

```
Out[3]= R / (sqrt((1 + C^2 R^2 w^2) (L^2 w^2 + (-2 R + C L R w^2)^2)))
```

```
In[4]:= D1Mw = D[Mw, w]
```

```
Out[4]= - (R ((1 + C^2 R^2 w^2) (2 L^2 w + 4 C L R w (-2 R + C L R w^2)) + 2 C^2 R^2 w (L^2 w^2 + (-2 R + C L R w^2)^2))) / (2 ((1 + C^2 R^2 w^2) (L^2 w^2 + (-2 R + C L R w^2)^2))^(3/2))
```



Пример пројектовања филтра 3

In[5]:= **D1M ω /. $\omega \rightarrow 0$**

Out[5]= 0

In[6]:= **D2M ω = D[D1M ω , ω]**

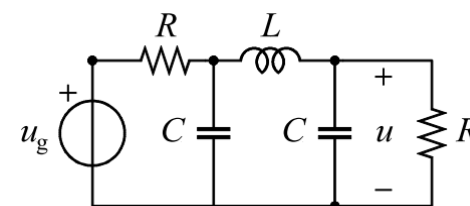
Out[6]=
$$-\left(R \left(\left(1 + C^2 R^2 \omega^2 \right) \left(2 L^2 + 8 C^2 L^2 R^2 \omega^2 + 4 C L R \left(-2 R + C L R \omega^2 \right) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. 4 C^2 R^2 \omega \left(2 L^2 \omega + 4 C L R \omega \left(-2 R + C L R \omega^2 \right) \right) + 2 C^2 R^2 \left(L^2 \omega^2 + \left(-2 R + C L R \omega^2 \right)^2 \right) \right) \right) / \\ \left(2 \left(\left(1 + C^2 R^2 \omega^2 \right) \left(L^2 \omega^2 + \left(-2 R + C L R \omega^2 \right)^2 \right) \right)^{3/2} \right) + \\ \left(3 R \left(\left(1 + C^2 R^2 \omega^2 \right) \left(2 L^2 \omega + 4 C L R \omega \left(-2 R + C L R \omega^2 \right) \right) + 2 C^2 R^2 \omega \left(L^2 \omega^2 + \left(-2 R + C L R \omega^2 \right)^2 \right) \right) \right) / \\ \left(4 \left(\left(1 + C^2 R^2 \omega^2 \right) \left(L^2 \omega^2 + \left(-2 R + C L R \omega^2 \right)^2 \right) \right)^{5/2} \right)$$

In[7]:= **D2M ω /. $\omega \rightarrow 0$ // Simplify**

Out[7]=
$$-\frac{(L - 2 C R^2)^2}{8 R \sqrt{R^2}}$$

In[8]:= **jednacina1 = Simplify[(D2M ω /. $\omega \rightarrow 0$) == 0, R > 0]**

Out[8]= $L == 2 C R^2$



Пример пројектовања филтра 4

```
In[9]:= MωCR = Mω /. Solve[jednacina1, L] // First // Simplify[#, C > 0 && R > 0 && ω > 0] &
```

$$\text{Out[9]} = \frac{1}{2 \sqrt{1 + C^6 R^6 \omega^6}}$$

```
In[10]:= Mmax = MωCR /. ω → 0
```

$$\text{Out[10]} = \frac{1}{2}$$

```
In[11]:= uslovC = Solve[MωCR^2 == \frac{1}{2} Mmax^2 /. ω → Ω, C]
```

$$\text{Out[11]} = \left\{ \left\{ C \rightarrow -\frac{1}{R \Omega} \right\}, \left\{ C \rightarrow \frac{1}{R \Omega} \right\}, \left\{ C \rightarrow -\frac{(-1)^{1/3}}{R \Omega} \right\}, \left\{ C \rightarrow \frac{(-1)^{1/3}}{R \Omega} \right\}, \left\{ C \rightarrow -\frac{(-1)^{2/3}}{R \Omega} \right\}, \left\{ C \rightarrow \frac{(-1)^{2/3}}{R \Omega} \right\} \right\}$$

```
In[12]:= uslovC1 = Select[Flatten[uslovC], ComplexExpand[Im[# // Last]] == 0 &]
```

$$\text{Out[12]} = \left\{ C \rightarrow -\frac{1}{R \Omega}, C \rightarrow \frac{1}{R \Omega} \right\}$$

```
In[13]:= uslovC2 = Select[uslovC1, Simplify[Positive[# // Last], R > 0 && Ω > 0] &]
```

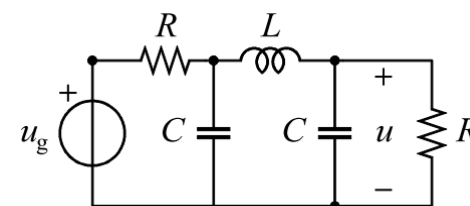
$$\text{Out[13]} = \left\{ C \rightarrow \frac{1}{R \Omega} \right\}$$

```
In[14]:= jednacina2 = Equal @@ uslovC2[[1]]
```

$$\text{Out[14]} = C == \frac{1}{R \Omega}$$

```
In[15]:= vrednostiCL = Solve[{jednacina1, jednacina2}, {C, L}] // First
```

$$\text{Out[15]} = \left\{ L \rightarrow \frac{2 R}{\Omega}, C \rightarrow \frac{1}{R \Omega} \right\}$$



Пример пројектовања филтра 5

In[16]:= **HsButterworth = Hs /. vrednostiCL // Simplify**

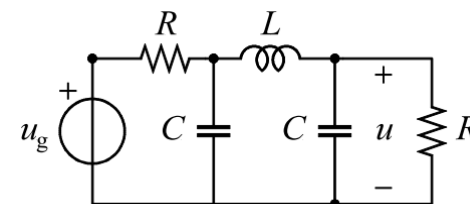
$$\text{Out[16]= } \frac{\Omega^3}{2 (s + \Omega) (s^2 + s \Omega + \Omega^2)}$$

In[17]:= **H ω Butterworth = H ω /. vrednostiCL // Simplify**

$$\text{Out[17]= } \frac{\Omega^3}{2 (-i \omega^3 - 2 \omega^2 \Omega + 2 i \omega \Omega^2 + \Omega^3)}$$

In[18]:= **M ω Butterworth = M ω /. vrednostiCL // Simplify[#, R > 0] &**

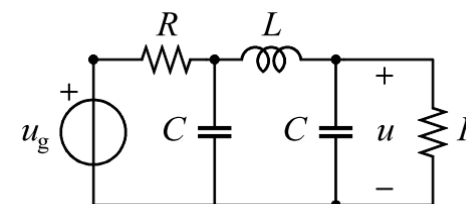
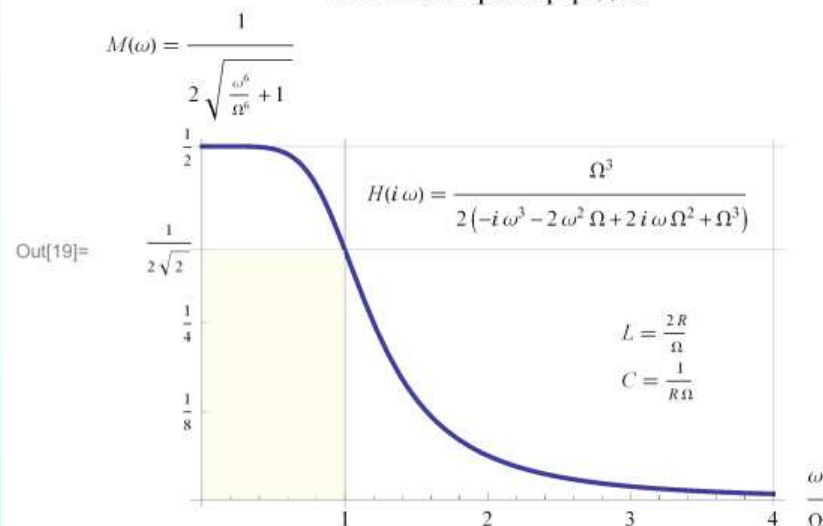
$$\text{Out[18]= } \frac{1}{2 \sqrt{1 + \frac{\omega^6}{\Omega^6}}}$$



Пример пројектовања филтра 6

```
In[19]:= Plot[MwButterworth /. ω → x Ω, {x, 0, 4},
  AxesLabel → { $\frac{\omega}{\Omega}$ , M[ω] == MwButterworth}, GridLines → {{1, 4}, { $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , 1} Mmax},
  Ticks → {Automatic, {{ $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{4}$ }, { $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$ }, { $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ }, {1, 1}} Mmax},
  PlotLabel → "Butterworth филтар реда 3", PlotStyle → Thick,
  Epilog → {Text[H[i ω] == HwButterworth, {2.5, 0.43}],
    Text[Column[ (Equal @@ #) & /@ vrednostiCL], {3.2, 0.2}],
    LightYellow, Opacity[0.4], Rectangle[{0, 0}, {1,  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  Mmax}]]]
```

Butterworth филтар реда 3



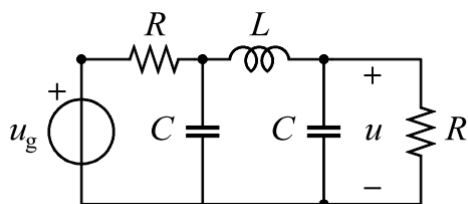
Пример пројектовања филтра 7

```
In[20]:= Ω3dB = ω /. Solve[MωButterworth ==  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  Mmax, ω] // Select[#, ComplexExpand[Im[#]] == 0 &] & //  
Select[#, Simplify[Positive[#], Ω > 0] &] &
```

Out[20]= {Ω}

```
In[21]:= Bω3dB = {0, Ω3dB[[1]]}
```

Out[21]= {0, Ω}

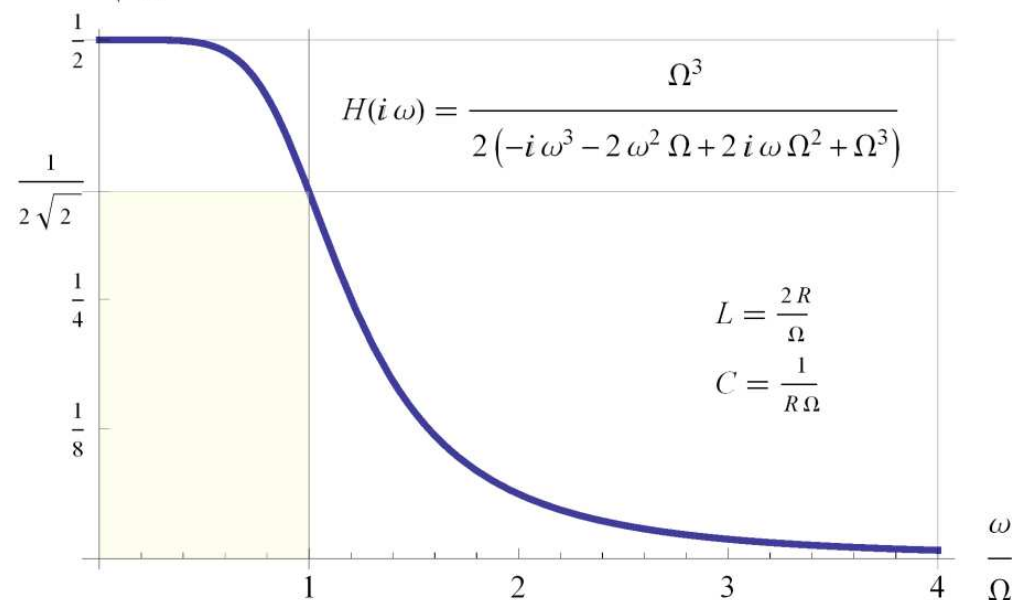


$$L = \frac{2R}{\Omega}$$

$$C = \frac{1}{R\Omega}$$

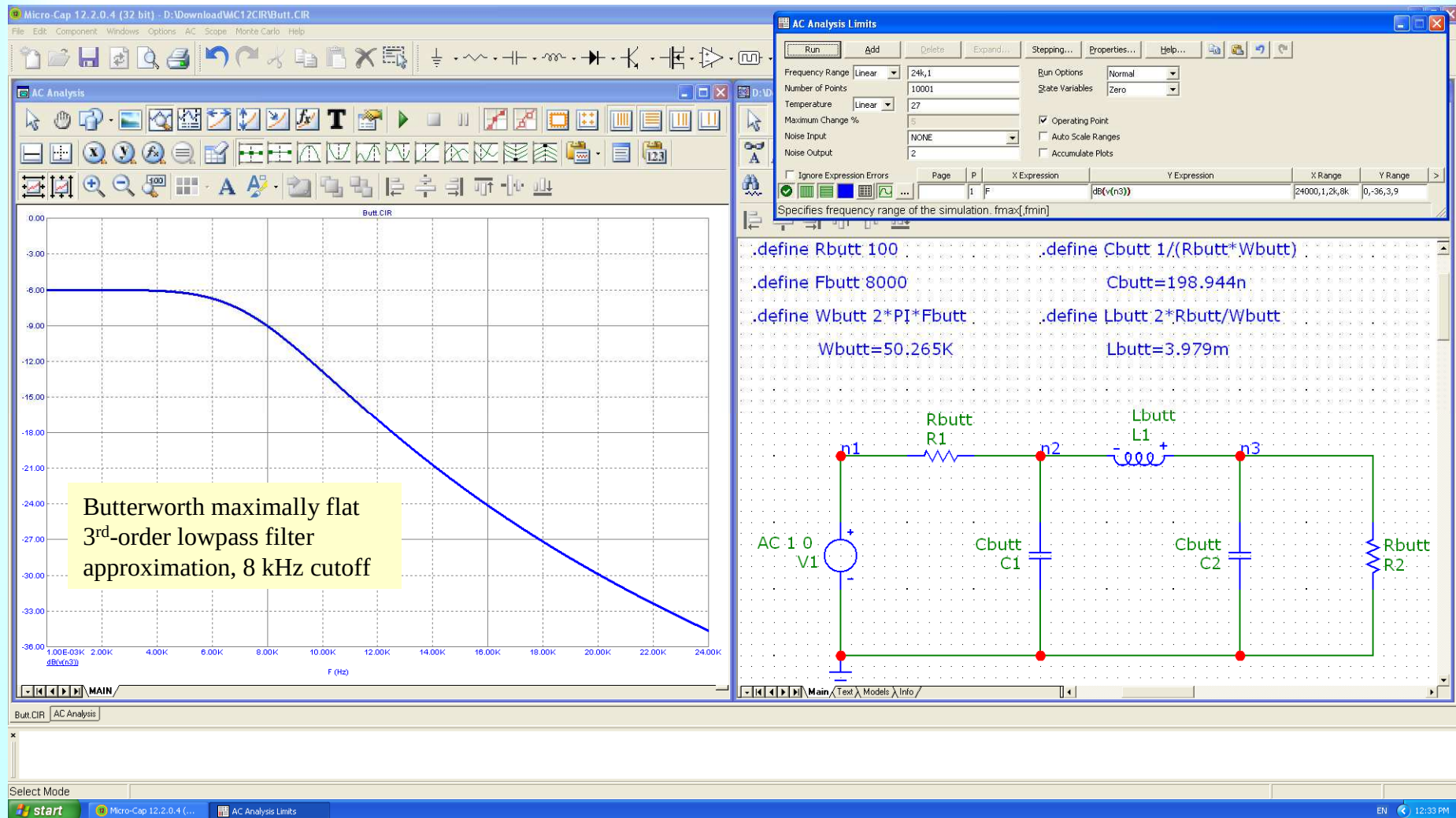
Butterworth филтар реда 3

$$M(\omega) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{\omega^6}{\Omega^6} + 1}}$$

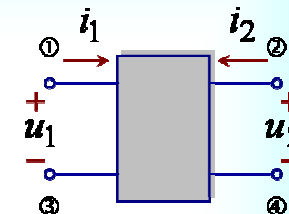


Пример пројектовања филтра

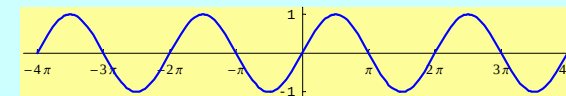
АС analysis, Micro-Cap 12 free



Четворопол



- Посматраћемо четворопол, електричну мрежу са четири краја који чине два приступа, **без** извора (независних напонских и струјних генератора).
- Сматраћемо да је одзив **устаљен** и да су сви напони и струје простопериодичне функције времена једне учестаности.
- Напоне и струје на приступима четворопола ћемо пресликати у **фазоре** (комплексне представнике).
- Четворопол ћемо описати **комплексним** једначинама у којима се појављују комплексни напони и струје приступа и комплексне функције електричног кола.



Комплексне једначине четворопола

$$\underline{U}^{(\omega)} = \underline{U} = U e^{j\theta} = \frac{\omega}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u(t) e^{-j\omega t} dt$$

z-параметри

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{z}_{11}\underline{I}_1 + \underline{z}_{12}\underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 &= \underline{z}_{21}\underline{I}_1 + \underline{z}_{22}\underline{I}_2\end{aligned}$$

y-параметри

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \underline{y}_{11}\underline{U}_1 + \underline{y}_{12}\underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 &= \underline{y}_{21}\underline{U}_1 + \underline{y}_{22}\underline{U}_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{h}_{11}\underline{I}_1 + \underline{h}_{12}\underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 &= \underline{h}_{21}\underline{I}_1 + \underline{h}_{22}\underline{U}_2\end{aligned}$$

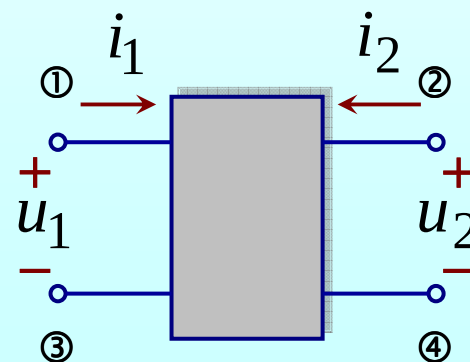
$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \underline{k}_{11}\underline{U}_1 + \underline{k}_{12}\underline{I}_2 \\ \underline{U}_2 &= \underline{k}_{21}\underline{U}_1 + \underline{k}_{22}\underline{I}_2\end{aligned}$$

Хибридни параметри

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}(-\underline{I}_2) \\ \underline{I}_1 &= \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}(-\underline{I}_2)\end{aligned}$$

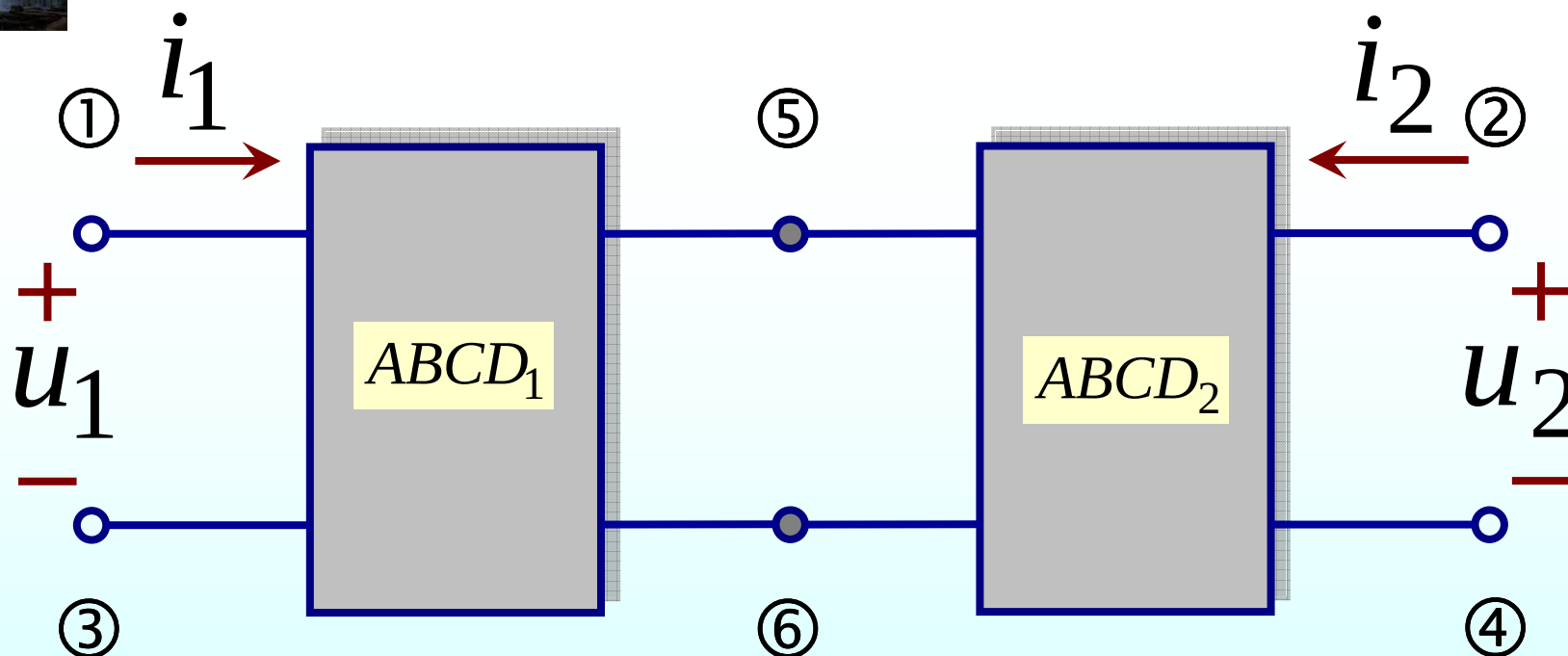
$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{a}_{11}\underline{U}_2 + \underline{a}_{12}(-\underline{I}_2) \\ \underline{I}_1 &= \underline{a}_{21}\underline{U}_2 + \underline{a}_{22}(-\underline{I}_2)\end{aligned}$$

Погонски параметри (ABCD параметри, а-параметри, chain parameters, transmission parameters)





Каскадна веза четворопола

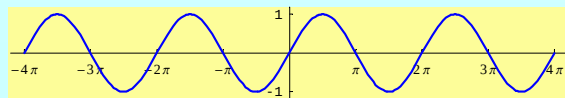


$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{B}_1 \\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A}_2 & \underline{B}_2 \\ \underline{C}_2 & \underline{D}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{bmatrix}$$

Матрица погонских параметара каскадне везе једнака је
производу матрица погонских параметара четворопола.

Теореме за УППО

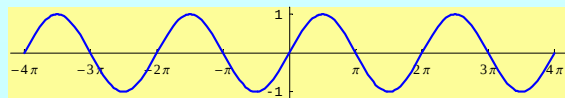
- Све теореме које су до сада поменуте важе када је одзив устаљен и простопериодичан.
- Уместо напона и струја (тренутних вредности) користе се комплексни напони и струје (фазори, комплексни представници).
- Код теореме о прилагођењу по **снази** импеданса потрошача је једнака **конјуговано** комплексној улазној импеданси мреже.



$$\underline{U}^{(\omega)} = \underline{U} = U e^{j\theta} = \frac{\omega}{\pi\sqrt{2}} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} u(t) e^{-j\omega t} dt$$

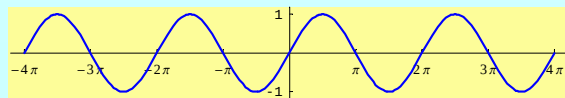
Питања (1)

- Шта је устаљен одзив? Који је услов да он настане?
- Шта је фазорска трансформација? Која су њена својства?
- Како се одређује устаљен одзив који је простопериодичан (УППО) фазорском трансформацијом?
- Које снаге се дефинишу за УППО?
- Шта је комплексна учестаност УППО?
- Шта је комплексна функција (КФ) електричног кола?
- Шта су нуле а шта полови КФ?



Питања (2)

- Шта је трансфер функција?
- Шта је фреквенцијски одзив?
- Шта су амплитудска и фазна карактеристика? Шта су фреквенцијске карактеристике?
- Шта је децибел?
- У којим се све размерама црта амплитудска карактеристика?
- Шта је пропусни опсег? Описати поступак одређивања пропусног опсега.
- Шта су електрични филтри?
- Шта је каскадна веза четворопола? Колика је матрица погонских параметара каскадне везе?



Питања (3)

(5) Фазорска трансформација ($j\omega$ рачун) се користи за одређивање

- (а) одзива на почетне услове
- (б) потпуног одзива
- (в) устаљеног одзива
- (г) одзива на каузалну побуду
- (д) импулсног одзива ?

(4) У временски непроменљивом линеарном електричном колу делује један извор простопериодичне струје. Устаљен одзив ће моћи да се успостави ако је комплексна учестаност извора

- а) различита од сопствених учестаности кола,
- б) једнака реалном делу једне од сопствених учестаности кола,
- в) једнака сопственој учестаности кола,
- г) у отвореној левој комплексној полуравни ?

(5) Шта је пропусни опсег 3 dB? Објаснити поступак за његово одређивање?

(5) Шта је отворена лева комплексна полураван?

Задаци (1)

Задатак 1

LC-реализација филтра (Butterworth maximally flat lowpass approximation) има познате параметре и $L = \sqrt{2} \frac{R}{\Omega}$, $C = \sqrt{2} \frac{1}{R\Omega}$,

$\Omega > 0$. Одредити

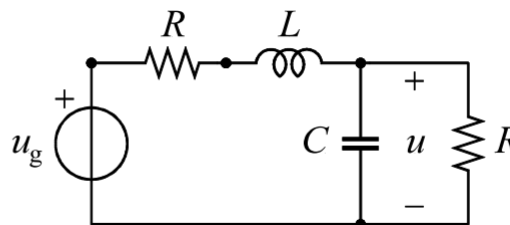
(5) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола)

$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}$, њене нуле и полове,

(5) амплитудски одзив $A(\omega)$, пропусни опсег 3 dB, његову ширину и горњу и доњу граничну учестаност.

(5) Нацртати амплитудску карактеристику за $0 \leq \omega \leq 7\Omega$. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Трансфер функција је



Нуле и полови су

Амплитудски одзив је

Пропусни опсег 3 dB је

Амплитудска карактеристика је

Задаци (2)

Задатак 1

LC-реализација филтра (Butterworth maximally flat highpass approximation) има познате параметре и $L = \frac{R}{\sqrt{2}\Omega}$, $C = \frac{1}{\sqrt{2}R\Omega}$,

и реални параметар $\Omega > 0$. Одредити (6) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола,

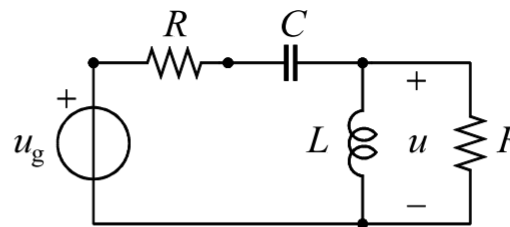
трансмитансу напона) $\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}$, њене

нуле и полове, амплитудски одзив $A(\omega)$,

(5) пропусни опсег 3 dB, његову ширину и горњу и доњу граничну учестаност.

(4) Нацртати амплитудску карактеристику. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Трансфер функција је



Нуле и полови су

Амплитудски одзив је

Пропусни опсег 3 dB је

Амплитудска карактеристика је

Задаци (3)

Задатак 2

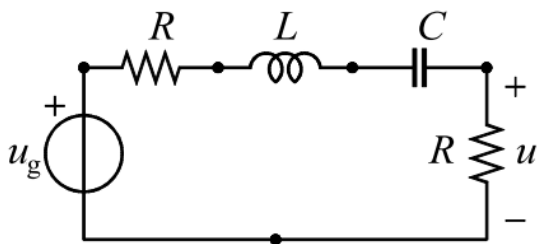
Вредности елемената електричног кола са слике су познате и постоји веза $L = R^2 C$.

(а) Одредити трансфер функцију (уопштenu комплексну преносну функцију електричног кола, трансмитансу напона)

$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}.$$

(б) Нацртати амплитудску карактеристику.

(в) Одредити пропусни опсег 3dB.



Задатак 2

Вредности елемената електричног кола са слике су познате и постоји веза

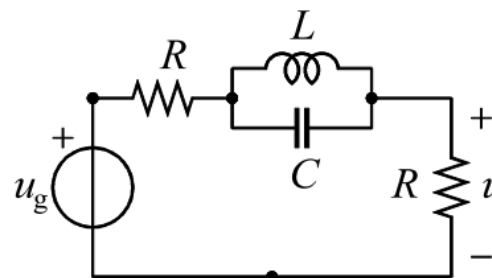
$$L = R^2 C.$$

(5) Одредити трансфер функцију (уопштenu комплексну преносну функцију електричног кола, трансмитансу напона)

$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{U}(s)}{\underline{U}_g(s)}.$$

(5) Нацртати амплитудску карактеристику.

(5) Одредити пропусни опсег 3dB.



Задаци (4)

Задатак 2

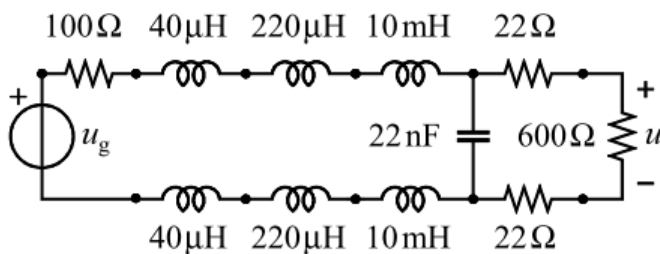
Електрично коло филтра, који се поставља између ADSL модема и телефона, се може поједностављено приказати као на слици.

(5) Нацртати амплитудску карактеристику трансфер функције $\underline{H} = \underline{U}/\underline{U}_g$ у опсегу учестаности $0 < f < 25 \text{ kHz}$.

(5) Одредити пропусни опсег 3 dB.

(5) Нацртати график импулсног одзива за напон u у опсегу $0 < t < 200 \mu\text{s}$.

Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Амплитудска карактеристика је

Пропусни опсег 3 dB је

График импулсног одзива је

Задаци (5)

Задатак 2

Концентрисан Вилкинсонов делитељ снаге (Wilkinson power divider/combiner), који се користи у радарским системима и бежичним комуникационим системима (WLAN, WiFi, WiMAX, GPS, RFID), приказан је на слици.

Одзив је устаљен и простопериодичан,

$u_g = \sqrt{2}U_g \cos(\omega t)$. Отпорности отпорника су $R_1 = R_2 = R_3 = R$, $R_4 = 2R$.

Постоје везе параметара $\omega L_1 = \omega L_2 = R\sqrt{2}$,

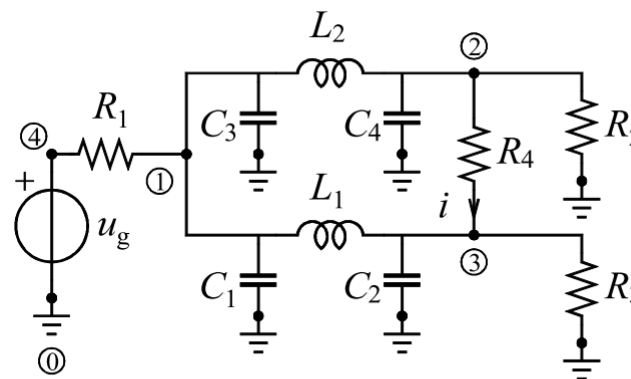
$\omega C_1 = \omega C_2 = \omega C_3 = \omega C_4 = \frac{1}{R\sqrt{2}}$.

Одредити

(5) напон v_1

(5) струју i отпорника R_4

(5) средње снаге отпорника R_2 и R_3 .



Напон v_1 је

$$v_1 = \frac{1}{2}u_g$$

Струја i отпорника R_4 је

$$i = 0$$

Средње снаге отпорника R_2 и R_3 су

$$P_{R_2} = P_{R_3} = \frac{U_g^2}{8R}$$

Задаци (6)

Задатак 1

Sallen & Key LP-LQ реализација активног филтра има познате параметре и $R_1 = 2R$,

$$R_2 = 2R, R_3 = R, C_2 = \frac{\sqrt{2}}{R\Omega}, C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}R\Omega},$$

$\Omega > 0$. Одредити

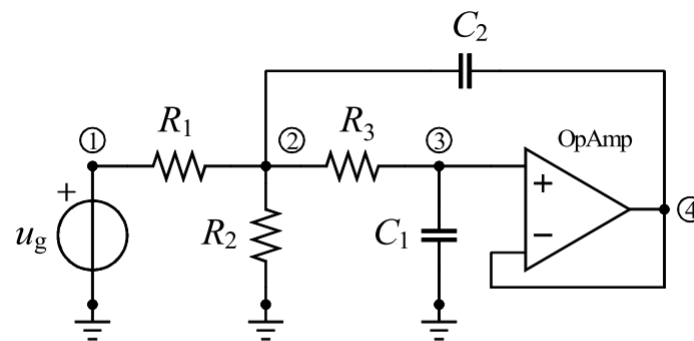
(5) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола)

$$\underline{H}(s) = \frac{\underline{V}_4(s)}{\underline{U}_g(s)}, \text{ њене нуле и полове,}$$

(5) амплитудски одзив $A(\omega)$, пропусни опсег 3 dB, његову ширину и горњу и доњу граничну учестаност.

(5) Нацртати амплитудску карактеристику у опсегу $0 \leq \omega \leq 7\Omega$. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Трансфер функција је



Нуле и полови су

Амплитудски одзив је

Пропусни опсег 3 dB је

Амплитудска карактеристика је

Задаци (7)

Задатак 1

КНН-реализација филтра (Kerwin-Huelsman-Newcomb, state-variable biquad, UAF42) има познате параметре и $R_1 = R$, $R_2 = R_4 = \frac{1}{2}R$,

$R_3 = R_5 = R_7 = R$, $C_6 = C_8 = \frac{1}{\sqrt{2}R\Omega}$. Познати

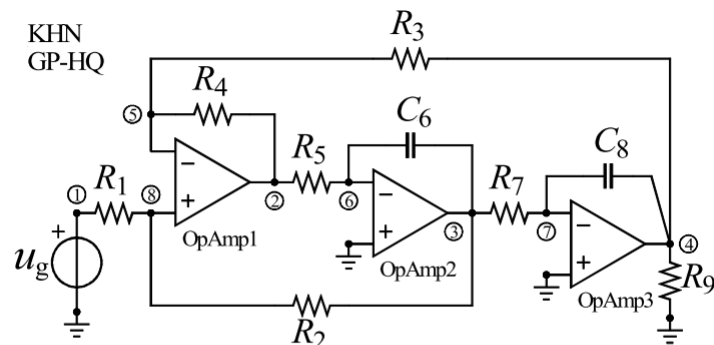
су реални параметри $R, \Omega > 0$. Одредити

(6) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола, трансмитансу напона) $\underline{H}(s) = \frac{V_4(s)}{\underline{U}_g(s)}$, њене

нуле и полове,

(5) амплитудски одзив $A(\omega)$, пропусни опсег 3 dB, његову ширину, и горњу и доњу граничну учестаност.

(4) Нацртати амплитудску карактеристику. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Трансфер функција је

Нуле и полови су

Амплитудски одзив је

Пропусни опсег 3 dB је

Амплитудска карактеристика је

Задаци (8)

Задатак 1

KHN-реализација филтра (Kerwin-Huelsman-Newcomb, state-variable biquad, UAF42) има познате параметре и $R_1 = R$, $R_2 = 2R$,

$$R_4 = R, R_3 = R_5 = R_7 = R, C_6 = C_8 = \frac{1}{R\Omega}.$$

Познати су реални параметри $R, \Omega > 0$.

Одредити

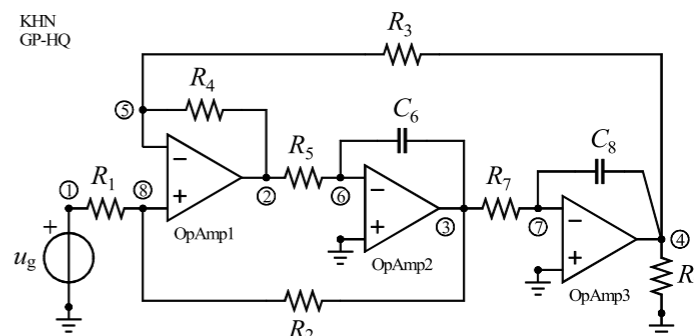
(6) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола, трансмитансу напона) $\underline{H}(s) = \frac{V_3(s)}{\underline{U}_g(s)}$, њене

нуле и полове, амплитудски одзив $A(\omega)$,

(5) пропусни опсег 3 dB, његову ширину, и горњу и доњу граничну учестаност.

(4) Нацртати амплитудску карактеристику. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

Трансфер функција је



Нуле и полови су

Амплитудски одзив је

Пропусни опсег 3 dB је

Амплитудска карактеристика је

Задаци (9)

Задатак 1

KHN-реализација филтра (Kerwin-Huelsman-Newcomb, state-variable biquad, UAF42) има

познате параметре и $R_1 = R$, $R_2 = \frac{1}{2}R$,

$$R_4 = 2R, R_3 = R_5 = R_7 = R, C_6 = C_8 = \frac{\sqrt{2}}{R\Omega}.$$

Познати су реални параметри $R, \Omega > 0$.

Одредити

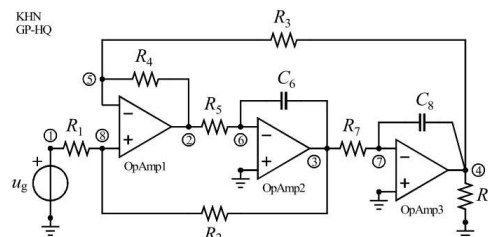
(5) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола,

трансмитансу напона) $\underline{H}(\underline{s}) = \frac{V_2(\underline{s})}{\underline{U}_g(\underline{s})}$, њене

нуле и полове,

(5) амплитудски одзив $A(\omega)$, пропусни опсег 3 dB, његову ширину и горњу и доњу граничну учестаност.

(5) Нацртати амплитудску карактеристику. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Трансфер функција је

$$\underline{H}(\underline{s}) = \frac{\underline{s}^2}{\underline{s}^2 + \sqrt{2}\Omega\underline{s} + \Omega^2}$$

Нуле и полови су

$$\underline{s}_z \in \{0, 0\}, \underline{s}_p \in \left\{ \frac{-1-j}{\sqrt{2}}\Omega, \frac{-1+j}{\sqrt{2}}\Omega \right\}$$

Амплитудски одзив је

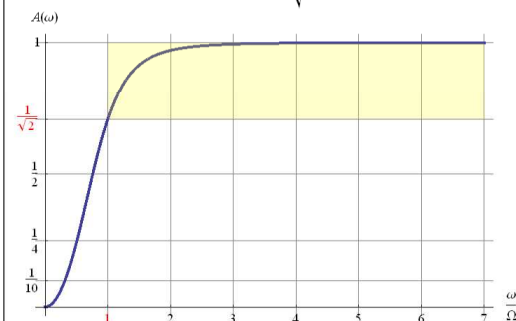
$$A(\omega) = \frac{\omega^2}{\sqrt{\omega^4 + \Omega^4}}$$

Пропусни опсег 3 dB је

$$\omega_1 = \Omega, \omega_2 = \infty, B_{\omega 3dB} = \infty$$

Амплитудска карактеристика је

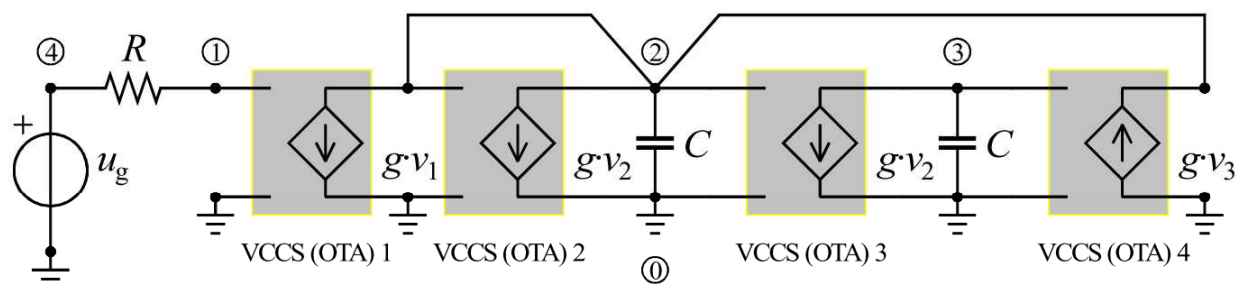
$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^4 + 1}}$$



Задаци (10)

Задатак 1

ОТА-С реализација филтра (Operational Transconductance Amplifier resistorless biquad) има познате параметре. Одредити **(6)** трансфер функцију $\underline{H}(s) = \frac{V_3(s)}{U_g(s)}$, **(4)** њене нуле и полове, **(5)** импулсни одзив и његов домен (област дефинисаности).



Трансфер функција је

Нуле и полови су

Импулсни одзив и његов домен су

Задаци (11)

Задатак 1

ТТ реализација филтра (Tow-Thomas, state-variable biquad, MAX274) има познате

параметре и $R_1 = \frac{3}{2}R$, $R_2 = R_3 = R$,

$R_4 = \frac{3}{4}R$, $R_7 = R_8 = R$, $C_1 = C_2 = \frac{1}{R\Omega}$.

Познати су реални параметри $R, \Omega > 0$.

Одредити

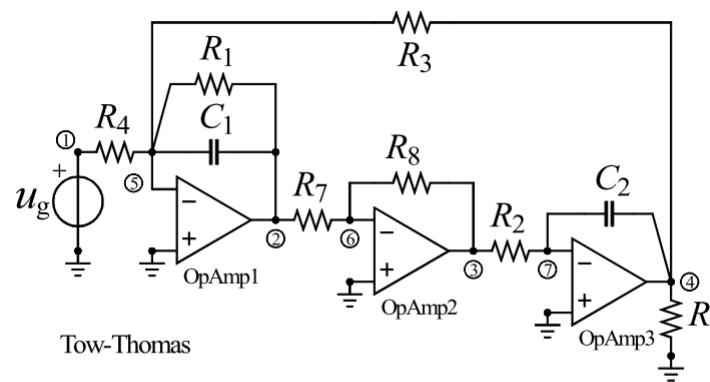
(6) трансфер функцију (уопштену преносну комплексну функцију електричног кола,

трансмитансу напона) $\underline{H}(s) = \frac{V_3(s)}{U_g(s)}$, њене

нуле и полове, амплитудски одзив $A(\omega)$,

(5) пропусни опсег 3 dB, његову ширину, и горњу и доњу граничну учестаност.

(4) Нацртати амплитудску карактеристику. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Трансфер функција је

Нуле и полови су

Амплитудски одзив је

Пропусни опсег 3 dB је

Амплитудска карактеристика је

Задаци (12)

Задатак 1

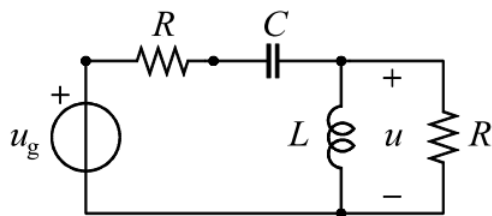
LC-реализација филтра (Butterworth maximally flat highpass approximation) има познате параметре и $L = \frac{R}{\sqrt{2}\Omega}$, $C = \frac{1}{\sqrt{2}R\Omega}$,

$\Omega > 0$. Одредити

(5) импулсни одзив (Гринову функцију, јединични импулсни одзив) за излазни напон $u(t)$,

(5) одскачни одзив (индициону функцију, јединични одскачни одзив) за напон $u(t)$.

(5) Нацртати график одскачног одзива. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Импулсни одзив је

Одскачни одзив је

График одскачног одзива је

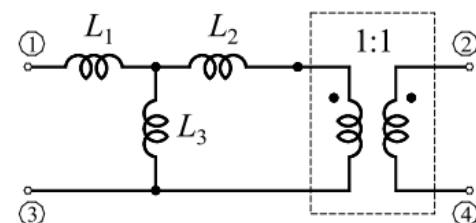
Задатак 1

Вредности елемената електричне мреже са два приступа су познате. Мрежа се повезује у коло у коме је одзив устаљен простопериодичан. Индуктивности калемова су реалне и позитивне.

(5) Одредити комплексне напоне (комплексне представнике напона) приступа у функцији комплексних струја приступа.

(5) Да ли се мрежа може еквивалентирати линеарним индуктивним трансформатором?

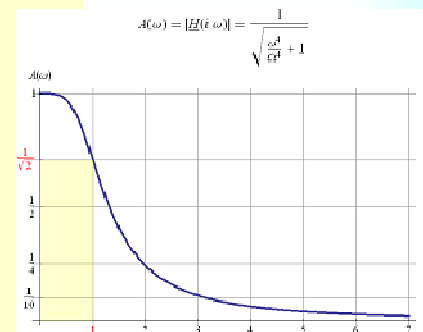
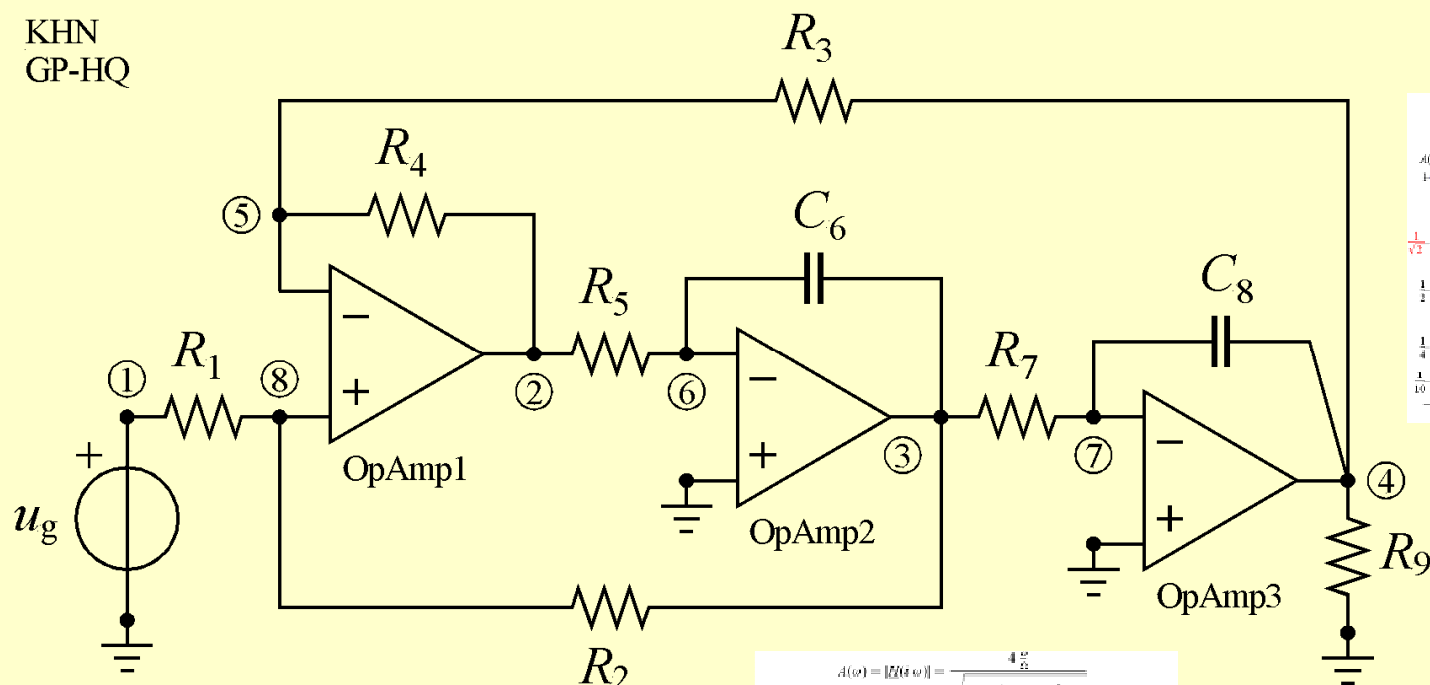
(5) Ако је одговор на претходно питање потврдан, одредити параметре тог трансформатора. Да ли је тај трансформатор пасиван?



Kerwin-Huelsman-Newcomb, state-variable biquad, UAF42

KHN active filter

KHN
GP-HQ

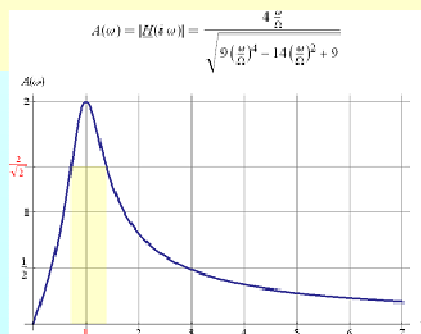
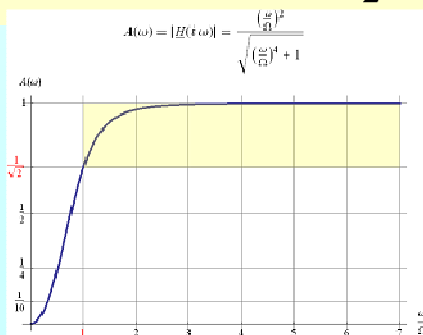


$$\underline{H}(s) = \frac{V_4(s)}{U_g(s)}$$

LowPass, LP

HighPass, HP

$$\underline{H}(s) = \frac{V_2(s)}{U_g(s)}$$



$$\underline{H}(s) = \frac{V_3(s)}{U_g(s)}$$

BandPass, BP

Одређивање пропусног опсега помоћу софтвера за симулацију електричних кола (Quite Universal Circuit Simulator – Qucs)

Qucs 0.0.16 - Project: RLCBS

File Edit Positioning Insert Project Tools Simulation View Help

RLCBSschema.sch

Content of 'RLCBS'

Schematics

RLCBSshem...

VHDL

Verilog-A

Verilog

Octave

Data Displays

Datasets

Others

Equation

Vrednosti

R=1

C=1

L=1

Ug

U=1

L=L

C=C

R1

R=R

uR2

R2

R=R

ac simulation

Frekvencijski_odziv $\approx$

Type=lin

Start=1e-9

Stop=0.7

Points=2001

number	m	minM	minMomega	minMk
1	0.354	0.00119	1	455

number	Omega3dB1	Omega3dB2
1	0.781	1.28

number	omega1	omega2
1	0.781	1.28

Equation

Ugaona_ucestanost

acomega=2*pi*acfrequency

Mfrequency=abs(uR2.v)

m=0.5/sqrt(2)

Momega=PlotVs(Mfrequency,acomega)

M3dB=PlotVs(m+0*acomega,acomega)

Equation

Minimum_M

minM=min(Momega)

minMomega=xvalue(Momega,minM)

Equation

Pokazivac

n=length(acomega)

k=linspace(0,n-1,n)

omega=acomega

omegak=PlotVs(omega,k)

minMk=xvalue(omegak,minMomega)

x=abs(minMk)

Equation

Propusni_opseg_analiticki

omega1=(sqrt(17)-1)/4

omega2=(sqrt(17)+1)/4

Equation

Propusni_opseg

M1=PlotVs(Momega[:x],acomega[:x])

M2=PlotVs(Momega[x:],acomega[x:])

Omega3dB1=xvalue(M1,m)

Omega3dB2=xvalue(M2,m)

no warnings 0: 0

Hendrik Wade Bode 1905–1982



Амерички инжењер и научник (и филозоф). Увео је упрошћене представе фреквенцијских карактеристика (Бодеови дијаграми). Рођен у Madison, Wisconsin, САД.

Karl August Rudolf Steinmetz

1865–1923

"Complex Quantities and Their Use in Electrical Engineering", In Proc. of the, *International Electrical Congress*, American Institute of Electrical Engineers (AIEE), July 1893, pp. 33–74.



President of the American Institute of Electrical Engineers (касније IEEE), 1901.

Немачки математичар и инжењер. Увео је фазорски метод за одређивање устаљеног одзива који је простопериодичан (1893). Рођен у Breslau, Немачка (Пруска). Написао књигу *Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena*, McGraw-Hill, 1897.