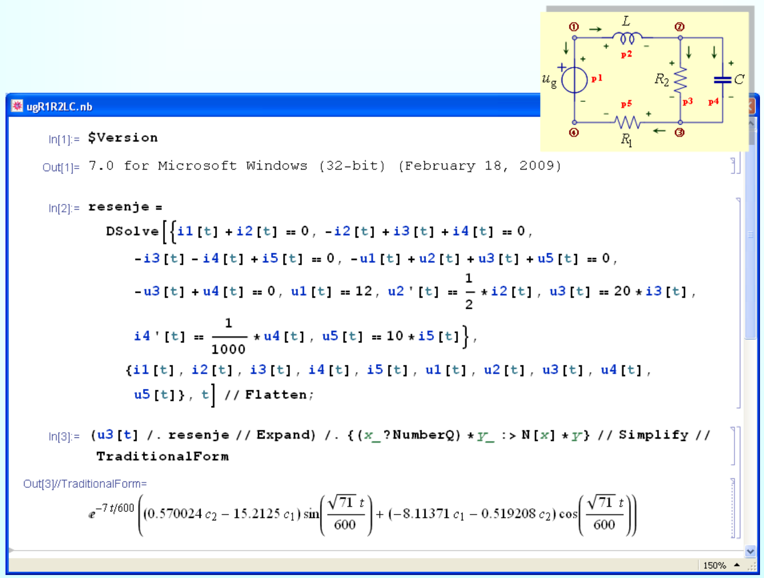
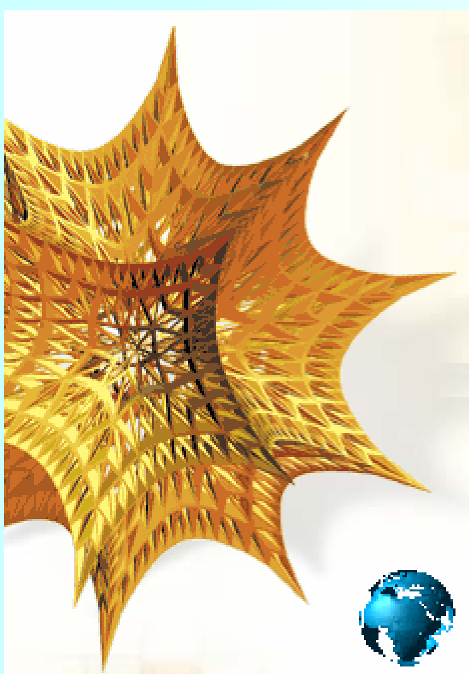
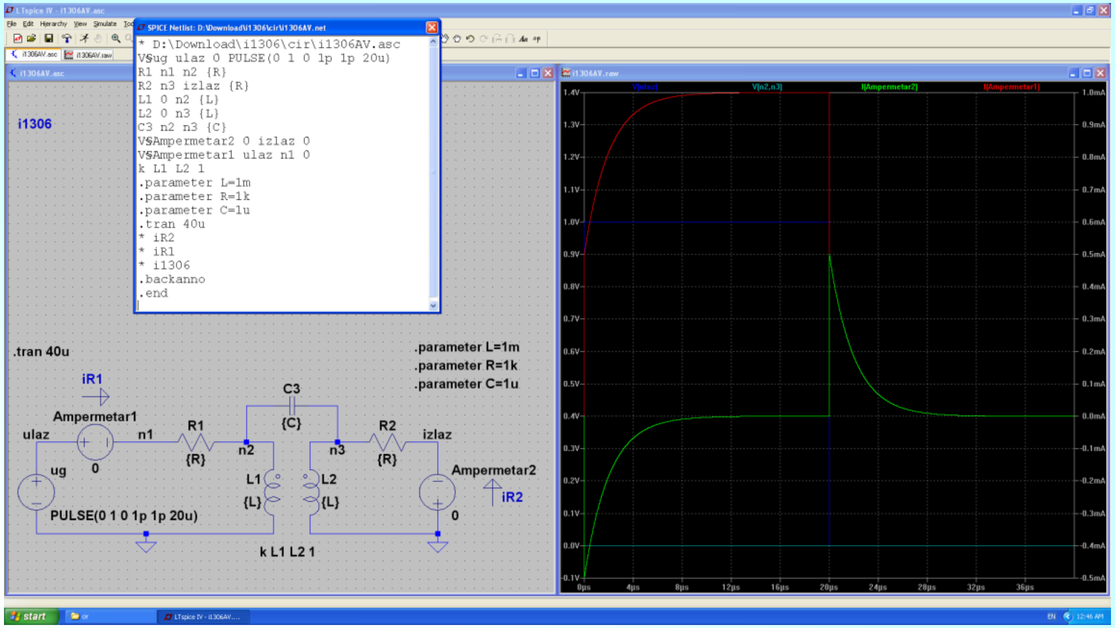
Теорија електричних кола





Милка Потребић



Решавање у временском домену

Једначине стања и једначина одзива

Конволуциони интеграл

Задатак (9)

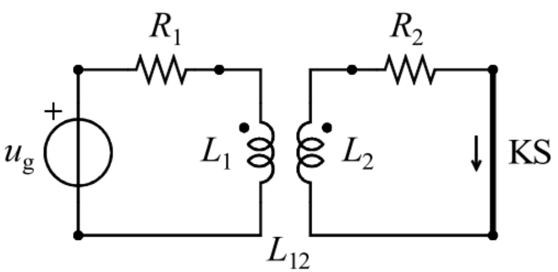
Задатак 2

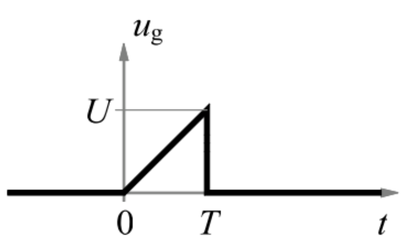
Вредности елемената електричног кола са слике су познате. Побуда је дата на слици. Трансформатор је симетричан са савршеном спрегом. $R_1 = R_2 = R$, $L_1 = L$, $T = L/R$.

(5) Одредити индициону функцију за струју краткоспојника KS (одскочни одзив).

(5) Одредити струју краткоспојника KS и

(5) нацртати њен график.



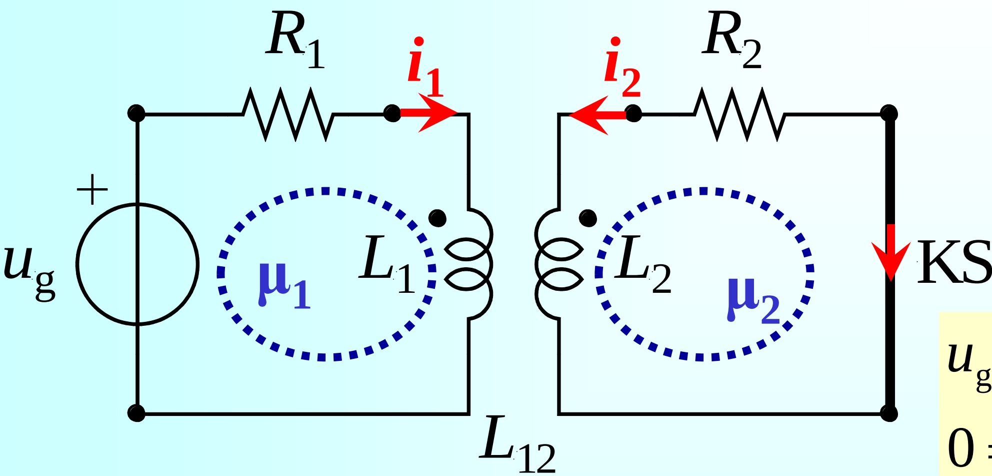


Индициона функција је

Струја краткоспојника KS је

График струје краткоспојника KS је

Једначина одзива



$$u_g = R_1 i_1 + L_1 D i_1 + L_{12} D i_2$$

$$0 = R_2 i_2 + L_{12} D i_1 + L_2 D i_2$$

$$\left.\begin{aligned} u_g &= R i_1 + L \mathrm{D} i_1 + L \mathrm{D} i_2 \\ 0 &= R i_2 + L \mathrm{D} i_1 + L \mathrm{D} i_2 \end{aligned}\right\} - \;\Rightarrow\; \boxed{i_1 = i_2 + \frac{u_g}{R}}$$

$R_1 = R_2 = R$ $\quad L_1 = L$ $\quad T = L/R$

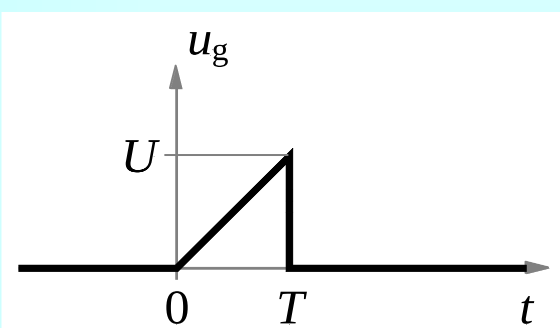
линеарни индуктивни трансформатор симетричан са савршеном спрегом

$$u_g = R\left(i_2 + \frac{u_g}{R}\right) + L\mathrm{D}\left(i_2 + \frac{u_g}{R}\right) + L\mathrm{D} i_2$$

$$\cancel{u_g} = R i_2 + 2L\mathrm{D} i_2 + \frac{L}{R}\mathrm{D} u_g + \cancel{u_g}$$

$$\mathrm{D} i_2 + \frac{R}{2L} i_2 = -\frac{1}{2R}\mathrm{D} u_g$$

$$\boxed{i_{KS} = -i_2}$$



Сређивање једначине одзива

$$\boxed{\mathrm{D}i_{\mathrm{KS}}+\frac{R}{2L}i_{\mathrm{KS}}=\frac{1}{2R}\mathrm{D}u_{\mathrm{g}}}$$

$$u_{\mathrm{g}}(t)=h(t)\Rightarrow i_{\mathrm{KS}}=f(t)$$

$$\mathrm{D}f(t)+\frac{R}{2L}f(t)=\frac{1}{2R}\overbrace{\mathrm{D}h(t)}^{\delta(t)}$$

$$f(t)=z(t)h(t)+H_1\delta(t)$$

$$\mathrm{D}f(t)=\mathrm{D}z(t)h(t)+z(0^+)\delta(t)+H_1\mathrm{D}\delta(t)$$

$$\mathrm{D}z(t)h(t)+z(0^+)\delta(t)+H_1\mathrm{D}\delta(t)+\frac{R}{2L}\left(z(t)\cdot h(t)+H_1\cdot\delta(t)\right)=\frac{1}{2R}\delta(t)$$

$$\boxed{\mathrm{D}z(t)+\frac{R}{2L}z(t)=0}$$

$$\boxed{z(0^+)+H_1\frac{R}{2L}=\frac{1}{2R}}$$

$$\boxed{H_1=0}$$

Индициона функција за струју краткоспојника

$$f(t)=z(t)h(t)+H_1\delta(t)$$

$$\boxed{H_1=0} \Rightarrow \boxed{z(0^+)+H_1\frac{R}{2L}=\frac{1}{2R}\Rightarrow z(0^+)=\frac{1}{2R}}$$

$$\boxed{\mathrm{D}z(t)+\frac{R}{2L}z(t)=0} \Rightarrow A(\underline{s})=\underline{s}+\frac{R}{2L}=0\Rightarrow \underline{s}_1=-\frac{R}{2L} \Rightarrow z(t)=K\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}$$

$$z(0^+)=\frac{1}{2R}=K\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}0^+}\Rightarrow K=\frac{1}{2R}$$

$$\boxed{z(t)=\frac{1}{2R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}} \qquad \boxed{f(t)=z(t)h(t)}$$

Импулсни одзив за струју краткоспојника

$$f(t)=z(t)h(t)=\frac{1}{2R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t)$$

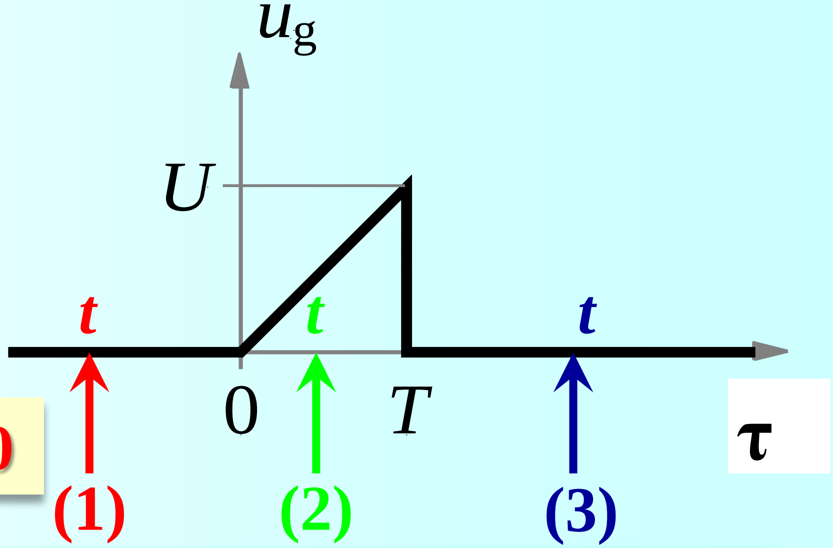
$$\boxed{g(t)=\mathrm{D}f(t)}$$

$$g(t)=\mathrm{D}f(t)=\frac{1}{2R}\left(-\frac{R}{2L}\right)\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t)+\frac{1}{2R}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\overbrace{\mathrm{D}h(t)}^{\delta(t)}$$

$$\boxed{g(t)=-\frac{1}{4L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t)+\frac{1}{2R}\delta(t)}$$

Конволуциони интеграл

$$g(t) = -\frac{1}{4L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t) + \frac{1}{2R}\delta(t)$$



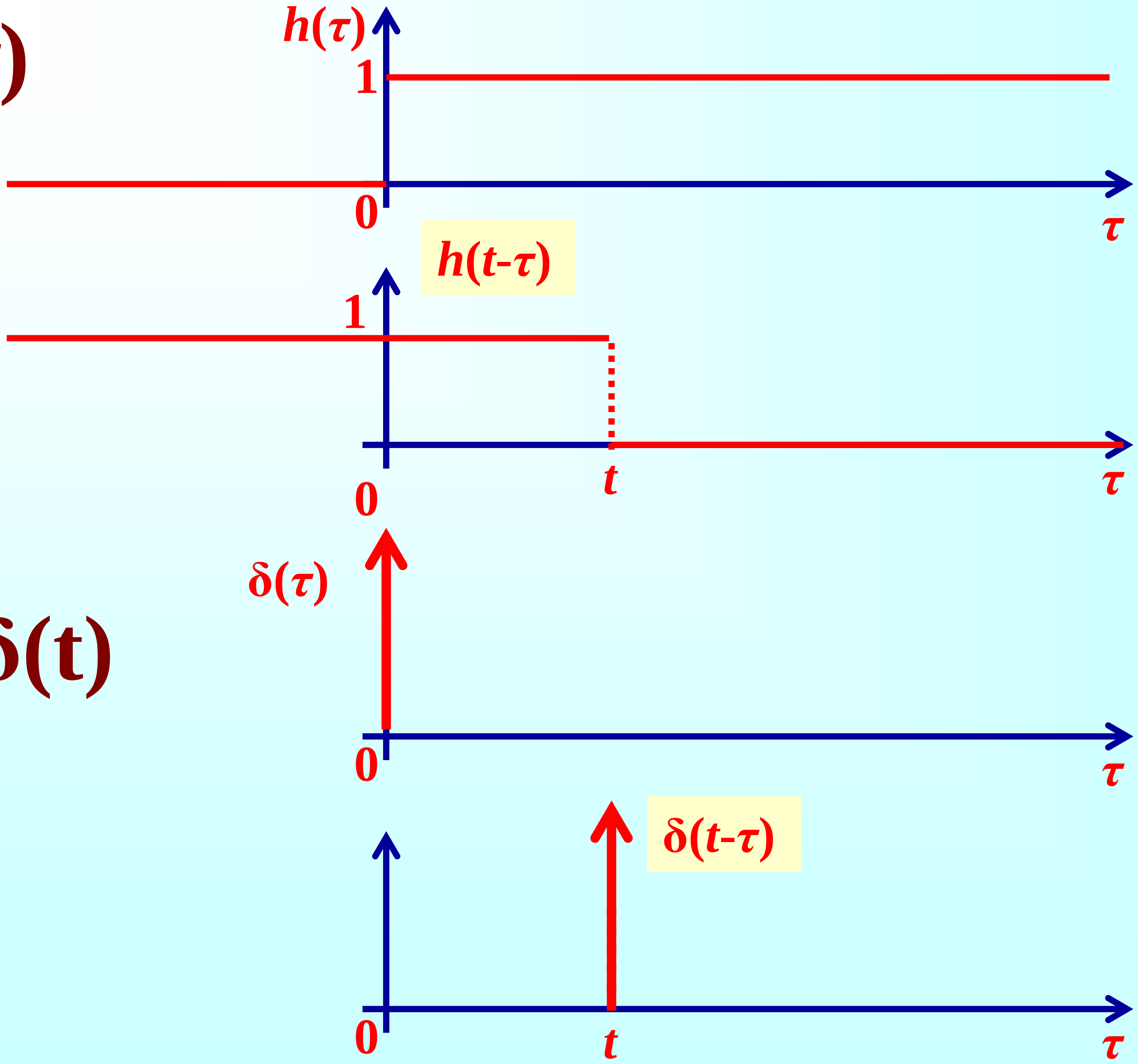
(1) $t < 0 \rightarrow i_{KS}(t) = 0$

$$i_{KS}(t) = \int_0^t u_g(\tau)g(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$i_{KS}(t) = \int_0^t u_g(\tau)\left(-\frac{1}{4L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau) + \frac{1}{2R}\delta(t-\tau)\right)\mathrm{d}\tau$$

$h(t)$

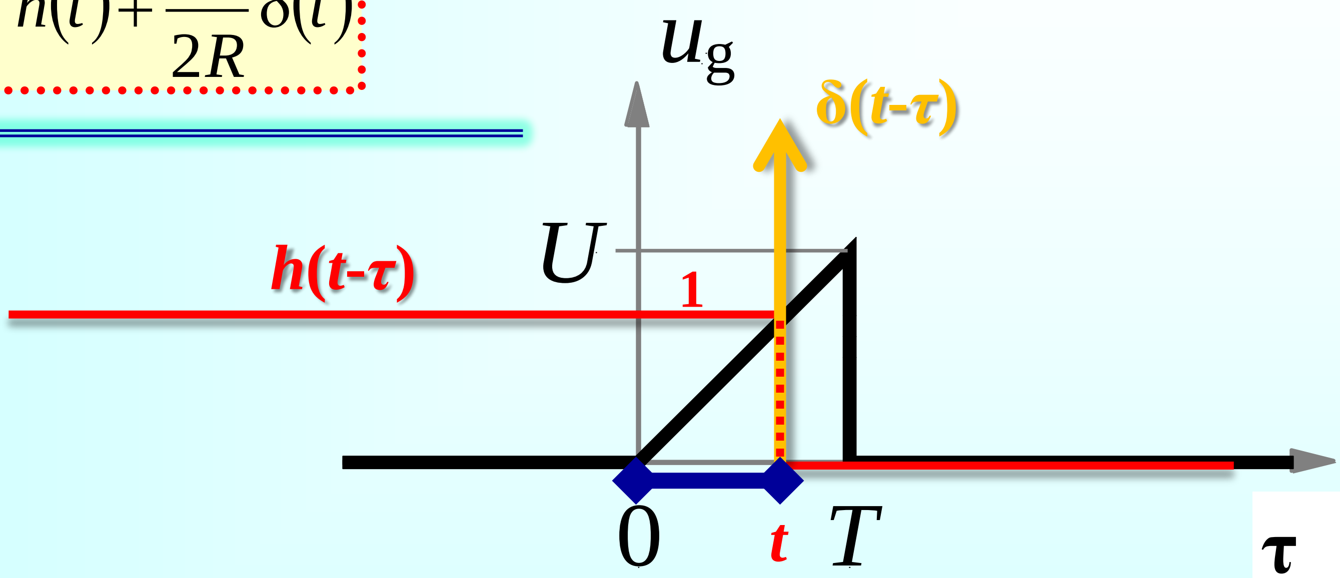
$\delta(t)$



(2) $0 < t < T$

Конволуциони интеграл

$$g(t) = -\frac{1}{4L}e^{-\frac{R}{2L}t}h(t) + \frac{1}{2R}\delta(t)$$

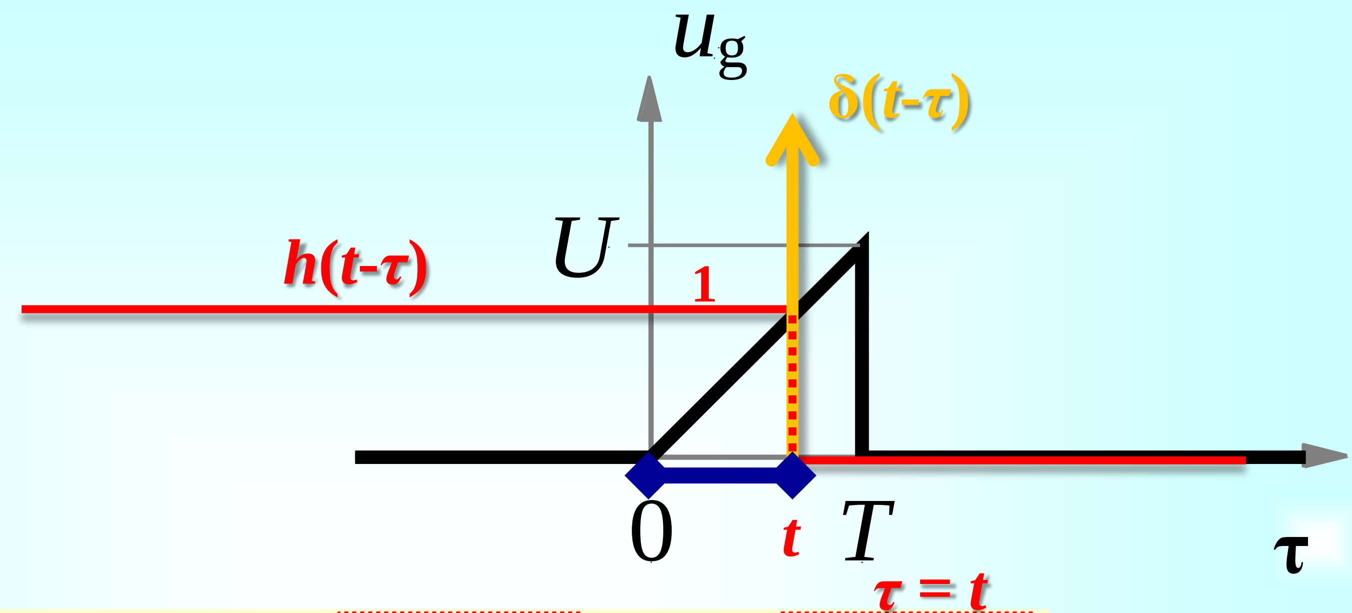


$$i_{KS}(t) = \int_0^t u_g(\tau)g(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_0^t \left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4L}e^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau) + \frac{1}{2R}\delta(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau$$

$$\tau = t$$

$$i_{KS}(t) = -\frac{U}{4L\underbrace{T}_{L/R}}\int_0^t \tau\, \boxed{e^{-\frac{R}{2L}t}}\, e^{\frac{R}{2L}\tau}\underbrace{\boxed{h(t-\tau)}}_{1}\mathrm{d}\tau + \frac{1}{2R}\frac{U}{T}\int_0^t \underbrace{\boxed{\tau}}_{t}\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

(2) $0 < t < T$



$$i_{KS}(t) = -\frac{U}{4L\underbrace{T}_{L/R}}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\boxed{\int_0^t \tau\,\mathrm{e}^{\frac{R}{2L}\tau}\,\mathrm{d}\tau} + \frac{1}{2R}\frac{U}{T}t\boxed{\int_0^t \delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau}$$

$$2T\left[\left(t-2T\right)\mathrm{e}^{\frac{R}{2L}t}+2T\right]$$

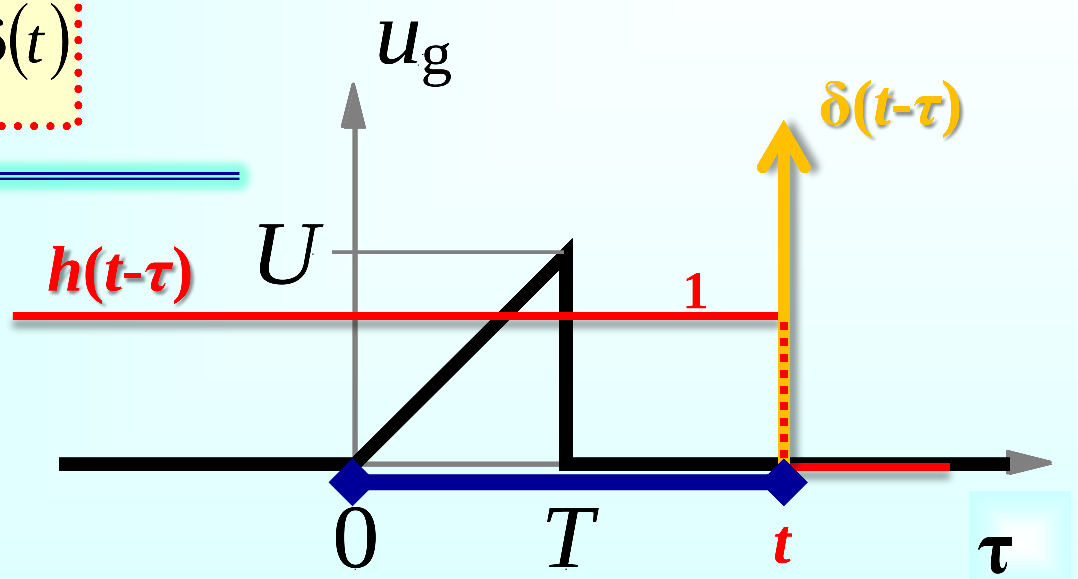
$$\mathbf{1}$$

$$\boxed{i_{KS}(t) = \frac{U}{R}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\right), 0 < t < T}$$

Конволуциони интеграл

(3) $t > T$

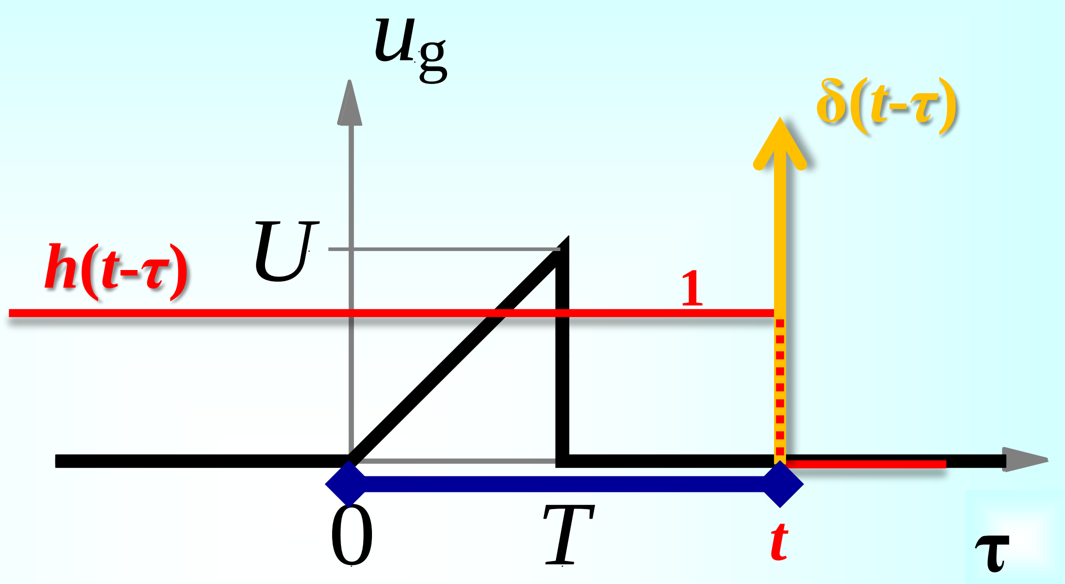
$$g(t) = -\frac{1}{4L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t) + \frac{1}{2R}\delta(t)$$



$$i_\mathrm{KS}(t) = \int_0^t u_\mathrm{g}(\tau)g(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_0^T \underbrace{u_\mathrm{g}(\tau)}_{\frac{U}{T}\tau} g(t-\tau)\mathrm{d}\tau + \int_T^t \underbrace{u_\mathrm{g}(\tau)}_{\mathbf{0}} g(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$i_\mathrm{KS}(t) = \int_0^T \left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4L}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau) + \frac{1}{2R}\delta(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau$$

(3) $t > T$

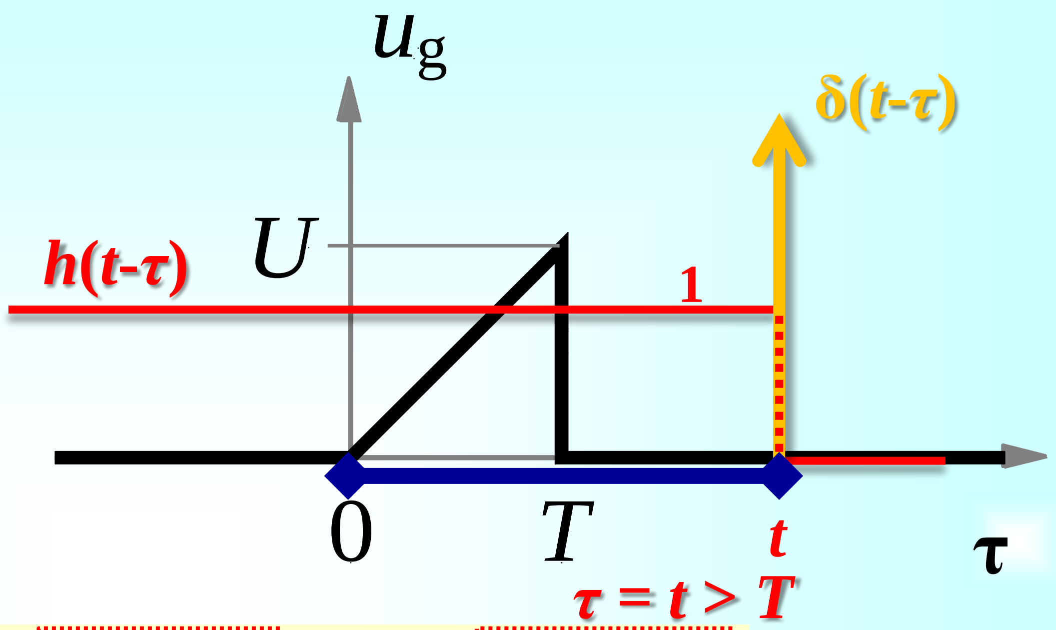


$$i_{KS}(t) = \int_0^T \left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4L}e^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau) + \frac{1}{2R}\delta(t-\tau)\right]d\tau$$

$\tau = t > T$

$$i_{KS}(t) = -\frac{U}{4L\underbrace{T}_{L/R}}\int_0^T \tau\, \boxed{e^{-\frac{R}{2L}t}}\, e^{\frac{R}{2L}\tau}\underbrace{\boxed{h(t-\tau)}}_{1}d\tau + \frac{1}{2R}\frac{U}{T}\int_0^T \underbrace{\boxed{\tau}}_{t}\delta(t-\tau)d\tau$$

(3) $t > T$



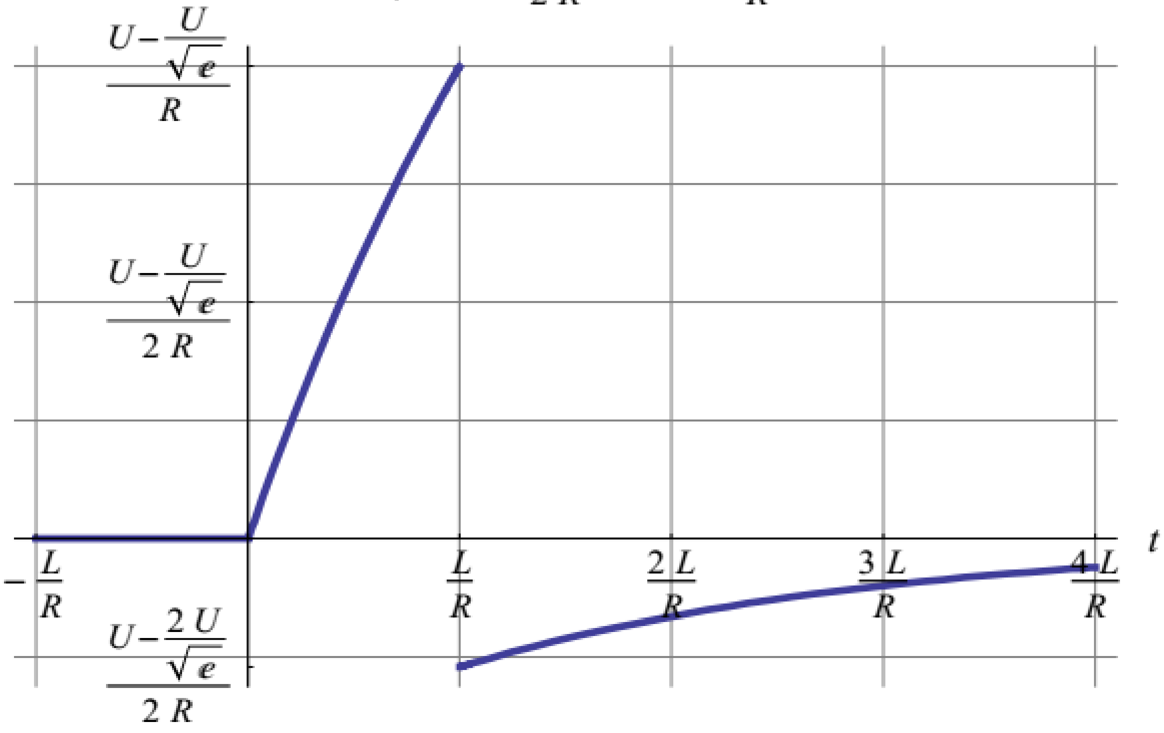
$$i_{KS}(t) = -\frac{U}{4L\underbrace{T}_{L/R}} e^{-\frac{R}{2L}t} \boxed{\int_0^T \tau\, e^{\frac{R}{2L}\tau} d\tau} + \frac{1}{2R}\frac{U}{T} t \boxed{\int_0^T \delta(t-\tau) d\tau}$$

$$2T^2\left[2-\sqrt{e}\right] \qquad \mathbf{0}$$

$$\boxed{i_{KS}(t) = \frac{U}{2R} e^{-\frac{R}{2L}t}\left(\sqrt{e}-2\right), t > T}$$

Струја краткоспојника KS

$$i_{\mathrm{KS}}(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ \dfrac{U - U e^{-\frac{R t}{2 L}}}{R} & 0 < t \le \dfrac{L}{R} \\ \dfrac{(\sqrt{e} - 2) U e^{-\frac{R t}{2 L}}}{2 R} & \dfrac{L}{R} < t \end{cases}$$



Задатак (10)

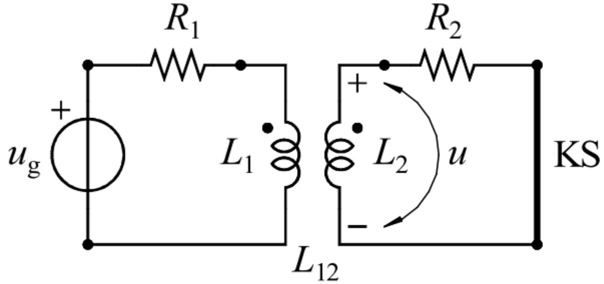
Задатак 2

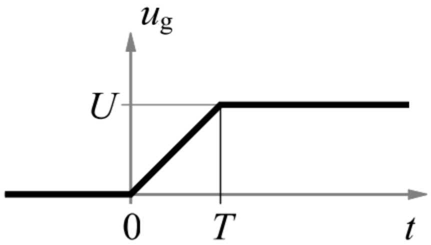
Вредности елемената електричног кола са слике су познате. Побуда је дата на слици. Трансформатор је симетричан са савршеном спрегом. $R_1 = R_2 = R$, $L_1 = L$, $T = L/R$.

(5) Одредити Гринову функцију за напон секундара (импулсни одзив).

(5) Одредити напон секундара и

(5) нацртати његов график.



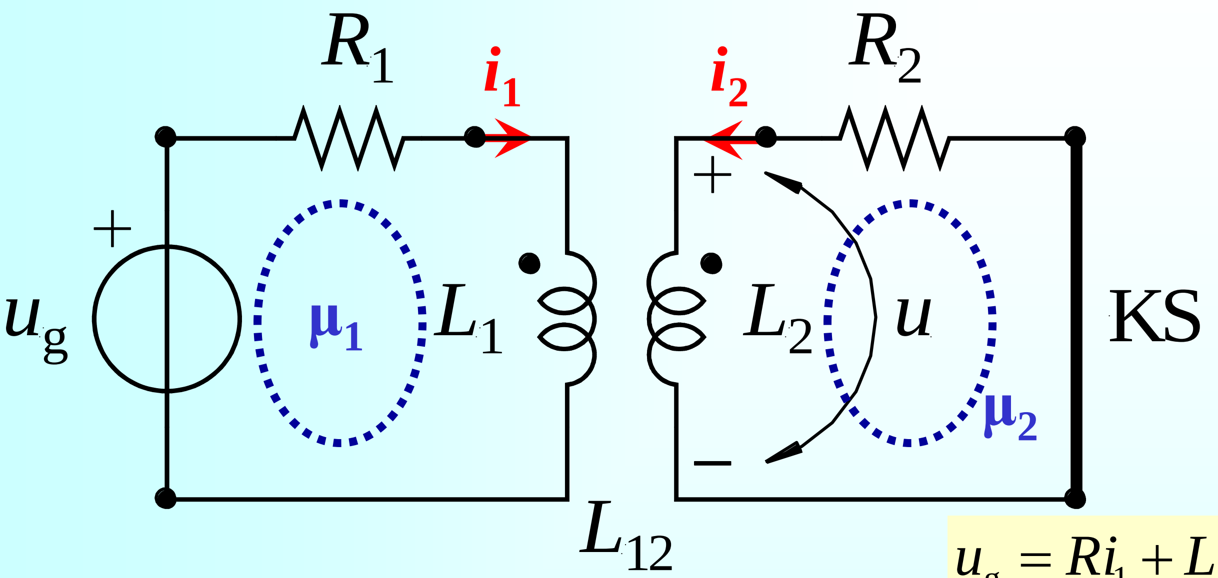


Гринова функција је

Напон секундара је

График напона секундара је

Једначина одзива



$$u_g = R_1 i_1 + L_1 D i_1 + L_{12} D i_2$$

$$0 = R_2 i_2 + \underbrace{L_{12} D i_1 + L_2 D i_2}_{u}$$

$$\boxed{u = L\mathrm{D}i_1 + L\mathrm{D}i_2 = -Ri_2}$$

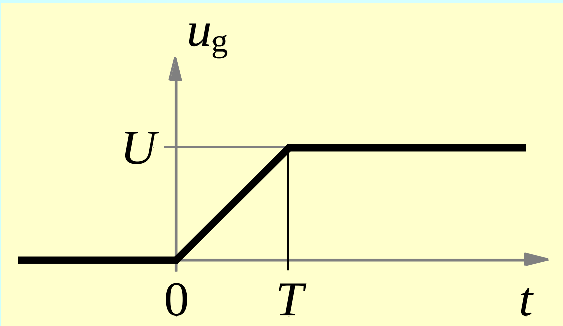
$R_1 = R_2 = R$ $\quad L_1 = L \quad$ $T = L/R$

линеарни индуктивни трансформатор симетричан са савршеном спрегом

$$\left.\begin{aligned} u_g &= Ri_1 + L\mathrm{D}i_1 + L\mathrm{D}i_2 \\ 0 &= Ri_2 + L\mathrm{D}i_1 + L\mathrm{D}i_2 \end{aligned}\right\} - \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_1 = i_2 + \frac{u_g}{R}}$$

$$u_g = R\left(i_2 + \frac{u_g}{R}\right) + L\mathrm{D}\left(i_2 + \frac{u_g}{R}\right) + L\mathrm{D}i_2$$

$$\cancel{u_g} = Ri_2 + 2L\mathrm{D}i_2 + \frac{L}{R}\mathrm{D}u_g + \cancel{u_g}$$



$$\boxed{\mathrm{D}i_2 + \frac{R}{2L} i_2 = -\frac{1}{2R}\mathrm{D}u_g}$$

$$\boxed{u = -Ri_2}$$

Сређивање једначине одзива

$$\boxed{\mathrm{D}u+\frac{R}{2L}u=\frac{1}{2}\mathrm{D}u_{\mathrm{g}}}$$

$$u_{\mathrm{g}}(t)=\delta(t)\Rightarrow u=g(t)$$

$$\mathrm{D}g(t)+\frac{R}{2L}g(t)=\frac{1}{2}\mathrm{D}\delta(t)$$

$$g(t)=z(t)h(t)+H_1\delta(t)$$

$$\mathrm{D}g(t)=\mathrm{D}z(t)h(t)+z(0^+)\delta(t)+H_1\mathrm{D}\delta(t)$$

$$\mathrm{D}z(t)h(t)+z(0^+)\delta(t)+H_1\mathrm{D}\delta(t)+\frac{R}{2L}\left(z(t)\cdot h(t)+H_1\cdot\delta(t)\right)=\frac{1}{2}\mathrm{D}\delta(t)$$

$$\boxed{\mathrm{D}z(t)+\frac{R}{2L}z(t)=0}$$

$$\boxed{z(0^+)+H_1\frac{R}{2L}=0}$$

$$\boxed{H_1=\frac{1}{2}}$$

Импулсни одзив за напон секундара

$$g(t)=z(t)h(t)+H_1\delta(t)$$

$$\boxed{H_1=\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{z(0^+)+H_1\frac{R}{2L}=0\Rightarrow z(0^+)=-\frac{R}{4L}=-\frac{1}{4T}}$$

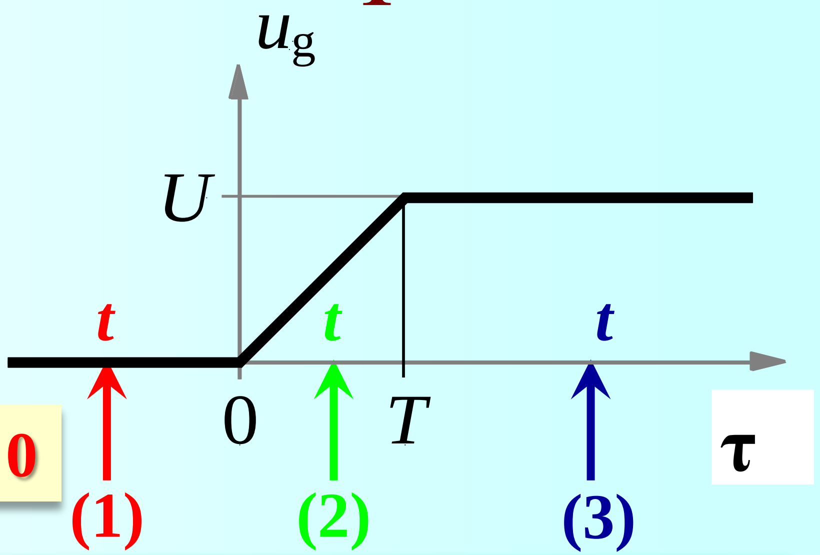
$$\boxed{\mathrm{D}z(t)+\frac{R}{2L}z(t)=0} \Rightarrow A(\underline{s})=\underline{s}+\frac{R}{2L}=0\Rightarrow \underline{s}_1=-\frac{R}{2L} \Rightarrow z(t)=K\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}$$

$$z(0^+)=-\frac{1}{4T}=K\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}0^+}\Rightarrow K=-\frac{1}{4T} \Rightarrow z(t)=-\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}$$

$$\boxed{g(t)=z(t)h(t)+H_1\delta(t)=-\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t)+\frac{1}{2}\delta(t)}$$

Конволуциони интеграл

$$g(t) = -\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t) + \frac{1}{2}\delta(t)$$

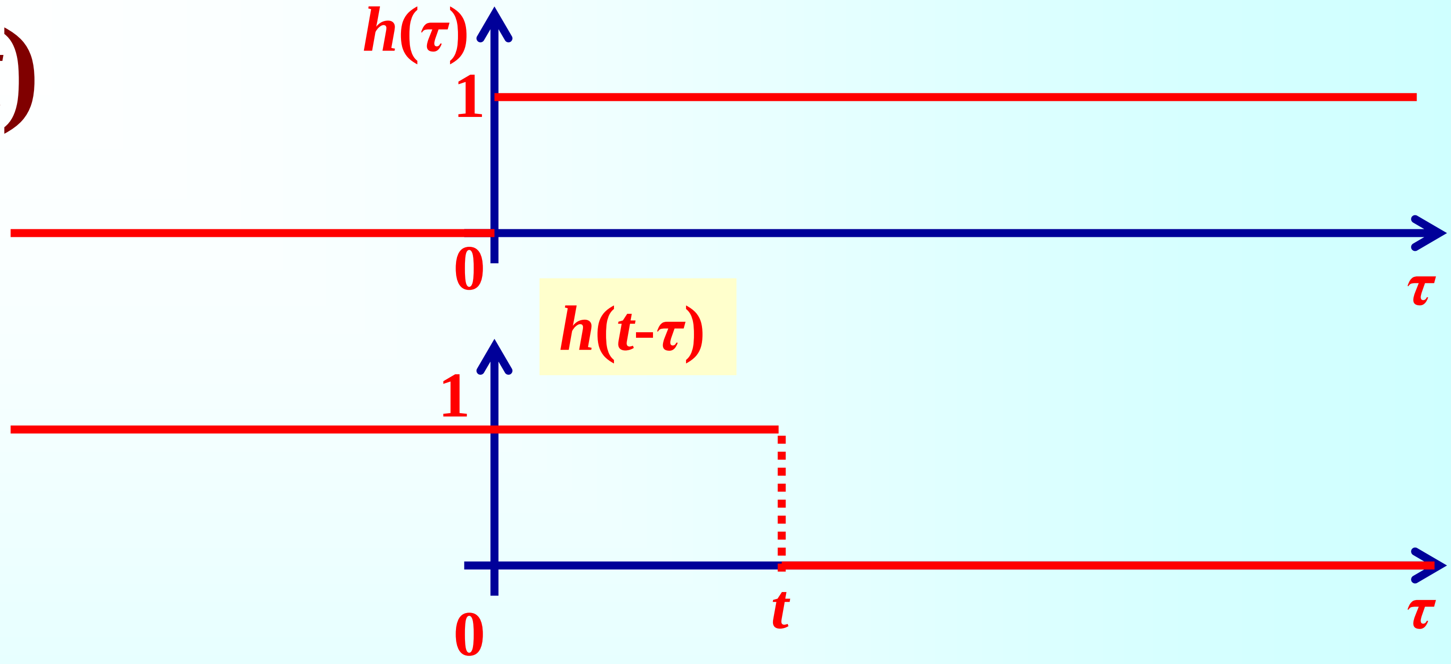


(1) $t < 0 \rightarrow u(t) = 0$

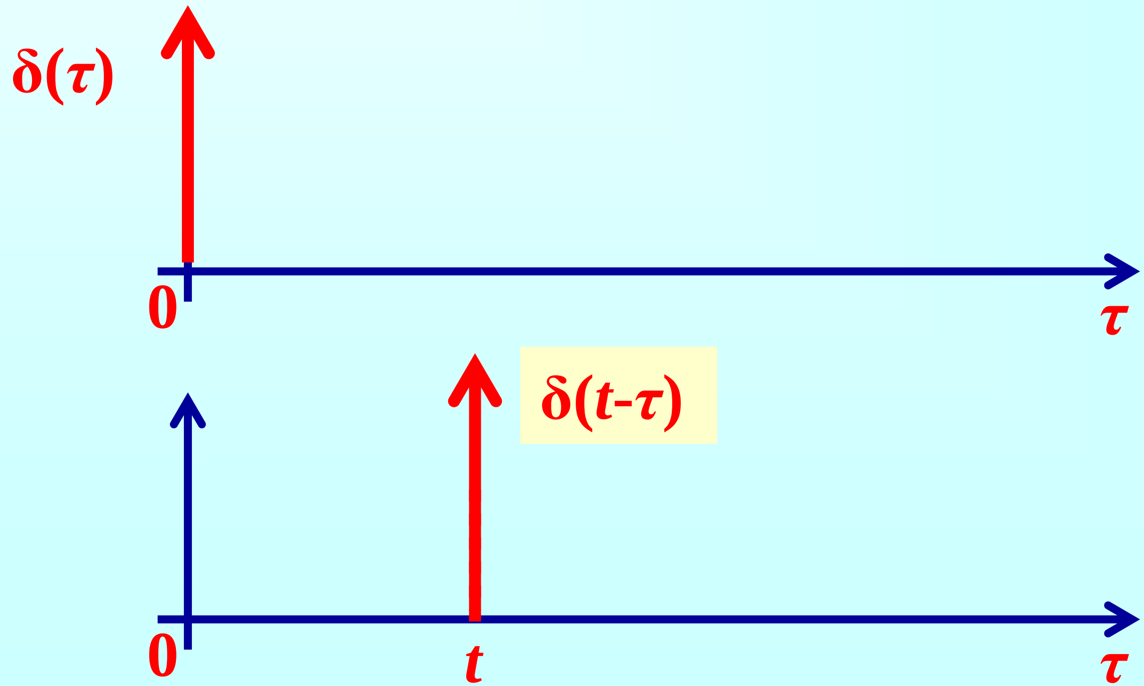
$$\boxed{u(t) = \int_0^t u_g(\tau) g(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau}$$

$$u(t) = \int_0^t u_g(\tau)\left(-\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}\boxed{h(t-\tau)} + \frac{1}{2}\boxed{\delta(t-\tau)}\right)\mathrm{d}\tau$$

h(*t*)



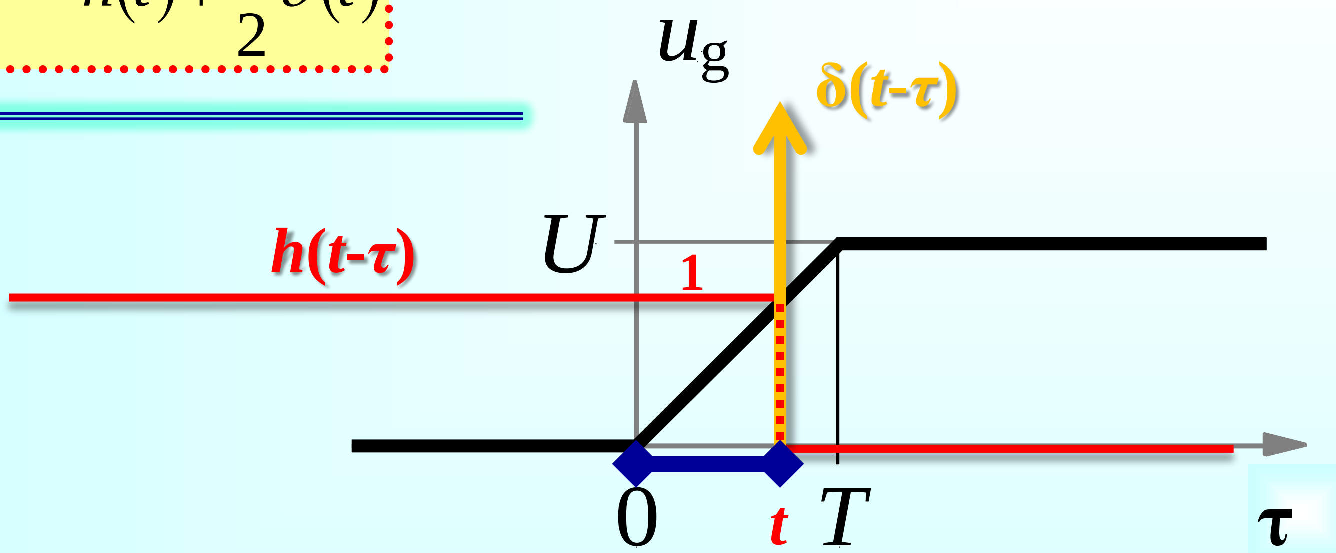
δ(t)



(2) $0 < t < T$

Конволуциони интеграл

$$g(t) = -\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t) + \frac{1}{2}\delta(t)$$

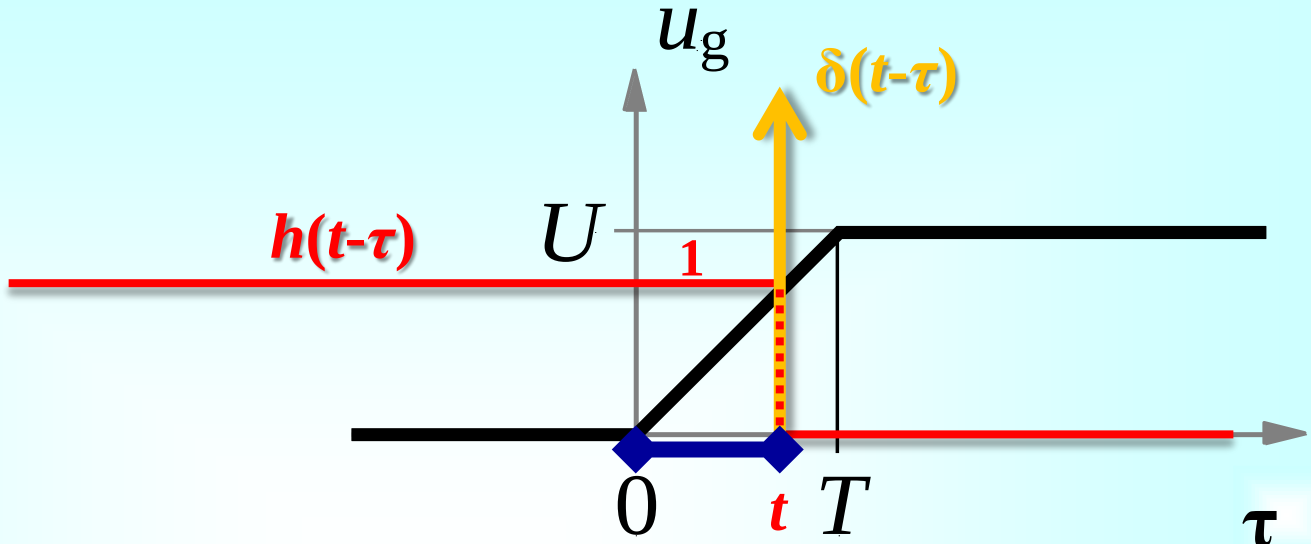


$$u(t) = \int_0^t u_\mathrm{g}(\tau)g(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau = \int_0^t \left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau) + \frac{1}{2}\delta(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau$$

$\tau = t$

$$u(t) = -\frac{U}{4T^2}\int_0^t \tau\,\boxed{\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}}\,\mathrm{e}^{\frac{R}{2L}\tau}\underbrace{\boxed{h(t-\tau)}}_{1}\mathrm{d}\tau + \frac{U}{2T}\int_0^t \underbrace{\boxed{\tau}}_{t}\delta(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

(2) $0 < t < T$



$\tau = t$

$$u(t) = -\frac{U}{4T^2} e^{-\frac{R}{2L}t} \int_0^t \tau\, e^{\frac{R}{2L}\tau}\, \mathrm{d}\tau + \frac{U}{2T} t \int_0^t \delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$2T\left[\left(t-2T\right)e^{\frac{R}{2L}t} + 2T\right]$$

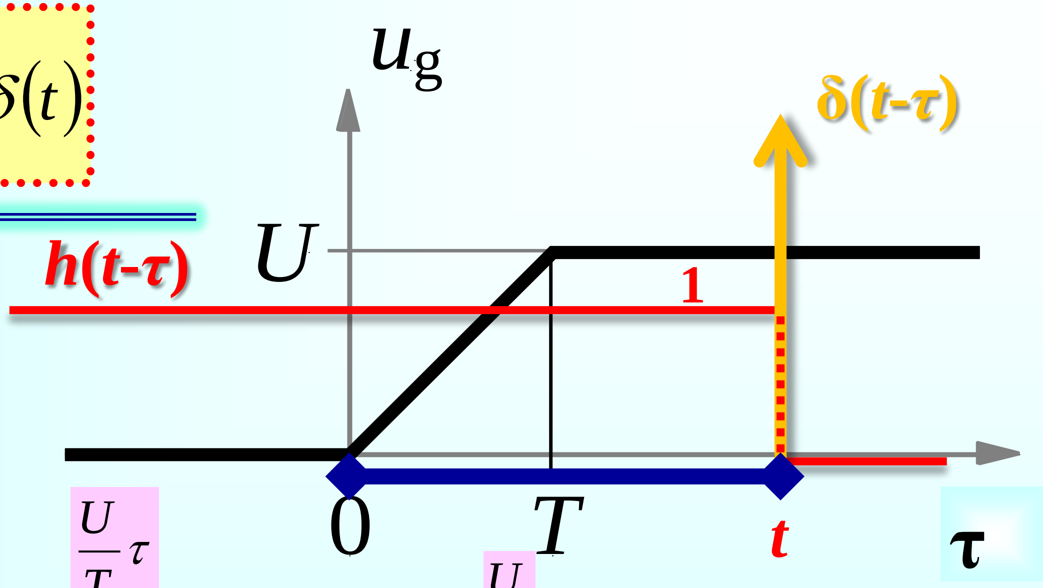
1

$$\boxed{u(t) = U\left(1 - e^{-\frac{R}{2L}t}\right), 0 < t < T}$$

Конволуциони интеграл

(3) $t > T$

$$g(t) = -\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}h(t) + \frac{1}{2}\delta(t)$$

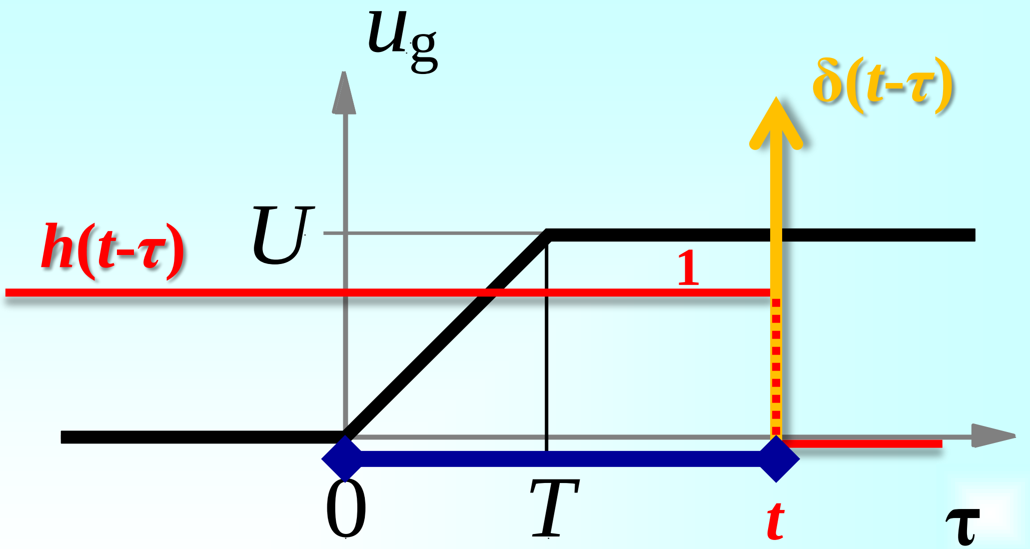


$\frac{U}{T}\tau$ $\qquad$ U

$$u(t) = \int_0^t u_g(\tau)g(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_0^T \boxed{u_g(\tau)}\, g(t-\tau)\mathrm{d}\tau + \int_T^t \boxed{u_g(\tau)}\, g(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$u(t) = \int_0^T \left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau) + \frac{1}{2}\delta(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau + \int_T^t U\left[-\frac{1}{4T}\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau) + \frac{1}{2}\delta(t-\tau)\right]\mathrm{d}\tau$$

(3) $t > T$



$$u(t)=\int_0^T\left(\frac{U}{T}\tau\right)\left[-\frac{1}{4T}e^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau)+\frac{1}{2}\delta(t-\tau)\right]d\tau+\int_T^t U\left[-\frac{1}{4T}e^{-\frac{R}{2L}(t-\tau)}h(t-\tau)+\frac{1}{2}\delta(t-\tau)\right]d\tau$$

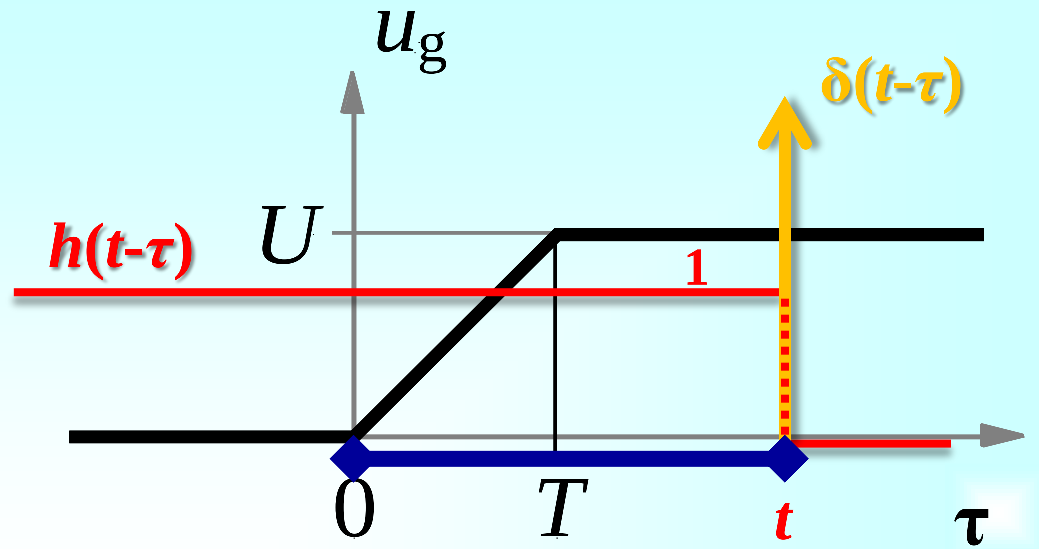
1 **t** **$\tau = t > T$**

$$u(t)=-\frac{U}{4T^2}\int_0^T \tau\, e^{-\frac{R}{2L}t}\, e^{\frac{R}{2L}\tau}\, h(t-\tau)\,d\tau+\frac{1}{2}\frac{U}{T}\int_0^T \tau\,\delta(t-\tau)\,d\tau$$

$$-\frac{U}{4T}\int_T^t e^{-\frac{R}{2L}t}\, e^{\frac{R}{2L}\tau}\, h(t-\tau)\,d\tau+\frac{U}{2}\int_T^t \delta(t-\tau)\,d\tau$$

1 **1**

(3) $t > T$



$\tau = t > T$

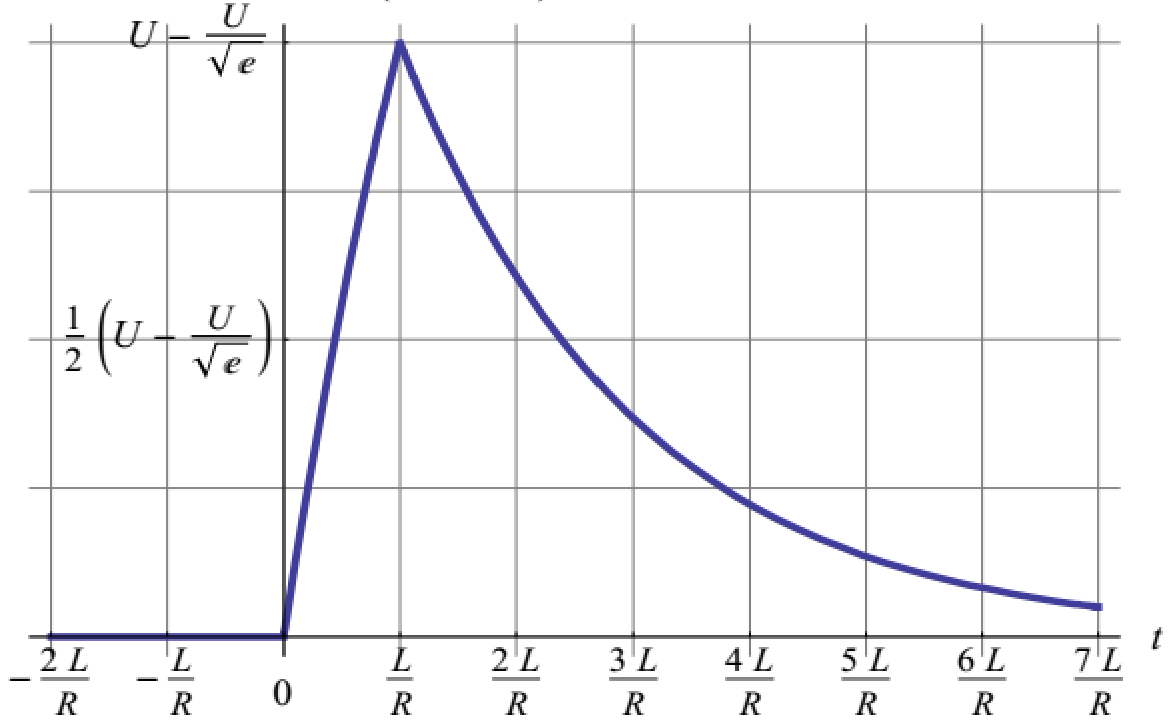
$$u(t) = -\frac{U}{4T^2} e^{-\frac{R}{2L}t} \underbrace{\int_0^T \tau\, e^{\frac{R}{2L}\tau} \mathrm{d}\tau}_{2T^2\left[2-\sqrt{\mathrm{e}}\right]} + \frac{1}{2}\frac{U}{T} t \underbrace{\int_0^T \delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau}_{0} +$$

$$+ -\frac{U}{4T} e^{-\frac{R}{2L}t} \int_T^t e^{\frac{R}{2L}\tau} \mathrm{d}\tau + \frac{U}{2} \underbrace{\int_T^t \delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau}_{1}$$

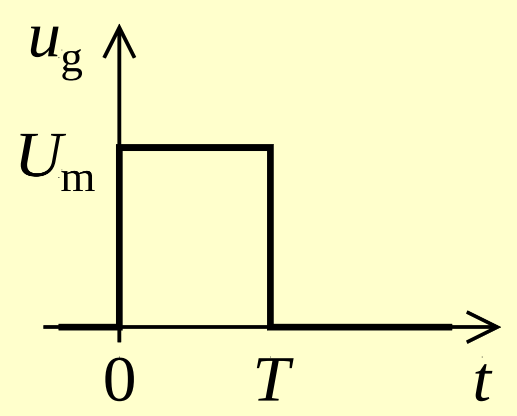
$$\boxed{u(t) = U\mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t}\left(\sqrt{\mathrm{e}}-1\right), t > T}$$

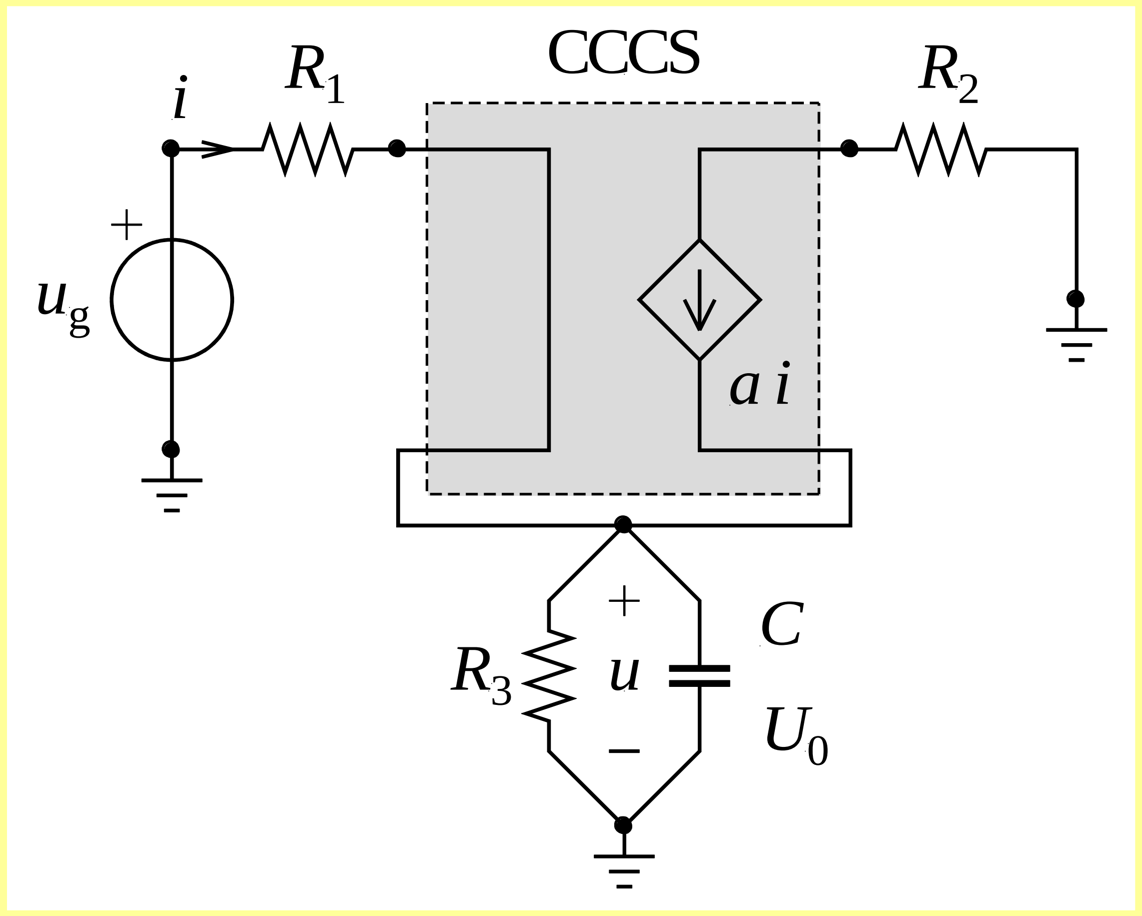
Напон секундара

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ U\left(1 - e^{-\frac{R\,t}{2\,L}}\right) & 0 < t \le \frac{L}{R} \\ \left(\sqrt{e} - 1\right) U\, e^{-\frac{R\,t}{2\,L}} & \frac{L}{R} < t \end{cases}$$



Пример сложене побуде





$$u_g(t) = U_m\,h(t)$$
$$-U_m\,h(t-T)$$

Вредности елемената електричног кола са слике су познате.

(а) Нацртати граф кола.

Одредити главне петље (фундаменталне контуре, ф-контуре).

Одредити главне пресеке (фундаменталне пресеке, ф-пресеке).

(б) Одредити напон u, за $t > t_0$, ако је

$R_1 = R_2 = R_3 = R$,

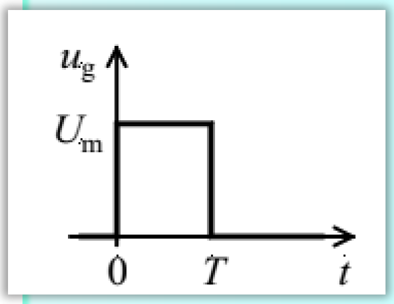
$a = 98$,

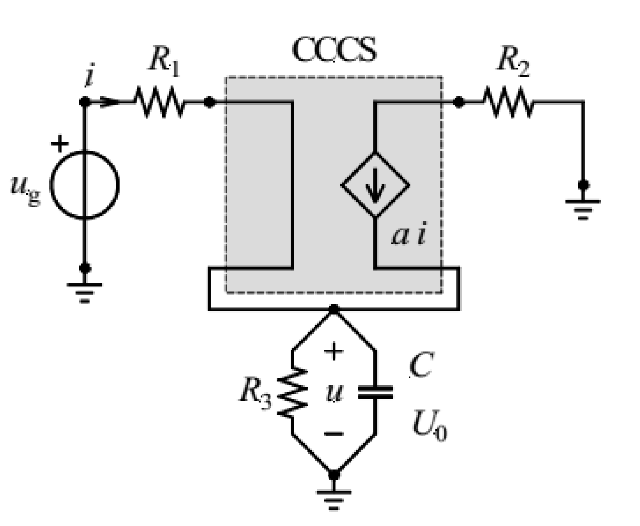
$U_0 = -2U_\mathrm{m}$, $t_0 = 0$,

$T = CR$, $U_\mathrm{m} > 0$,

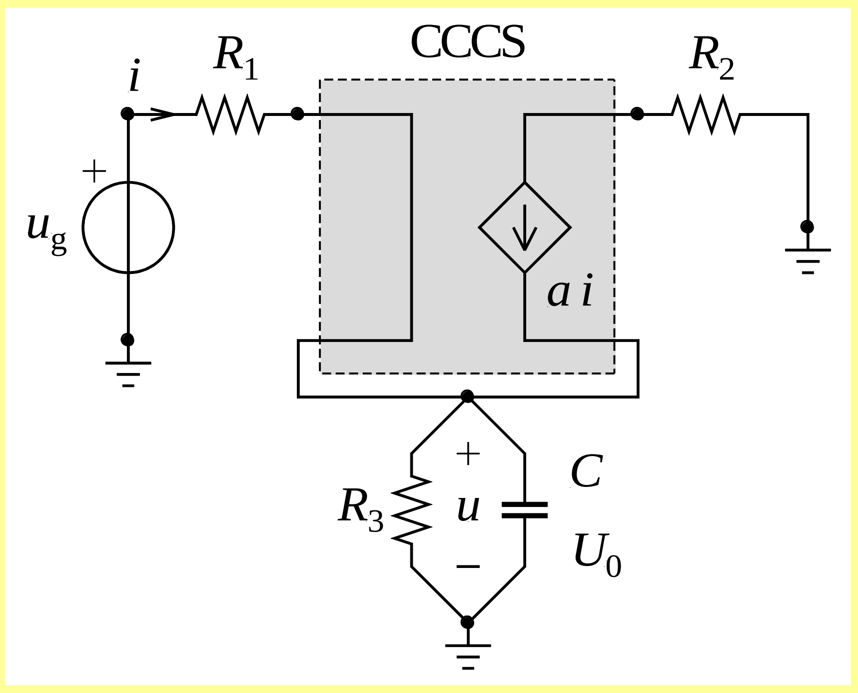
а побуда (екситација, стимулус, инпут) је описана графиком са слике.

(в) Нацртати график напона u у функцији времена за $t > t_0$.





Једначина одзива



$$u_g(t) = U_m\left(h(t) - h(t-T)\right)$$

$$u\left(0^-\right) = U_0$$

$$i + a\cdot i = \frac{u}{R_3} + C\mathrm{D}u \qquad i = \frac{u_g - u}{R_1}$$

$$(1+a)\frac{u_g - u}{R_1} = \frac{u}{R_3} + C\mathrm{D}u$$

$$\mathrm{D}u(t) + \frac{R_1 + (1+a)R_3}{CR_1R_3}u(t) = \frac{a+1}{CR_1}u_g(t)$$

Сређивање једначине одзива

- одзив на генератор

$$\boxed{\mathrm{D}u(t)+\frac{100}{CR}u(t)=\frac{99}{CR}u_{\mathrm{g}}(t)}$$

$$u(0^{-})=0$$

$$u_{\mathrm{g}}(t)=U_{\mathrm{m}}\big(h(t)-h(t-T)\big)\Rightarrow u_{u_{\mathrm{g}}}(t)=U_{\mathrm{m}}\big(f(t)-f(t-T)\big)$$

$$\boxed{u_{\mathrm{g}}(t)=h(t)\Rightarrow u=f(t)}$$

$$\mathrm{D}f(t)+\frac{100}{CR}f(t)=\frac{99}{CR}h(t)$$

$$f(t)=z(t)h(t)+H_1\delta(t)$$

$$\mathrm{D}f(t)=\mathrm{D}z(t)h(t)+z(0^{+})\delta(t)+H_1\mathrm{D}\delta(t)$$

$$\mathrm{D}z(t)h(t)+z(0^{+})\delta(t)+H_1\mathrm{D}\delta(t)+\frac{100}{CR}\big(z(t)\cdot h(t)+H_1\cdot\delta(t)\big)=\frac{99}{CR}h(t)$$

$$\boxed{\mathrm{D}z(t)+\frac{100}{CR}z(t)=\frac{99}{CR}}$$

$$\boxed{z(0^{+})+H_1\frac{100}{CR}=0}$$

$$\boxed{H_1=0}$$

Индициона функција за напон кондезатора

$$f(t) = z(t)h(t) + H_1\delta(t)$$

$$\boxed{H_1 = 0} \Rightarrow \boxed{z(0^+) + H_1\frac{100}{CR} = 0 \Rightarrow z(0^+) = 0}$$

$$\boxed{\mathrm{D}z(t) + \frac{100}{CR}z(t) = \frac{99}{CR}} \Rightarrow z(t) = z_\mathrm{h}(t) + z_\mathrm{p}(t)$$

$$A(\underline{s}) = \underline{s} + \frac{100}{CR} = 0 \Rightarrow \underline{s}_1 = -\frac{100}{CR} \Rightarrow z_\mathrm{h}(t) = K_1\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}$$

$$z(t) = K_1\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t} + \frac{99}{100}$$

$$z_\mathrm{p}(t) = K_2 \Rightarrow 0 + \frac{100}{CR}K_2 = \frac{99}{CR} \Rightarrow K_2 = \frac{99}{100}$$

$$z(0^+) = 0 = K_1\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}0^+} + \frac{99}{100} \Rightarrow K_1 = -\frac{99}{100}$$

$$\boxed{f(t) = \frac{99}{100}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}\right)h(t)}$$

Одзив на напонски генератор

$$u_{\mathrm{g}}(t) = U_{\mathrm{m}}\big(h(t) - h(t-T)\big) \Rightarrow u_{u_{\mathrm{g}}}(t) = U_{\mathrm{m}}\big(f(t) - f(t-T)\big)$$

$$f(t) = \frac{99}{100}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}\right)h(t)$$

$$\boxed{u_{u_{\mathrm{g}}}(t) = U_{\mathrm{m}}\left(\frac{99}{100}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}\right)h(t) - \frac{99}{100}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}(t-T)}\right)h(t-T)\right)}$$

Одзив на почетни услов

$$\mathrm{D}u(t)+\frac{100}{CR}u(t)=\frac{99}{CR}u_{\mathrm{g}}(t)$$

$$u_{\mathrm{g}} \to \mathrm{OFF}$$

$$\boxed{\mathrm{D}u(t)+\frac{100}{CR}u(t)=0}$$

$$A(\underline{s})=\underline{s}+\frac{100}{CR}=0 \Rightarrow \underline{s}_1=-\frac{100}{CR}$$

$$u_0(t)=K_3\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}$$

$$u(0^-)=U_0$$

$$\boxed{u(0^-)=u(0^+)}$$

непрекидност почетних услова

$$u(0^+)=U_0=K_3\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}0^+} \Rightarrow K_3=U_0$$

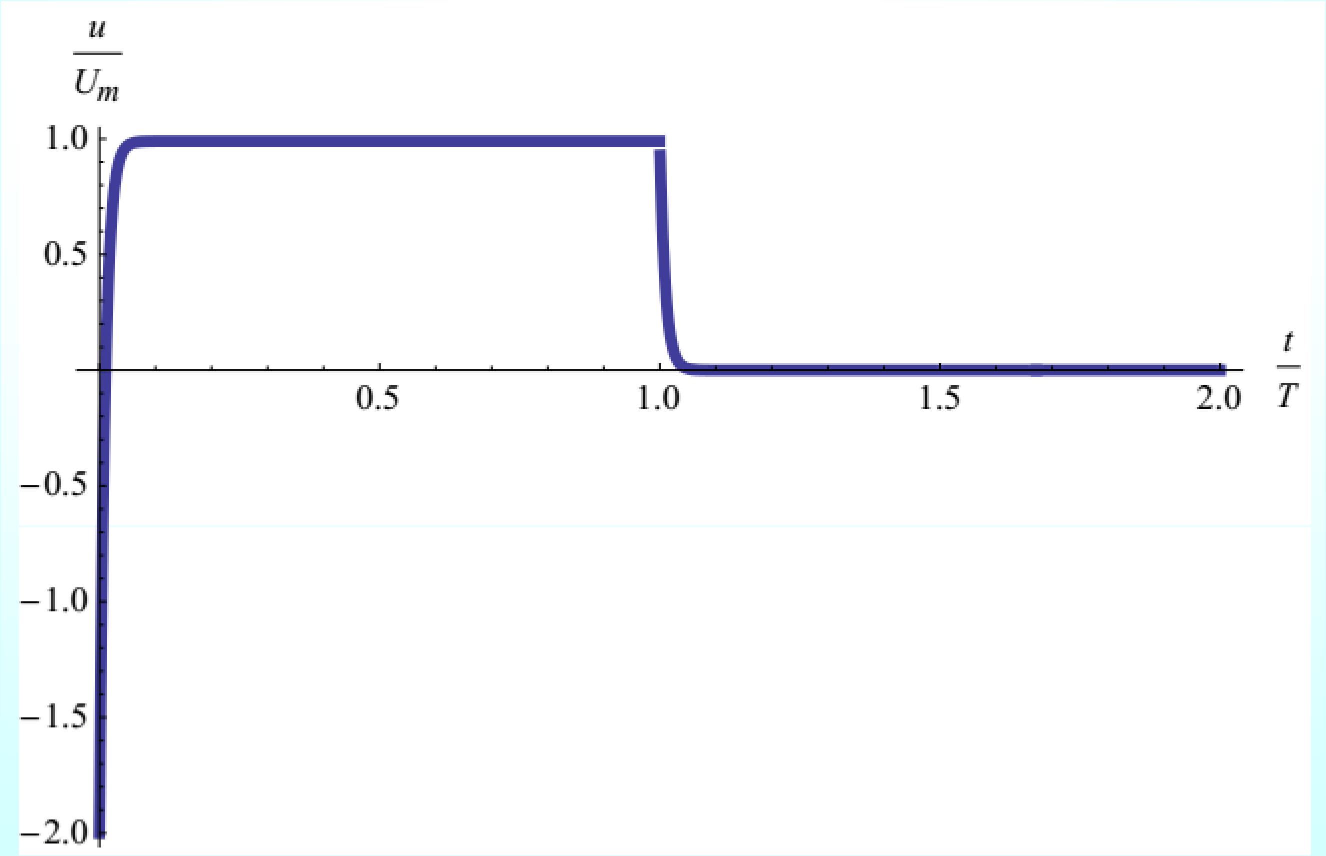
$$\boxed{u_0(t)=U_0\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t},t>0}$$

Потпун одзив

$$\boxed{u(t) = u_0(t) + u_{u_g}(t), t > 0}$$

$$\boxed{\begin{aligned} u(t) = \overbrace{U_0}^{-2U_m} \mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t} + U_m \frac{99}{100}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}\right)h(t) - \\ -U_m \frac{99}{100}\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}(t-T)}\right)h(t-T), t > 0 \end{aligned}}$$

Напон кондензатора



$$u(t)=\overbrace{U_0}^{-2U_\mathrm{m}}\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}+U_\mathrm{m}\frac{99}{100}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}t}\right)h(t)-U_\mathrm{m}\frac{99}{100}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{100}{CR}(t-T)}\right)h(t-T),t>0$$

Задатак (13)

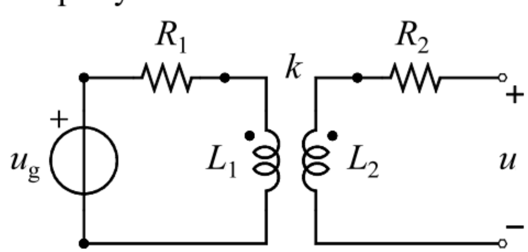
Задатак 2

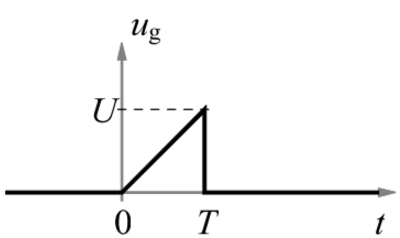
Параметри електричног кола са слике су познати. Побуда је дата на слици, $T = L/R$, $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $L_1 = L$, $L_2 = 4L$, $k = 1/2$.

(5) Одредити индициону функцију за напон отвореног секундара (одскочни одзив).

(5) Одредити напон отвореног секундара и

(5) нацртати његов график. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.





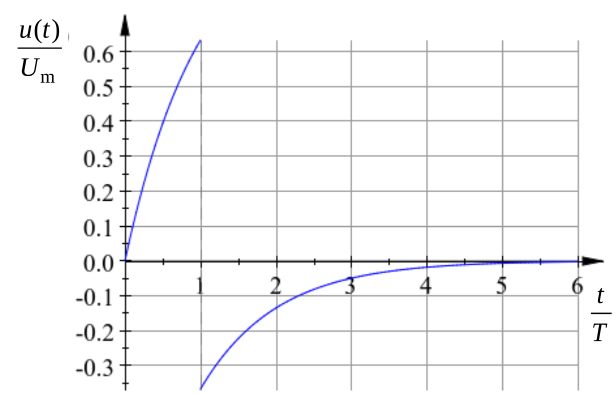
Индициона функција (одскочни одзив) је

$$\boxed{f(t) = \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t},\ -\infty < t < \infty}$$

Напон отвореног секундара је

$$\boxed{u(t) = \begin{cases} U_\mathrm{m}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}),\ 0 \le t < T = \dfrac{L}{R} \\ -U_\mathrm{m}\,\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t},\ t \ge T = \dfrac{L}{R} \end{cases}}$$

График напона отвореног секундара је



Задатак (14)

Задатак 2

Вредности елемената електричног кола са слике су познате. Побуда (екситација, стимулус, инпут) је

$u_g(t) = U_m \sin(\omega t)\vartheta(t)$.

$\vartheta(t)$ је јединична одскочна функција (Хевисајдова функција) која се обележава и са $h(t)$.

Почетна струја калема и почетни напон кондензатора су

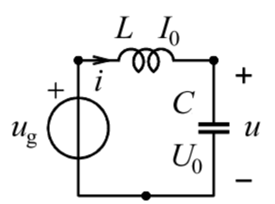
$i(t_0^-) = I_0$, $u(t_0^-) = U_0$, $t_0 = 0$.

Постоји веза параметара $C = \dfrac{1}{\omega^2 L}$.

(5) Одредити једначине стања у матричном облику и ред кола.

(5) Одредити напон кондензатора u и

(5) нацртати његов график у функцији времена за $t > t_0$.



Једначине стања у матричном облику и ред кола су

$$\begin{pmatrix} i'(t) \\ u'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ u \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{u_g}{L} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Напон кондензатора u је

$$u(t) = \frac{1}{2}\sin(t\,\omega)\,(2\,I_0\,L\,\omega + U_m) + \cos(t\,\omega)\left(U_0 - \frac{1}{2}\,t\,\omega\,U_m\right),\ \ t > 0$$

График напона је