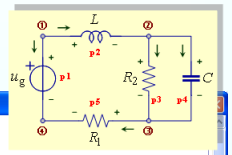
Теорија електричних кола



ugR1R2LC.nb

In[1]:= $Version

Out[1]= 7.0 for Microsoft Windows (32-bit) (February 18, 2009)

In[2]:=
```
resenje =
  DSolve[{{i1[t] + i2[t] == 0, -i2[t] + i3[t] + i4[t] == 0,
     -i3[t] - i4[t] + i5[t] == 0, -u1[t] + u2[t] + u3[t] + u5[t] == 0,
     -u3[t] + u4[t] == 0, u1[t] == 12, u2'[t] == 1/2 * i2[t], u3[t] == 20 * i3[t],
     i4'[t] == 1/1000 * u4[t], u5[t] == 10 * i5[t]},
    {i1[t], i2[t], i3[t], i4[t], i5[t], u1[t], u2[t], u3[t], u4[t],
     u5[t]}, t] // Flatten;
```

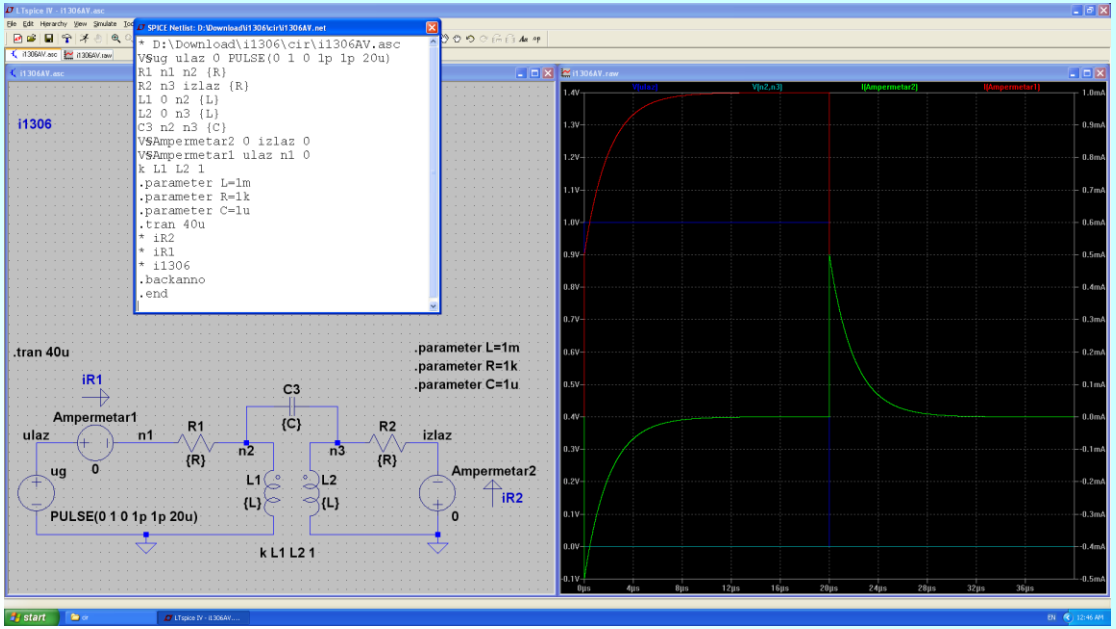
In[3]:=
```
(u3[t] /. resenje // Expand) /. {(x_?NumberQ) * y_ :> N[x] * y} // Simplify //
 TraditionalForm
```

Out[3]//TraditionalForm=

$$e^{-7t/600}\left((0.570024\,c_2 - 15.2125\,c_1)\sin\left(\frac{\sqrt{71}\,t}{600}\right) + (-8.11371\,c_1 - 0.519208\,c_2)\cos\left(\frac{\sqrt{71}\,t}{600}\right)\right)$$

150%

Милка Потребић



Решавање у временском домену

Једначине стања и једначина одзива

Конволуциони интеграл

Задатак (9)

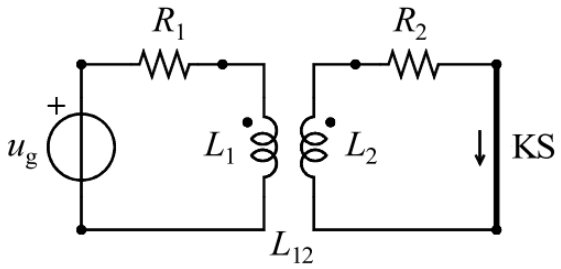
Задатак 2

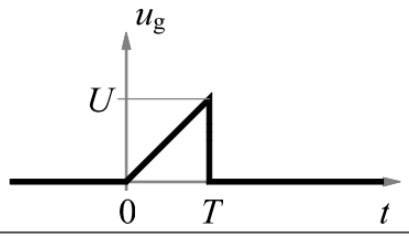
Вредности елемената електричног кола са слике су познате. Побуда је дата на слици. Трансформатор је симетричан са савршеном спрегом. $R_1 = R_2 = R$, $L_1 = L$, $T = L/R$.

(5) Одредити индициону функцију за струју краткоспојника KS (одскочни одзив).

(5) Одредити струју краткоспојника KS и

(5) нацртати њен график.



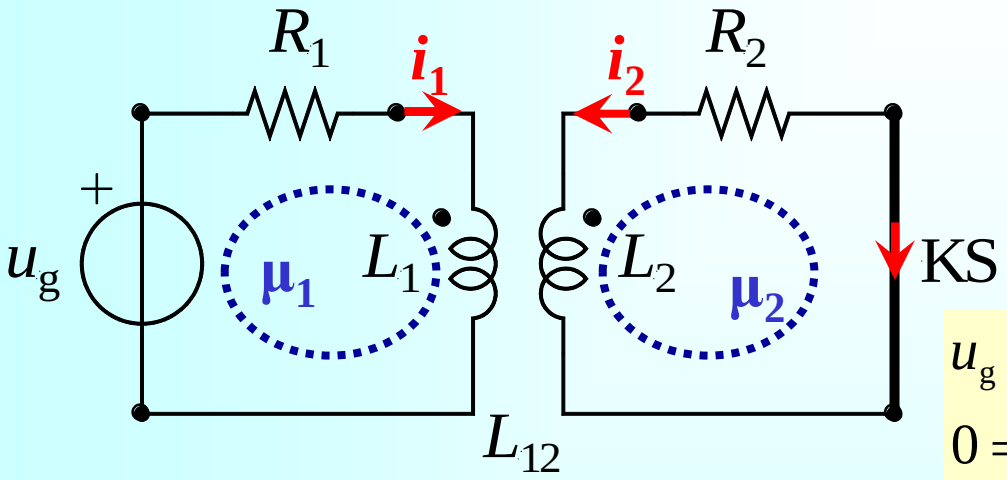


Индициона функција је

Струја краткоспојника KS је

График струје краткоспојника KS је

Једначина одзива



$$u_g = R_1 i_1 + L_1 \mathrm{D} i_1 + L_{12} \mathrm{D} i_2$$

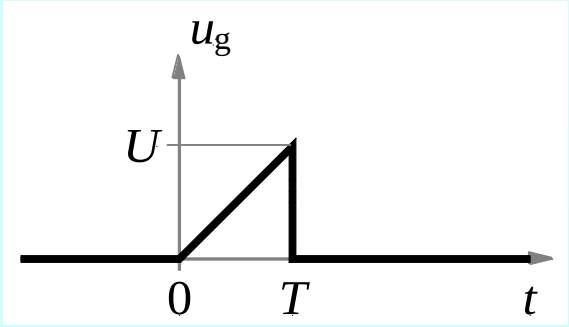
$$0 = R_2 i_2 + L_{12} \mathrm{D} i_1 + L_2 \mathrm{D} i_2$$

$$\left.\begin{aligned} u_g &= R i_1 + L\mathrm{D} i_1 + L\mathrm{D} i_2 \\ 0 &= R i_2 + L\mathrm{D} i_1 + L\mathrm{D} i_2 \end{aligned}\right\} - \Rightarrow \quad i_1 = i_2 + \frac{u_g}{R}$$

$R_1 = R_2 = R$ $L_1 = L$ $T = L/R$

линеарни индуктивни трансформатор симетричан са савршеном спрегом

$$u_g = R\left(i_2 + \frac{u_g}{R}\right) + L\mathrm{D}\left(i_2 + \frac{u_g}{R}\right) + L\mathrm{D} i_2$$



$$u_g = R i_2 + 2L\mathrm{D} i_2 + \frac{L}{R}\mathrm{D} u_g + u_g$$

$$\mathrm{D} i_2 + \frac{R}{2L} i_2 = -\frac{1}{2R}\mathrm{D} u_g$$

$$i_{KS} = -i_2$$

Сређивање једначине одзива

$$\mathrm{D}i_{\mathrm{KS}} + \frac{R}{2L} i_{\mathrm{KS}} = \frac{1}{2R} \mathrm{D}u_{\mathrm{g}}$$

$$u_{\mathrm{g}}(t) = h(t) \Rightarrow i_{\mathrm{KS}} = f(t)$$

$$\mathrm{D}f(t) + \frac{R}{2L} f(t) = \frac{1}{2R} \overbrace{\mathrm{D}h(t)}^{\delta(t)}$$

$$f(t) = z(t)h(t) + H_1\delta(t)$$

$$\mathrm{D}f(t) = \mathrm{D}z(t)h(t) + z(0^+)\delta(t) + H_1\mathrm{D}\delta(t)$$

$$\mathrm{D}z(t)h(t) + z(0^+)\delta(t) + H_1\mathrm{D}\delta(t) + \frac{R}{2L}\left(z(t)\cdot h(t) + H_1\cdot\delta(t)\right) = \frac{1}{2R}\delta(t)$$

$$\mathrm{D}z(t) + \frac{R}{2L} z(t) = 0$$

$$z(0^+) + H_1 \frac{R}{2L} = \frac{1}{2R}$$

$$H_1 = 0$$

Индициона функција за струју краткоспојника

$$f(t)=z(t)h(t)+H_1\delta(t)$$

$H_1=0$ ➡ $z(0^+)+H_1\frac{R}{2L}=\frac{1}{2R}\Rightarrow z(0^+)=\frac{1}{2R}$

$$\mathrm{D}z(t)+\frac{R}{2L}z(t)=0 \;\Rightarrow\; A(\underline{s})=\underline{s}+\frac{R}{2L}=0\Rightarrow \underline{s}_1=-\frac{R}{2L} \;\Rightarrow\; z(t)=K\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}$$

$$z(0^+)=\frac{1}{2R}=K\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}0^+}\Rightarrow K=\frac{1}{2R}$$

$$z(t)=\frac{1}{2R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}$$

$$f(t)=z(t)h(t)$$

Импулсни одзив за струју краткоспојника

$$f(t) = z(t)h(t) = \frac{1}{2R} e^{-\frac{R}{2L}t} h(t)$$

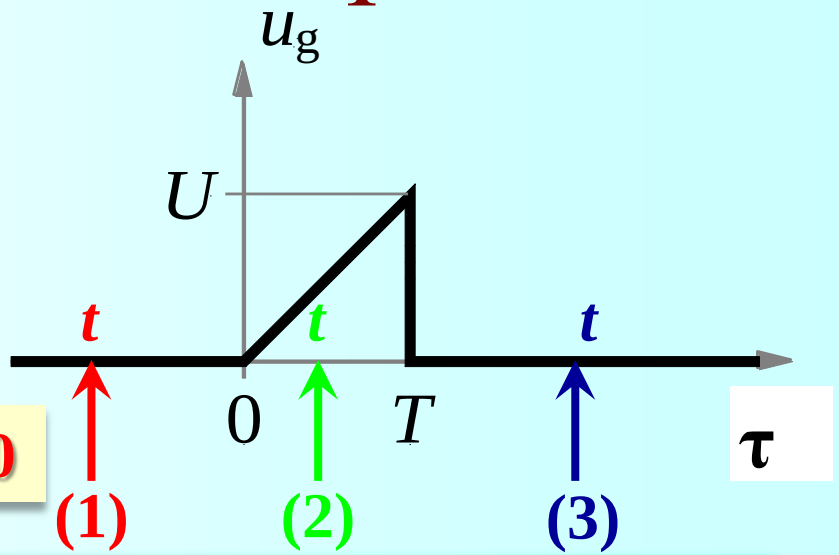
$$g(t) = \mathrm{D}f(t)$$

$$g(t) = \mathrm{D}f(t) = \frac{1}{2R}\left(-\frac{R}{2L}\right) e^{-\frac{R}{2L}t} h(t) + \frac{1}{2R} e^{-\frac{R}{2L}t} \overbrace{\mathrm{D}h(t)}^{\delta(t)}$$

$$g(t) = -\frac{1}{4L} e^{-\frac{R}{2L}t} h(t) + \frac{1}{2R}\delta(t)$$

Конволуциони интеграл

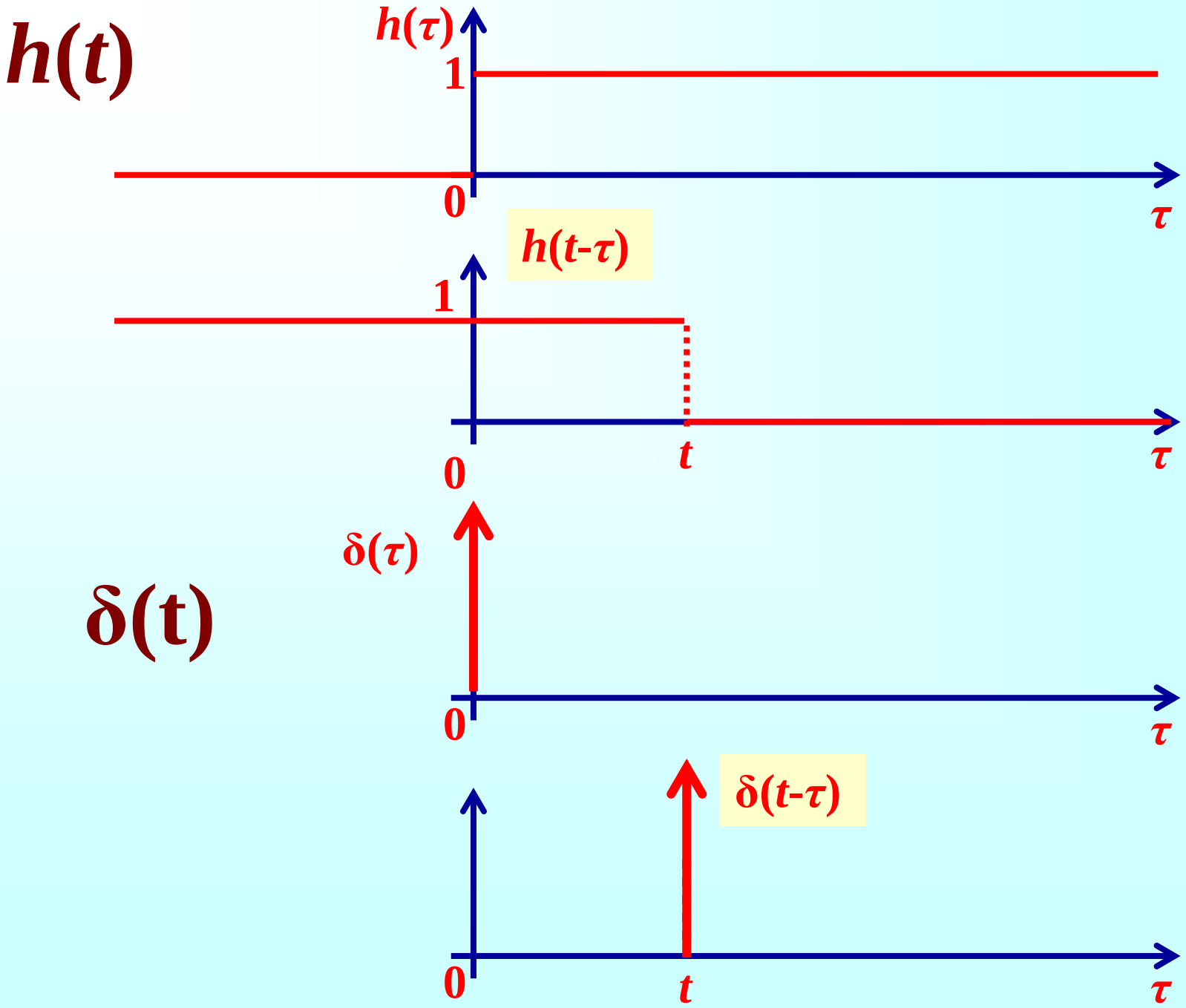
$$g(t) = -\frac{1}{4L} e^{-\frac{R}{2L}t} h(t) + \frac{1}{2R}\delta(t)$$



(1) $t < 0 \rightarrow i_{KS}(t) = 0$

$$i_{KS}(t) = \int_0^t u_g(\tau) g(t-\tau) \mathrm{d}\tau$$

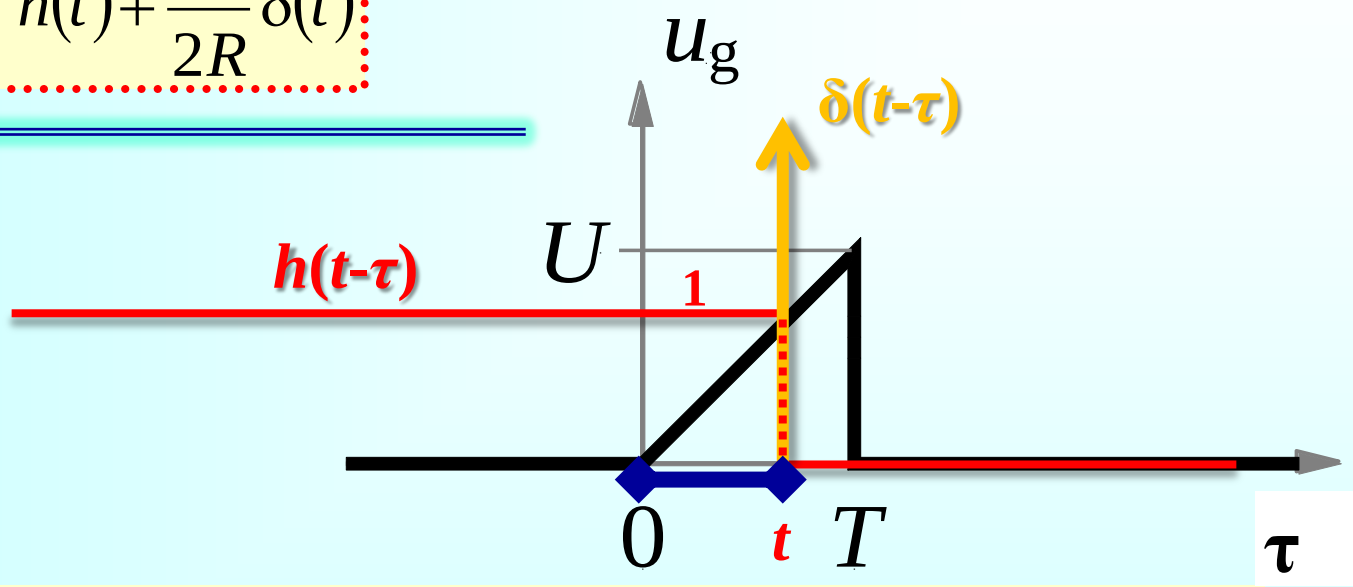
$$i_{KS}(t) = \int_0^t u_g(\tau) \left(-\frac{1}{4L} e^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)} h(t-\tau) + \frac{1}{2R}\delta(t-\tau) \right) \mathrm{d}\tau$$


h(t)
h(τ)
1
0
τ
h(t-τ)
1
0
t
τ
δ(t)
δ(τ)
0
τ
δ(t-τ)
0
t
τ

(2) $0 < t < T$

Конволуциони интеграл

$$g(t) = -\frac{1}{4L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t) + \frac{1}{2R}\delta(t)$$

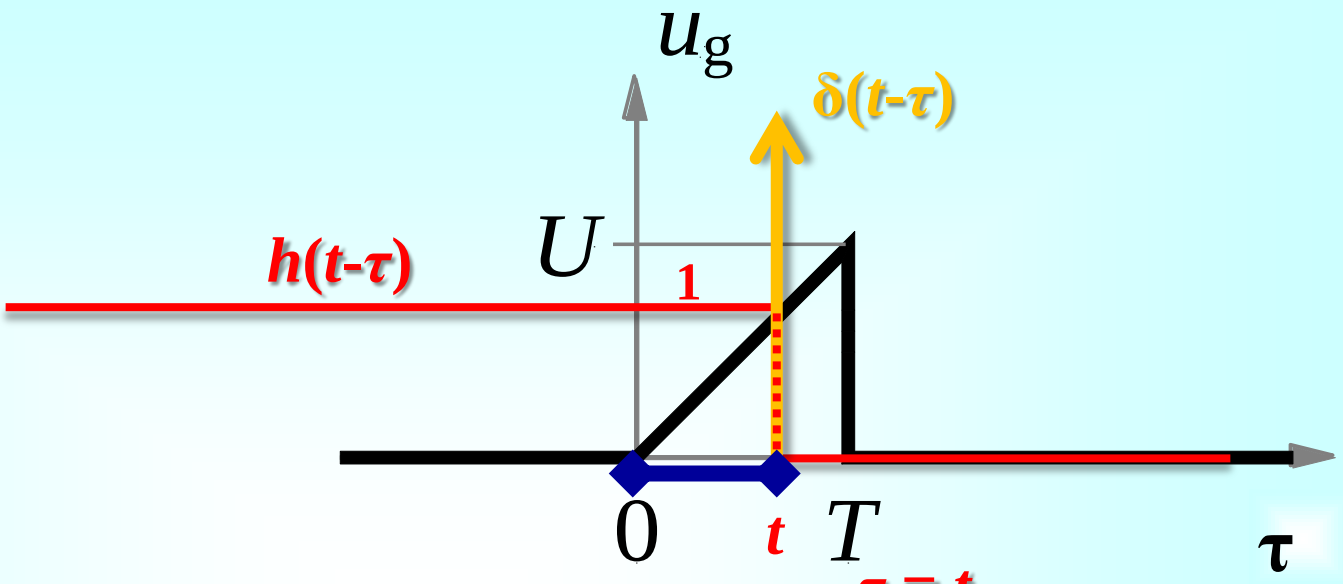


$$i_{KS}(t) = \int_0^t u_g(\tau)g(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_0^t \left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau) + \frac{1}{2R}\delta(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau$$

$\tau = t$

$$i_{KS}(t) = -\frac{U}{4L\underbrace{T}_{L/R}}\int_0^t \tau\,\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\mathrm{e}^{\frac{R}{2L}\tau}\underbrace{h(t-\tau)}_{1}\mathrm{d}\tau + \frac{1}{2R}\frac{U}{T}\int_0^t \underbrace{\tau}_{t}\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

(2) $0 < t < T$



$$i_{KS}(t) = -\frac{U}{4L\underbrace{\frac{T}{L/R}}}\,e^{-\frac{R}{2L}t}\int_0^t \tau\, e^{\frac{R}{2L}\tau}\,d\tau + \frac{1}{2R}\frac{U}{T}t\int_0^t \delta(t-\tau)\,d\tau$$

$$2T\left[(t-2T)e^{\frac{R}{2L}t} + 2T\right]$$

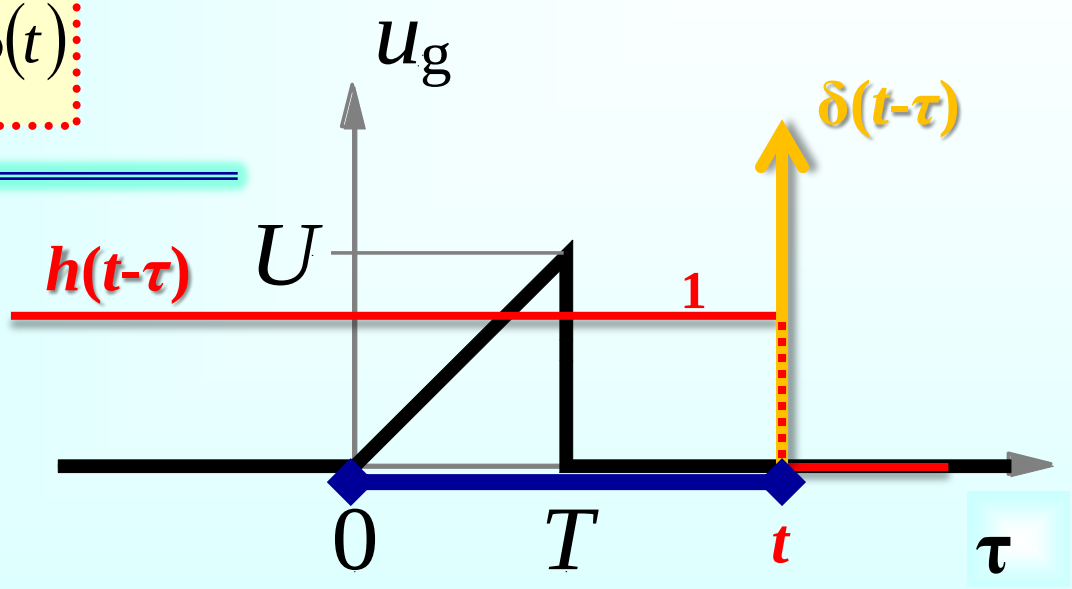
$$1$$

$$i_{KS}(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{2L}t}\right), 0 < t < T$$

Конволуциони интеграл

(3) $t > T$

$$g(t) = -\frac{1}{4L} e^{-\frac{R}{2L}t} h(t) + \frac{1}{2R}\delta(t)$$

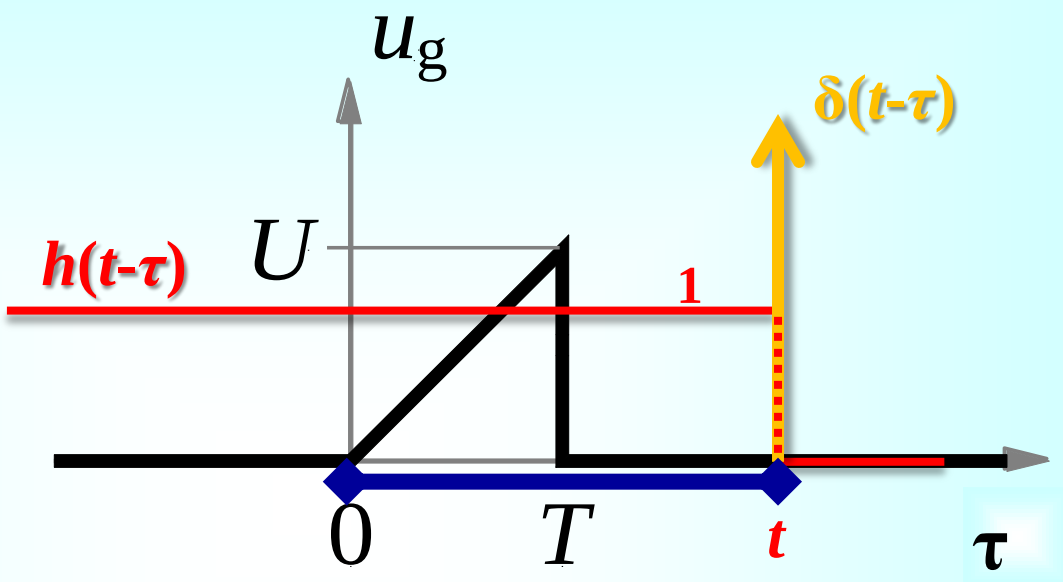


$$i_{KS}(t) = \int_0^t u_g(\tau) g(t-\tau) d\tau = \int_0^T u_g(\tau) g(t-\tau) d\tau + \int_T^t u_g(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

$\frac{U}{T}\tau$ $\qquad$ **0**

$$i_{KS}(t) = \int_0^T \left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4L} e^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)} h(t-\tau) + \frac{1}{2R}\delta(t-\tau)\right] d\tau$$

(3) $t > T$



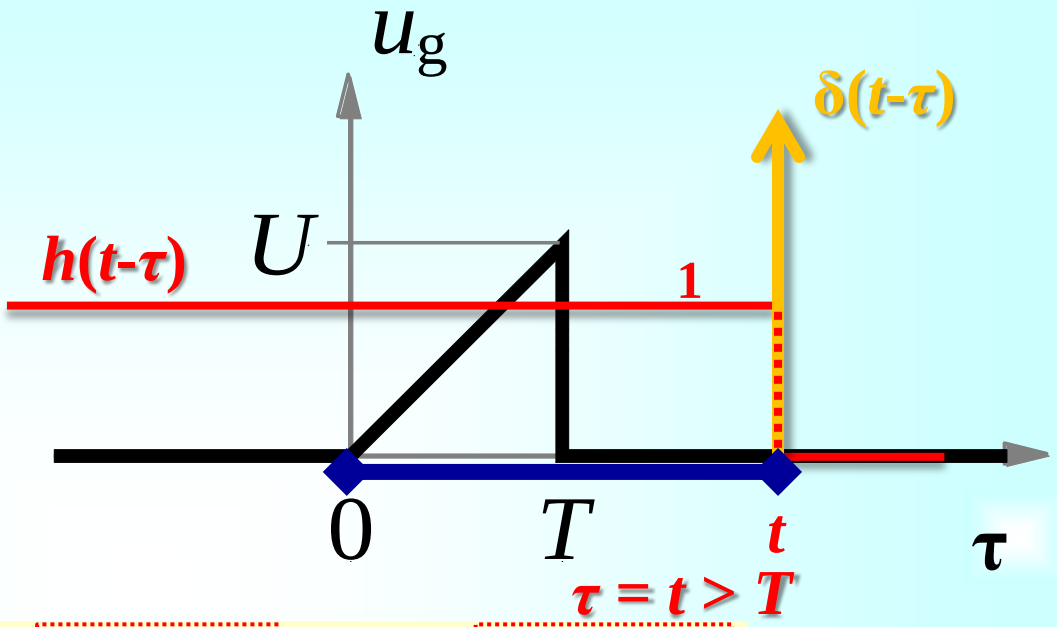
$$i_{KS}(t)=\int_0^T\left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau)+\frac{1}{2R}\delta(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau$$

$\tau = t > T$

$$i_{KS}(t)=-\frac{U}{4L\underbrace{\frac{T}{L/R}}}\int_0^T\tau\,\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\mathrm{e}^{\frac{R}{2L}\tau}h(t-\tau)\mathrm{d}\tau+\frac{1}{2R}\frac{U}{T}\int_0^T\tau\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$h(t-\tau)$: 1; $\delta(t-\tau)$: t

(3) $t > T$



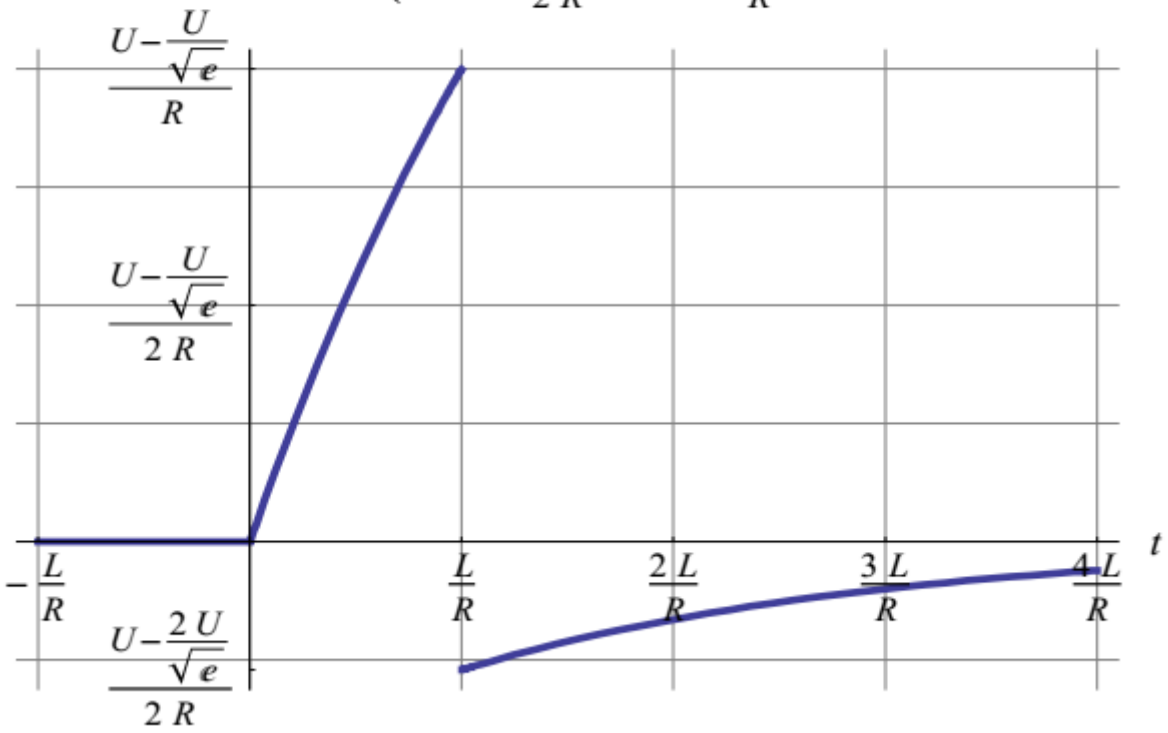
$$i_{KS}(t) = -\frac{U}{4L\underbrace{\frac{T}{L/R}}}\,e^{-\frac{R}{2L}t}\int_0^T \tau\, e^{\frac{R}{2L}\tau}\,d\tau + \frac{1}{2R}\frac{U}{T}\,t\int_0^T \delta(t-\tau)\,d\tau$$

$$2T^2\left[2-\sqrt{e}\right] \qquad \mathbf{0}$$

$$i_{KS}(t) = \frac{U}{2R}\,e^{-\frac{R}{2L}t}\left(\sqrt{e}-2\right), t > T$$

Струја краткоспојника KS

$$i_{KS}(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ \dfrac{U - U\,e^{-\frac{R\,t}{2\,L}}}{R} & 0 < t \le \dfrac{L}{R} \\ \dfrac{\left(\sqrt{e} - 2\right) U\,e^{-\frac{R\,t}{2\,L}}}{2\,R} & \dfrac{L}{R} < t \end{cases}$$



Задатак (10)

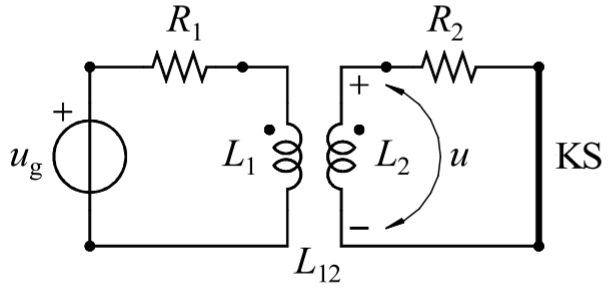
Задатак 2

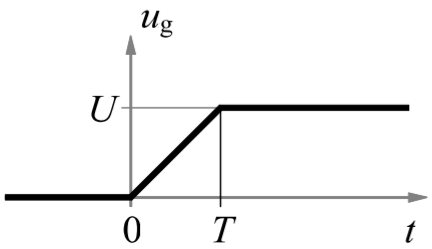
Вредности елемената електричног кола са слике су познате. Побуда је дата на слици. Трансформатор је симетричан са савршеном спрегом. $R_1 = R_2 = R$, $L_1 = L$, $T = L/R$.

(5) Одредити Гринову функцију за напон секундара (импулсни одзив).

(5) Одредити напон секундара и

(5) нацртати његов график.



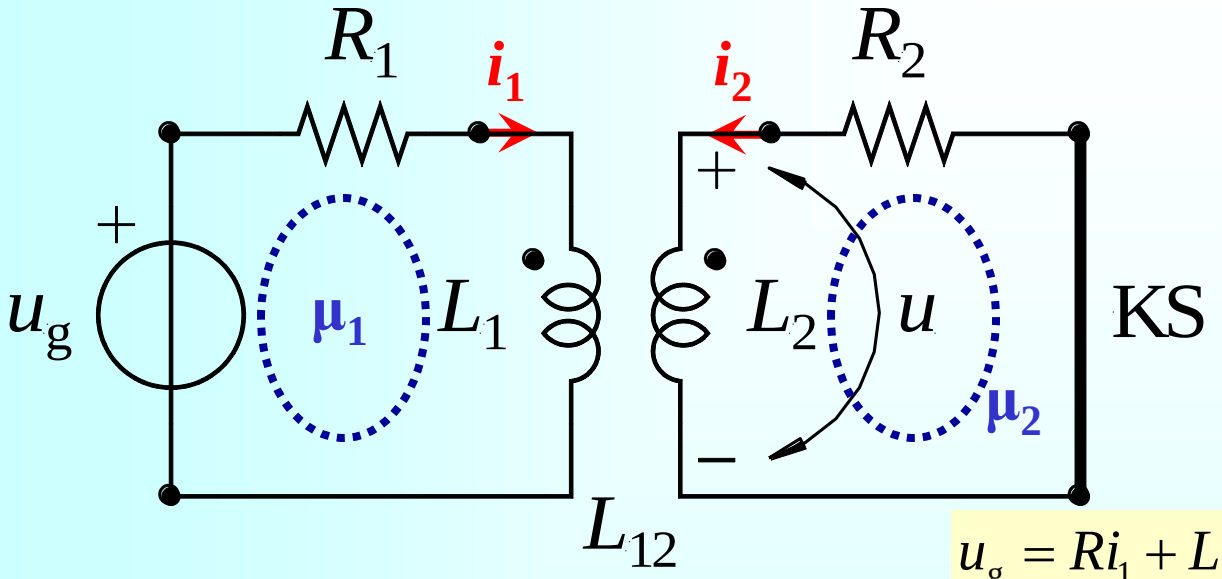


Гринова функција је

Напон секундара је

График напона секундара је

Једначина одзива



$$u_g = R_1 i_1 + L_1 \mathrm{D} i_1 + L_{12} \mathrm{D} i_2$$

$$0 = R_2 i_2 + \underbrace{L_{12} \mathrm{D} i_1 + L_2 \mathrm{D} i_2}_{u}$$

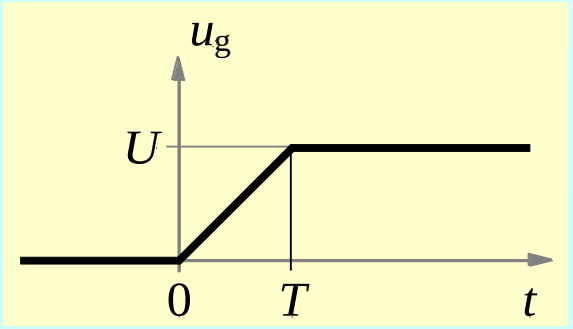
$$u = L\mathrm{D}i_1 + L\mathrm{D}i_2 = -Ri_2$$

$$\left.\begin{aligned} u_g &= Ri_1 + L\mathrm{D}i_1 + L\mathrm{D}i_2 \\ 0 &= Ri_2 + L\mathrm{D}i_1 + L\mathrm{D}i_2 \end{aligned}\right\} - \Rightarrow \quad i_1 = i_2 + \frac{u_g}{R}$$

$R_1 = R_2 = R$ $L_1 = L$ $T = L/R$

линеарни индуктивни трансформатор симетричан са савршеном спрегом

$$u_g = R\left(i_2 + \frac{u_g}{R}\right) + L\mathrm{D}\left(i_2 + \frac{u_g}{R}\right) + L\mathrm{D}i_2$$



$$u_g = Ri_2 + 2L\mathrm{D}i_2 + \frac{L}{R}\mathrm{D}u_g + u_g$$

$$\mathrm{D}i_2 + \frac{R}{2L} i_2 = -\frac{1}{2R}\mathrm{D}u_g$$

$$u = -Ri_2$$

Сређивање једначине одзива

$$\mathrm{D}u + \frac{R}{2L}u = \frac{1}{2}\mathrm{D}u_{\mathrm{g}}$$

$$u_{\mathrm{g}}(t) = \delta(t) \Rightarrow u = g(t)$$

$$\mathrm{D}g(t) + \frac{R}{2L}g(t) = \frac{1}{2}\mathrm{D}\delta(t)$$

$$g(t) = z(t)h(t) + H_1\delta(t)$$

$$\mathrm{D}g(t) = \mathrm{D}z(t)h(t) + z(0^+)\delta(t) + H_1\mathrm{D}\delta(t)$$

$$\mathrm{D}z(t)h(t) + z(0^+)\delta(t) + H_1\mathrm{D}\delta(t) + \frac{R}{2L}\left(z(t)\cdot h(t) + H_1\cdot\delta(t)\right) = \frac{1}{2}\mathrm{D}\delta(t)$$

$$\mathrm{D}z(t) + \frac{R}{2L}z(t) = 0$$

$$z(0^+) + H_1\frac{R}{2L} = 0$$

$$H_1 = \frac{1}{2}$$

Импулсни одзив за напон секундара

$$g(t) = z(t)h(t) + H_1\delta(t)$$

$$H_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow z(0^+) + H_1\frac{R}{2L} = 0 \Rightarrow z(0^+) = -\frac{R}{4L} = -\frac{1}{4T}$$

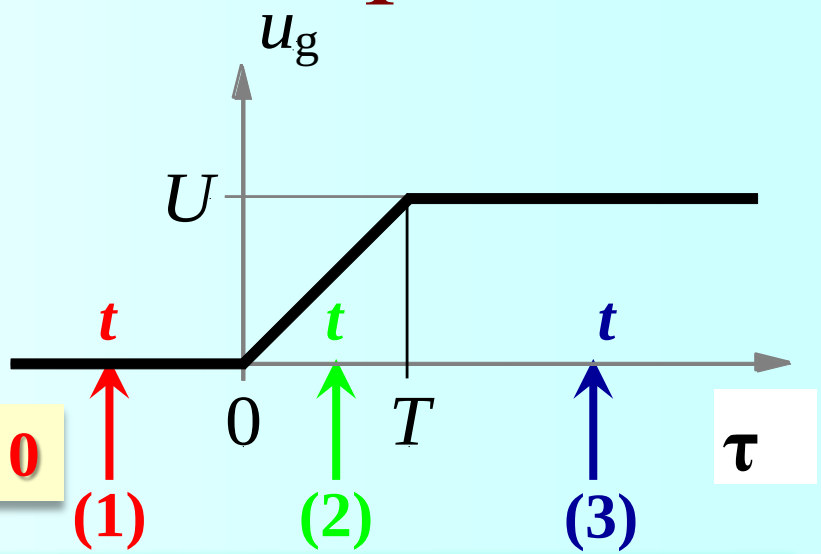
$$\mathrm{D}z(t) + \frac{R}{2L}z(t) = 0 \Rightarrow A(\underline{s}) = \underline{s} + \frac{R}{2L} = 0 \Rightarrow \underline{s}_1 = -\frac{R}{2L} \Rightarrow z(t) = K\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}$$

$$z(0^+) = -\frac{1}{4T} = K\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}0^+} \Rightarrow K = -\frac{1}{4T} \Rightarrow z(t) = -\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}$$

$$g(t) = z(t)h(t) + H_1\delta(t) = -\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t) + \frac{1}{2}\delta(t)$$

Конволуциони интеграл

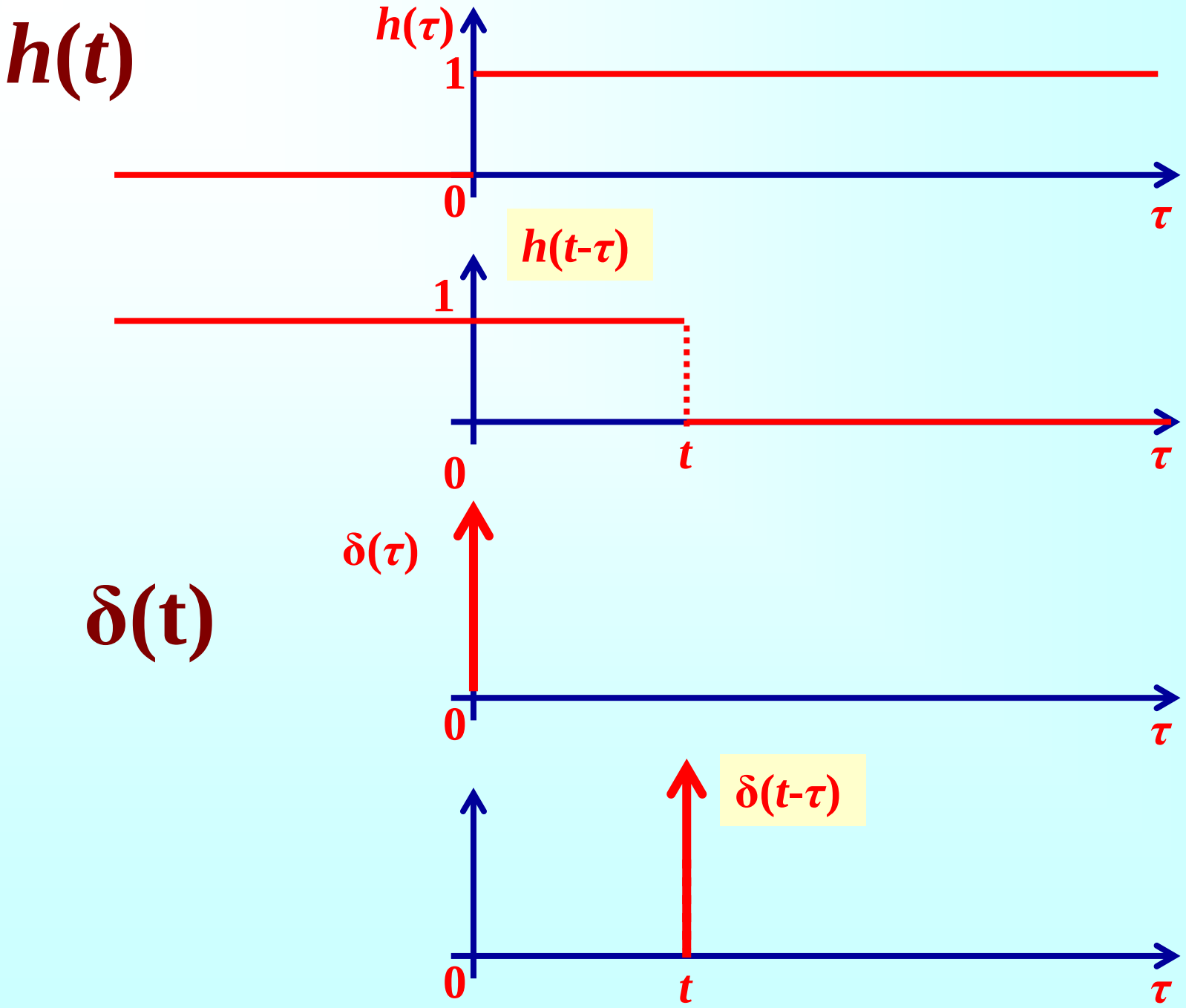
$$g(t) = -\frac{1}{4T} e^{-\frac{R}{2L}t} h(t) + \frac{1}{2}\delta(t)$$



(1) $t < 0 \rightarrow u(t) = 0$

$$u(t) = \int_0^t u_g(\tau) g(t-\tau) \mathrm{d}\tau$$

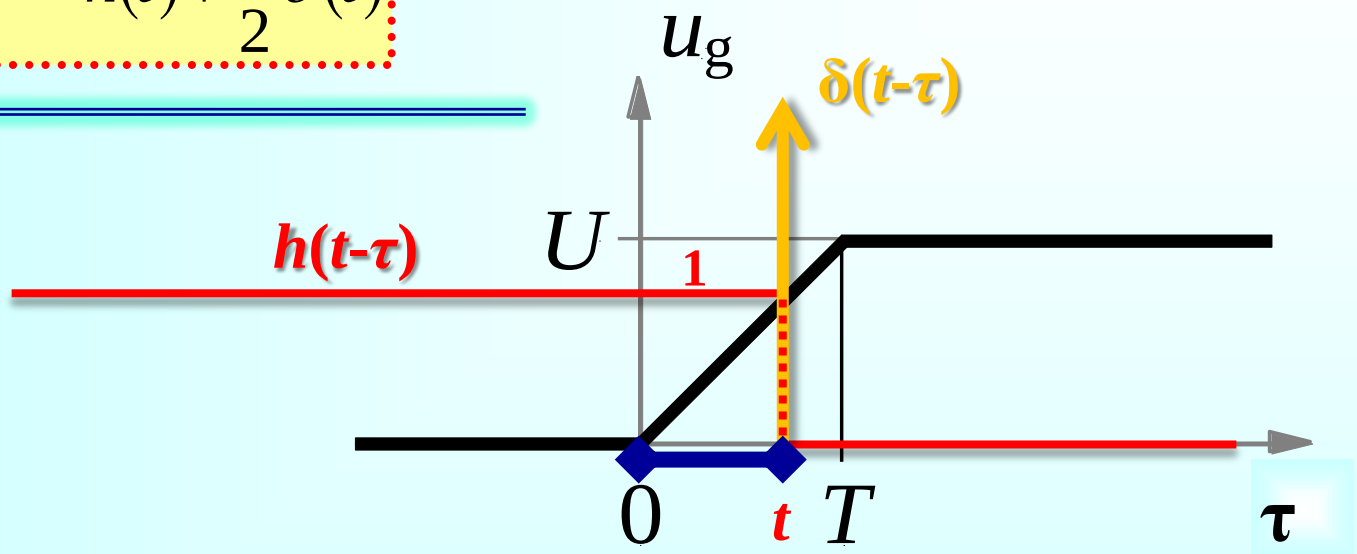
$$u(t) = \int_0^t u_g(\tau) \left(-\frac{1}{4T} e^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)} h(t-\tau) + \frac{1}{2}\delta(t-\tau) \right) \mathrm{d}\tau$$


h(t)
h(τ)
1
0
τ
h(t-τ)
1
0
t
τ
δ(t)
δ(τ)
0
τ
δ(t-τ)
0
t
τ

(2) $0 < t < T$

Конволуциони интеграл

$$g(t) = -\frac{1}{4T}\,\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\,h(t) + \frac{1}{2}\,\delta(t)$$



$$u(t) = \int_0^t u_g(\tau)\,g(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau = \int_0^t \left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4T}\,\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}\,h(t-\tau) + \frac{1}{2}\,\delta(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau$$

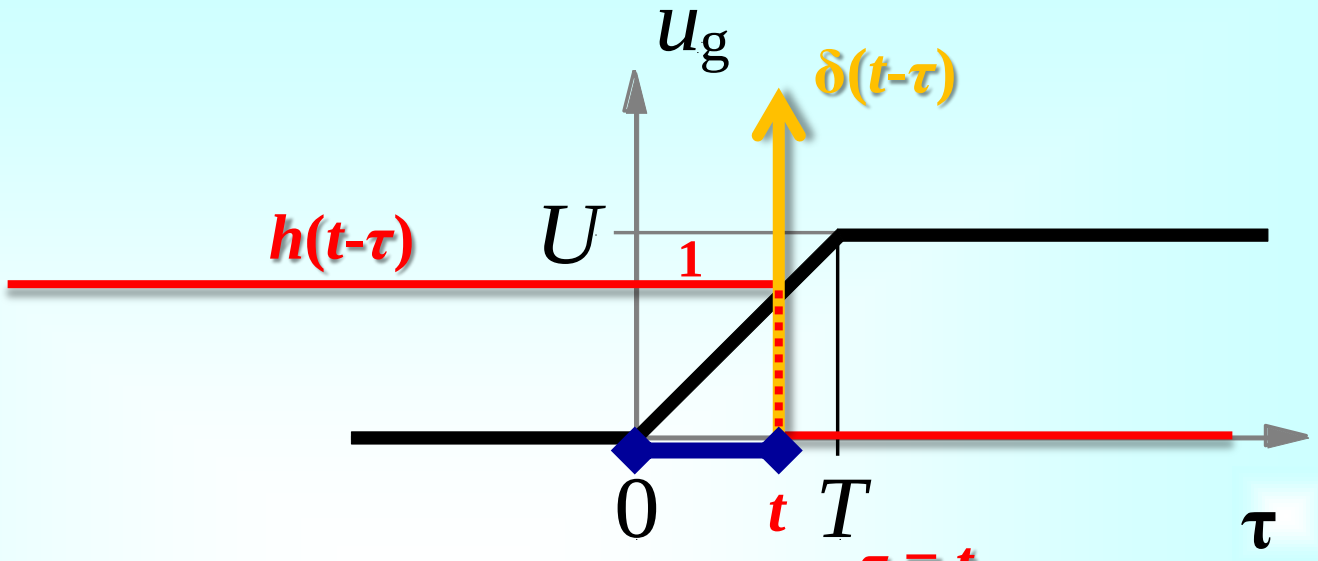
$$u(t) = -\frac{U}{4T^2}\int_0^t \tau\,\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\,\mathrm{e}^{\frac{R}{2L}\tau}\,h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau + \frac{U}{2T}\int_0^t \tau\,\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

$h(t-\tau) \to 1$

$\tau = t$

t

(2) $0 < t < T$



$\tau = t$

$$u(t) = -\frac{U}{4T^2} e^{-\frac{R}{2L}t} \int_0^t \tau\, e^{\frac{R}{2L}\tau}\, d\tau + \frac{U}{2T} t \int_0^t \delta(t-\tau) d\tau$$

$$2T\left[\left(t-2T\right)e^{\frac{R}{2L}t} + 2T\right]$$

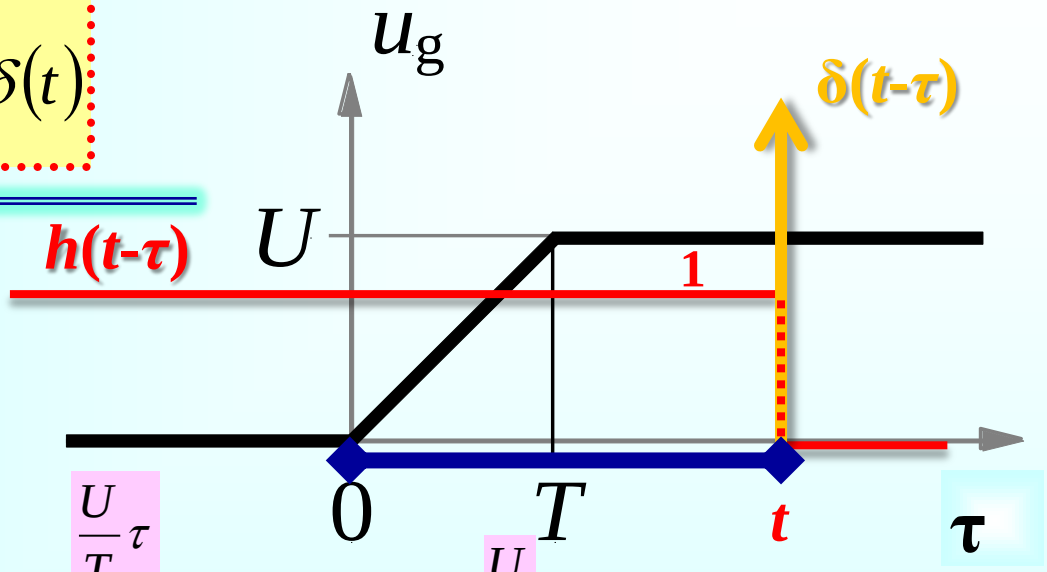
$$1$$

$$u(t) = U\left(1 - e^{-\frac{R}{2L}t}\right), 0 < t < T$$

Конволуциони интеграл

(3) $t > T$

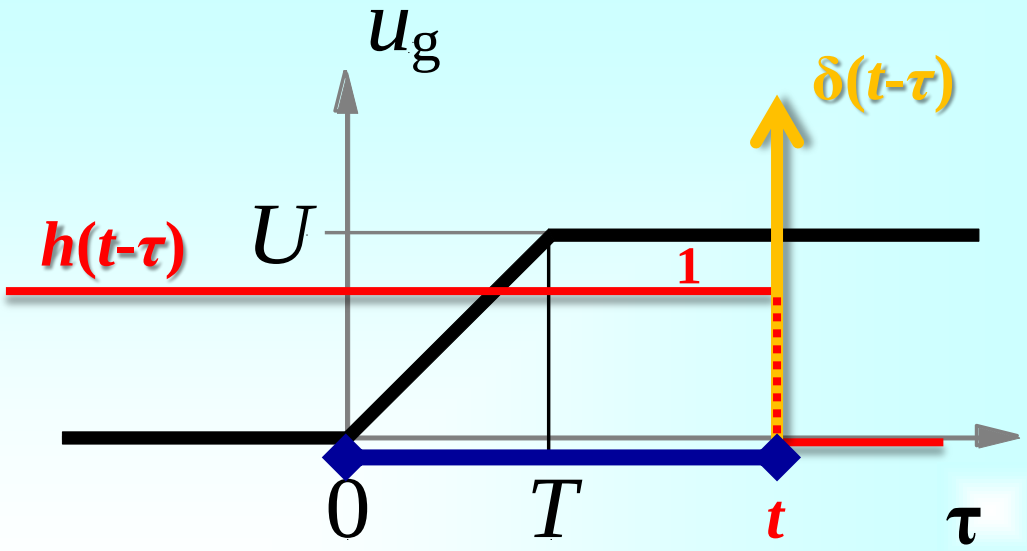
$$g(t) = -\frac{1}{4T} e^{-\frac{R}{2L}t} h(t) + \frac{1}{2}\delta(t)$$



$$u(t) = \int_0^t u_g(\tau) g(t-\tau)\,d\tau = \int_0^T u_g(\tau) g(t-\tau)\,d\tau + \int_T^t u_g(\tau) g(t-\tau)\,d\tau$$

$$u(t) = \int_0^T \left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4T} e^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)} h(t-\tau) + \frac{1}{2}\delta(t-\tau)\right] d\tau + \int_T^t U\left[-\frac{1}{4T} e^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)} h(t-\tau) + \frac{1}{2}\delta(t-\tau)\right] d\tau$$

(3) $t > T$



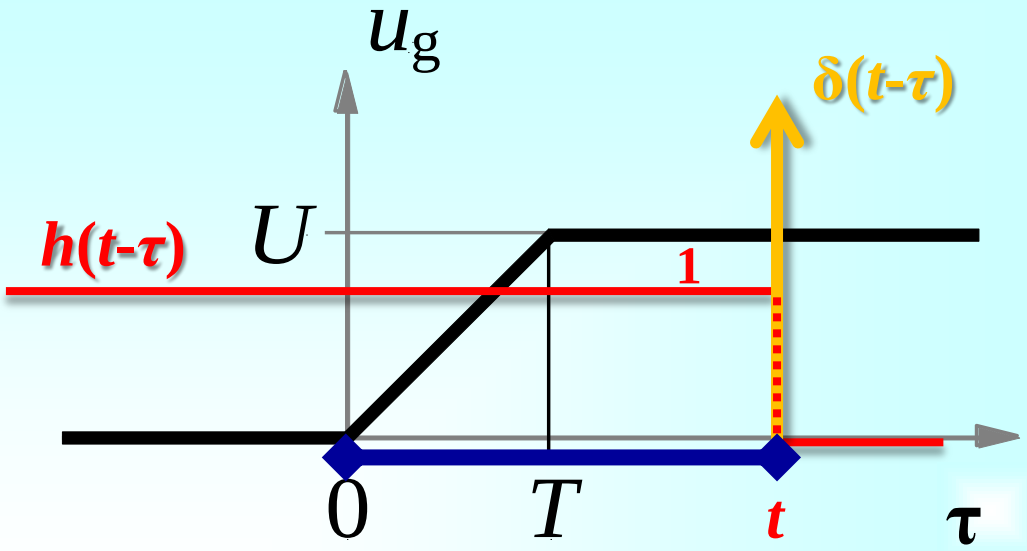
$$u(t)=\int_0^T\left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau)+\frac{1}{2}\delta(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau+\int_T^t U\left[-\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau)+\frac{1}{2}\delta(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau$$

$\tau = t > T$

$$u(t)=-\frac{U}{4T^2}\int_0^T\tau\,\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\,\mathrm{e}^{\frac{R}{2L}\tau}\,\underbrace{h(t-\tau)}_{1}\,\mathrm{d}\tau+\frac{1}{2}\frac{U}{T}\int_0^T\underbrace{\tau}_{t}\,\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

$$-\frac{U}{4T}\int_T^t\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\,\mathrm{e}^{\frac{R}{2L}\tau}\,\underbrace{h(t-\tau)}_{1}\,\mathrm{d}\tau+\frac{U}{2}\underbrace{\int_T^t\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau}_{1}$$

(3) $t > T$



$$2T^2\left[2-\sqrt{e}\right] \qquad 0 \qquad \tau = t > T$$

$$u(t) = -\frac{U}{4T^2}e^{-\frac{R}{2L}t}\int_0^T \tau\, e^{\frac{R}{2L}\tau}\,d\tau + \frac{1}{2}\frac{U}{T}t\int_0^T \delta(t-\tau)\,d\tau +$$

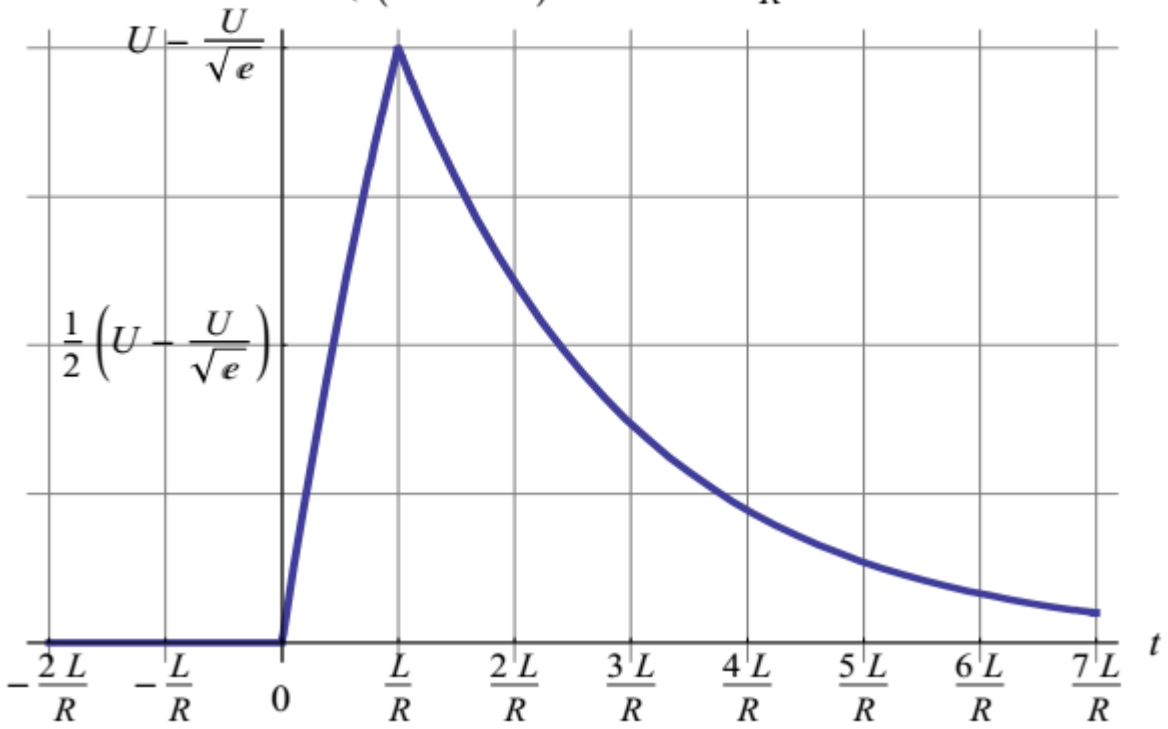
$$+ -\frac{U}{4T}e^{-\frac{R}{2L}t}\int_T^t e^{\frac{R}{2L}\tau}\,d\tau + \frac{U}{2}\int_T^t \delta(t-\tau)\,d\tau$$

$$1$$

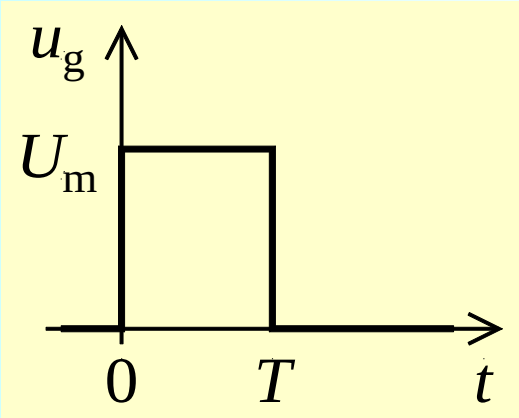
$$\boxed{u(t) = Ue^{-\frac{R}{2L}t}\left(\sqrt{e}-1\right), t > T}$$

Напон секундара

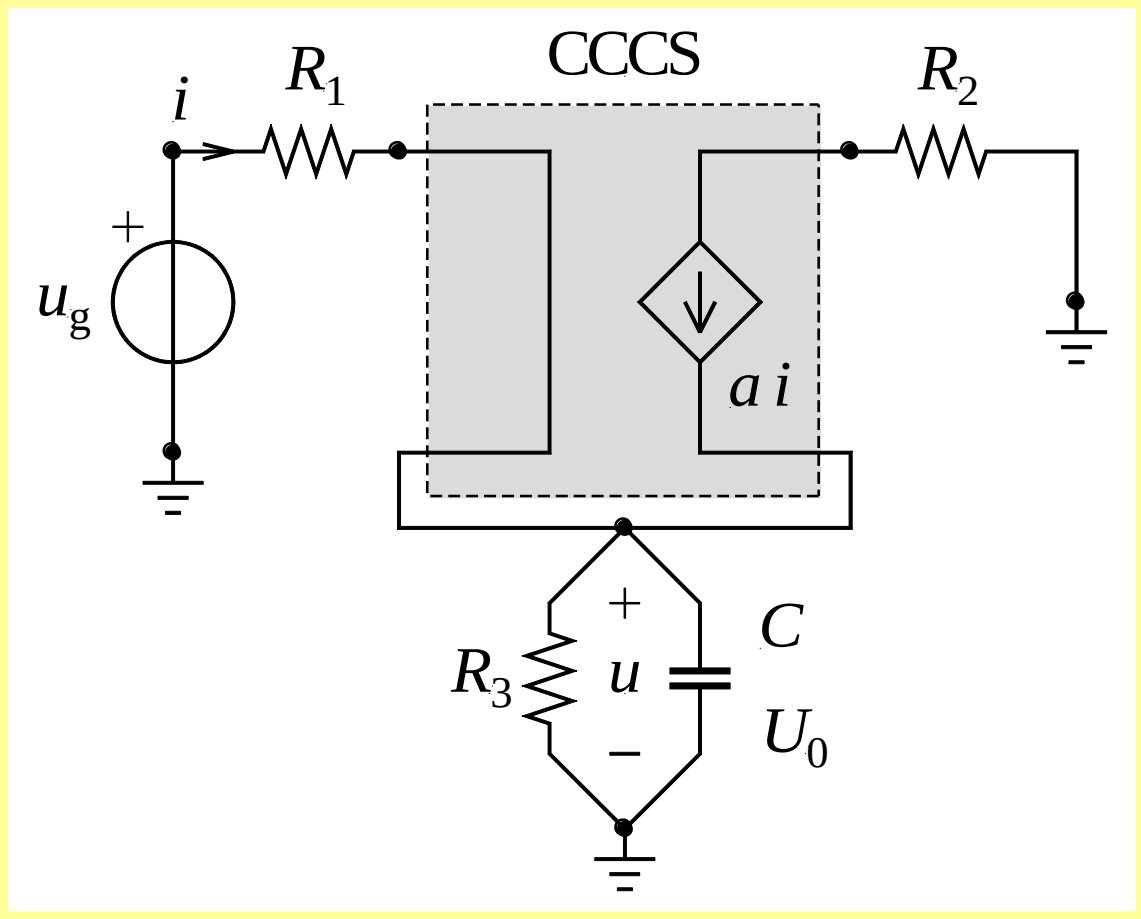
$$u(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ U\left(1 - e^{-\frac{Rt}{2L}}\right) & 0 < t \le \frac{L}{R} \\ \left(\sqrt{e} - 1\right) U\, e^{-\frac{Rt}{2L}} & \frac{L}{R} < t \end{cases}$$



Пример сложене побуде



$$u_g(t) = U_m\, h(t) - U_m\, h(t-T)$$



Вредности елемената електричног кола са слике су познате.

(а) Нацртати граф кола.

Одредити главне петље (фундаменталне контуре, ф-контуре).

Одредити главне пресеке (фундаменталне пресеке, ф-пресеке).

(б) Одредити напон u, за $t > t_0$, ако је

$R_1 = R_2 = R_3 = R$,

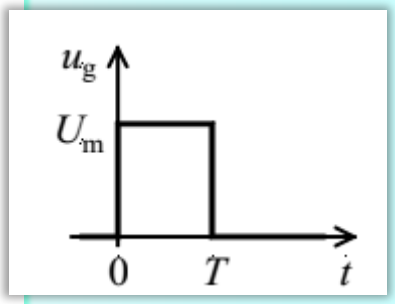
$a = 98$,

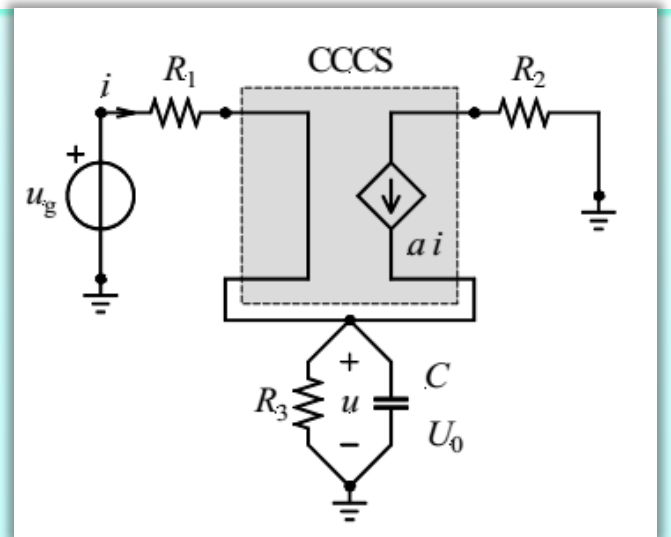
$U_0 = -2U_\mathrm{m}$, $t_0 = 0$,

$T = CR$, $U_\mathrm{m} > 0$,

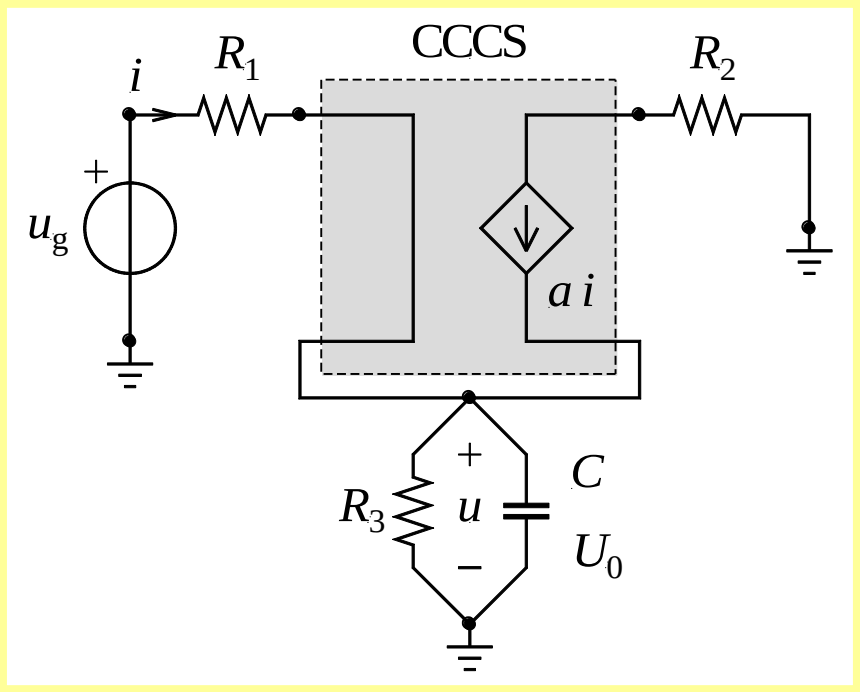
а побуда (екситација, стимулус, инпут) је описана графиком са слике.

(в) Нацртати график напона u у функцији времена за $t > t_0$.





Једначина одзива



$$u_g(t) = U_m\big(h(t) - h(t-T)\big)$$

$$u(0^-) = U_0$$

$$i + a \cdot i = \frac{u}{R_3} + C\mathrm{D}u \qquad i = \frac{u_g - u}{R_1}$$

$$(1+a)\frac{u_g - u}{R_1} = \frac{u}{R_3} + C\mathrm{D}u$$

$$\mathrm{D}u(t) + \frac{R_1 + (1+a)R_3}{CR_1R_3}u(t) = \frac{a+1}{CR_1}u_g(t)$$

Сређивање једначине одзива

- одзив на генератор

$$\mathrm{D}u(t)+\frac{100}{CR}u(t)=\frac{99}{CR}u_{\mathrm{g}}(t) \qquad u(0^-)=0$$

$$u_{\mathrm{g}}(t)=U_{\mathrm{m}}\big(h(t)-h(t-T)\big)\Rightarrow u_{u_{\mathrm{g}}}(t)=U_{\mathrm{m}}\big(f(t)-f(t-T)\big)$$

$$u_{\mathrm{g}}(t)=h(t)\Rightarrow u=f(t) \qquad \mathrm{D}f(t)+\frac{100}{CR}f(t)=\frac{99}{CR}h(t)$$

$$f(t)=z(t)h(t)+H_1\delta(t) \qquad \mathrm{D}f(t)=\mathrm{D}z(t)h(t)+z(0^+)\delta(t)+H_1\mathrm{D}\delta(t)$$

$$\mathrm{D}z(t)h(t)+z(0^+)\delta(t)+H_1\mathrm{D}\delta(t)+\frac{100}{CR}\big(z(t)h(t)+H_1\delta(t)\big)=\frac{99}{CR}h(t)$$

$$\mathrm{D}z(t)+\frac{100}{CR}z(t)=\frac{99}{CR} \qquad z(0^+)+H_1\frac{100}{CR}=0 \qquad H_1=0$$

Индициона функција за напон кондезатора

$$f(t)=z(t)h(t)+H_1\delta(t)$$

$H_1=0$ ➡ $z(0^+)+H_1\frac{100}{CR}=0\Rightarrow z(0^+)=0$

$$\mathrm{D}z(t)+\frac{100}{CR}z(t)=\frac{99}{CR} \quad \Rightarrow \quad z(t)=z_{\mathrm{h}}(t)+z_{\mathrm{p}}(t)$$

$$A(\underline{s})=\underline{s}+\frac{100}{CR}=0\Rightarrow \underline{s}_1=-\frac{100}{CR} \quad \Rightarrow \quad z_{\mathrm{h}}(t)=K_1\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}$$

$$z(t)=K_1\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}+\frac{99}{100}$$

$z_{\mathrm{p}}(t)=K_2$ ➡ $0+\frac{100}{CR}K_2=\frac{99}{CR}\Rightarrow K_2=\frac{99}{100}$

$$z(0^+)=0=K_1\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}0^+}+\frac{99}{100}\Rightarrow K_1=-\frac{99}{100}$$

$$f(t)=\frac{99}{100}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}\right)h(t)$$

Одзив на напонски генератор

$$u_{\mathrm{g}}(t)=U_{\mathrm{m}}\big(h(t)-h(t-T)\big)\Rightarrow u_{u_{\mathrm{g}}}(t)=U_{\mathrm{m}}\big(f(t)-f(t-T)\big)$$

$$f(t)=\frac{99}{100}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}\right)h(t)$$

$$u_{u_{\mathrm{g}}}(t)=U_{\mathrm{m}}\left(\frac{99}{100}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}\right)h(t)-\frac{99}{100}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}(t-T)}\right)h(t-T)\right)$$

Одзив на почетни услов

$$\mathrm{D}u(t)+\frac{100}{CR}u(t)=\frac{99}{CR}u_{\mathrm{g}}(t)$$

$u_{\mathrm{g}} \to \mathrm{OFF}$ ➡

$$\mathrm{D}u(t)+\frac{100}{CR}u(t)=0$$

$$A(\underline{s})=\underline{s}+\frac{100}{CR}=0 \Rightarrow \underline{s}_1=-\frac{100}{CR}$$ ➡

$$u_0(t)=K_3\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}$$

$$u(0^-)=U_0$$

$$u(0^-)=u(0^+)$$

непрекидност почетних услова

$$u(0^+)=U_0=K_3\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}0^+} \Rightarrow K_3=U_0$$

$$u_0(t)=U_0\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t},\ t>0$$

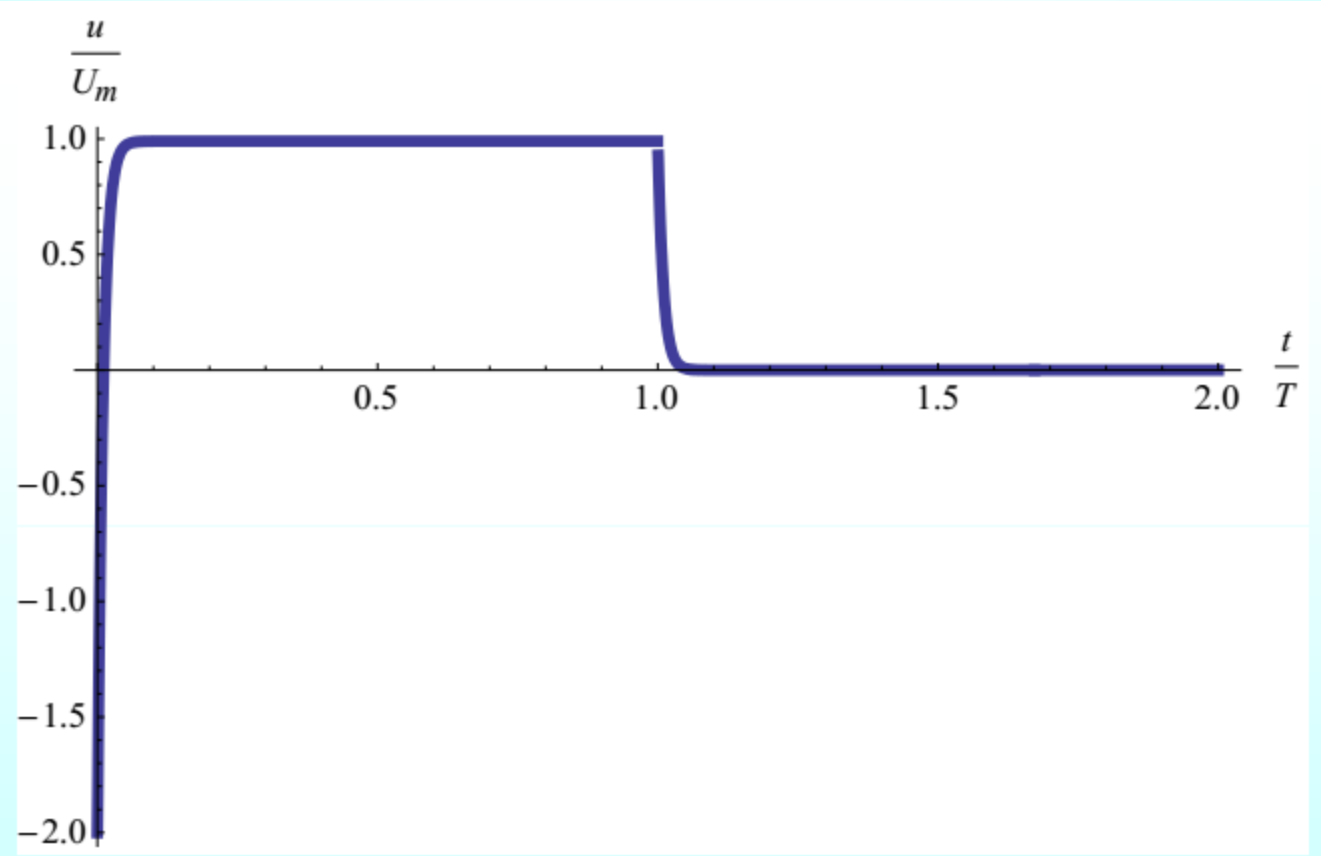
Потпун одзив

$$u(t) = u_0(t) + u_{u_g}(t), t > 0$$

$$u(t) = \overbrace{U_0}^{-2U_m} \mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t} + U_m \frac{99}{100}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}\right) h(t) -$$

$$-U_m \frac{99}{100}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}(t-T)}\right) h(t-T), t > 0$$

Напон кондезатора



$$u(t) = \overbrace{U_0}^{-2U_m} e^{-\frac{100}{CR}t} + U_m \frac{99}{100}\left(1 - e^{-\frac{100}{CR}t}\right)h(t) - U_m \frac{99}{100}\left(1 - e^{-\frac{100}{CR}(t-T)}\right)h(t-T), t > 0$$

Задатак (11)

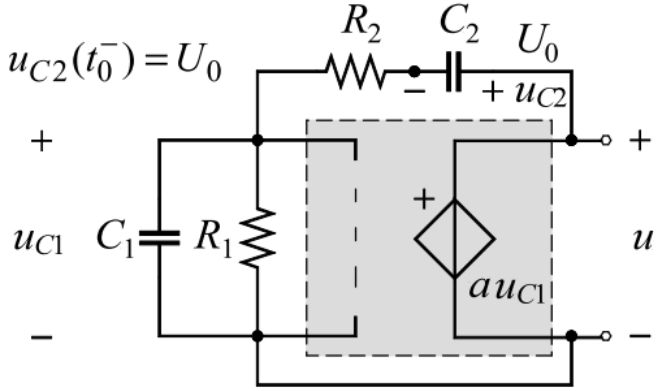
Задатак 1

Поједностављена шема осцилатора са Виновим мостом је приказана на слици и $R_1 = R_2 = R$, $a = 3$, $C_1 = C_2 = C$, $t_0 = 0$.

(5) Одредити једначине стања у матричном облику и ред кола.

(5) Одредити напон u за $t > t_0$.

(5) Нацртати график u у функцији времена за $t > t_0$. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Једначине стања у матричном облику и ред су

Напон u за $t > t_0$ је

График u у функцији времена за $t > t_0$ је

Задатак (13)

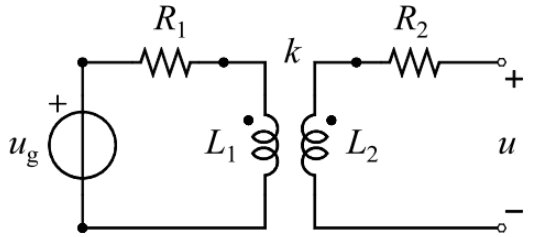
Задатак 2

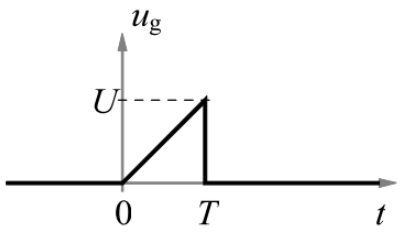
Параметри електричног кола са слике су познати. Побуда је дата на слици, $T = L/R$, $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $L_1 = L$, $L_2 = 4L$, $k = 1/2$.

(5) Одредити индициону функцију за напон отвореног секундара (одскочни одзив).

(5) Одредити напон отвореног секундара и

(5) нацртати његов график. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.





Индициона функција (одскочни одзив) је

Напон отвореног секундара је

График напона отвореног секундара је

Задатак (14)

Задатак 2

Вредности елемената електричног кола са слике су познате. Побуда (екситација, стимулус, инпут) је

$u_{\mathrm{g}}(t) = U_{\mathrm{m}} \sin(\omega t)\, \vartheta(t)$.

$\vartheta(t)$ је јединична одскочна функција (Хевисајдова функција) која се обележава и са $\mathrm{h}(t)$.

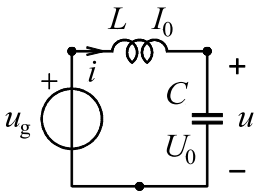
Почетна струја калема и почетни напон кондензатора су

$i(t_0^-) = I_0$, $u(t_0^-) = U_0$, $t_0 = 0$.

Постоји веза параметара $C = \dfrac{1}{\omega^2 L}$.

(5) Одредити једначине стања у матричном облику и ред кола.

(5) Одредити напон кондензатора u и **(5)** нацртати његов график у функцији времена за $t > t_0$.



Једначине стања у матричном облику и ред кола су

$$\begin{pmatrix} i'(t) \\ u'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{u_{\mathrm{g}}}{L} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Напон кондензатора u је

$$u(t) = \frac{1}{2}\sin(t\,\omega)\,(2\,I_0\,L\,\omega + U_{\mathrm{m}}) + \cos(t\,\omega)\left(U_0 - \frac{1}{2}\,t\,\omega\,U_{\mathrm{m}}\right),\quad t > 0$$

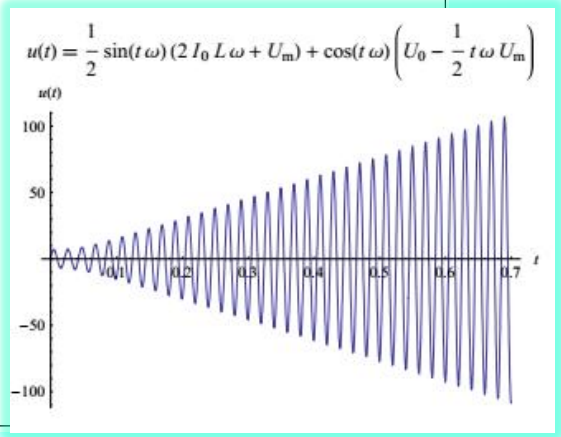



График напона је