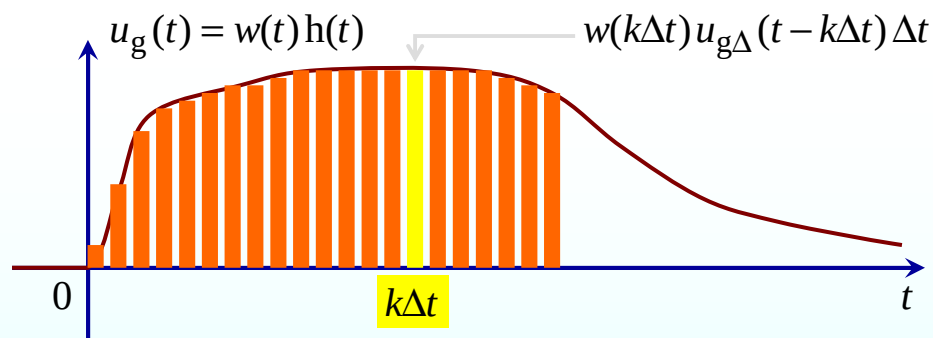


Теорија електричних кола



Користите само материјале које вам достави и препоручи предметни наставник у текућој школској години.

$$u_e(t) = \int_0^t w(\tau) g(t - \tau) d\tau$$

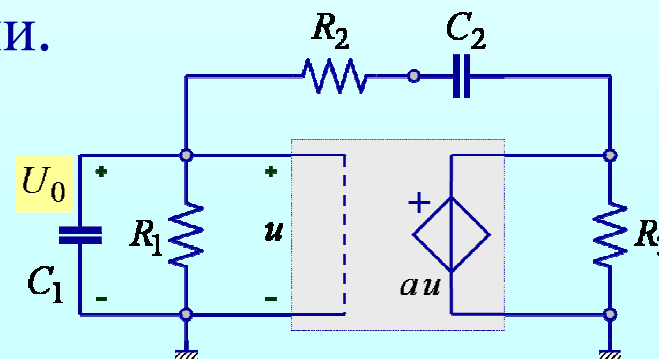
Дејан Тошић

Примери решавања кола

Одређивање одзива на почетне
услове, одзива на побуду, и
потпуног одзива

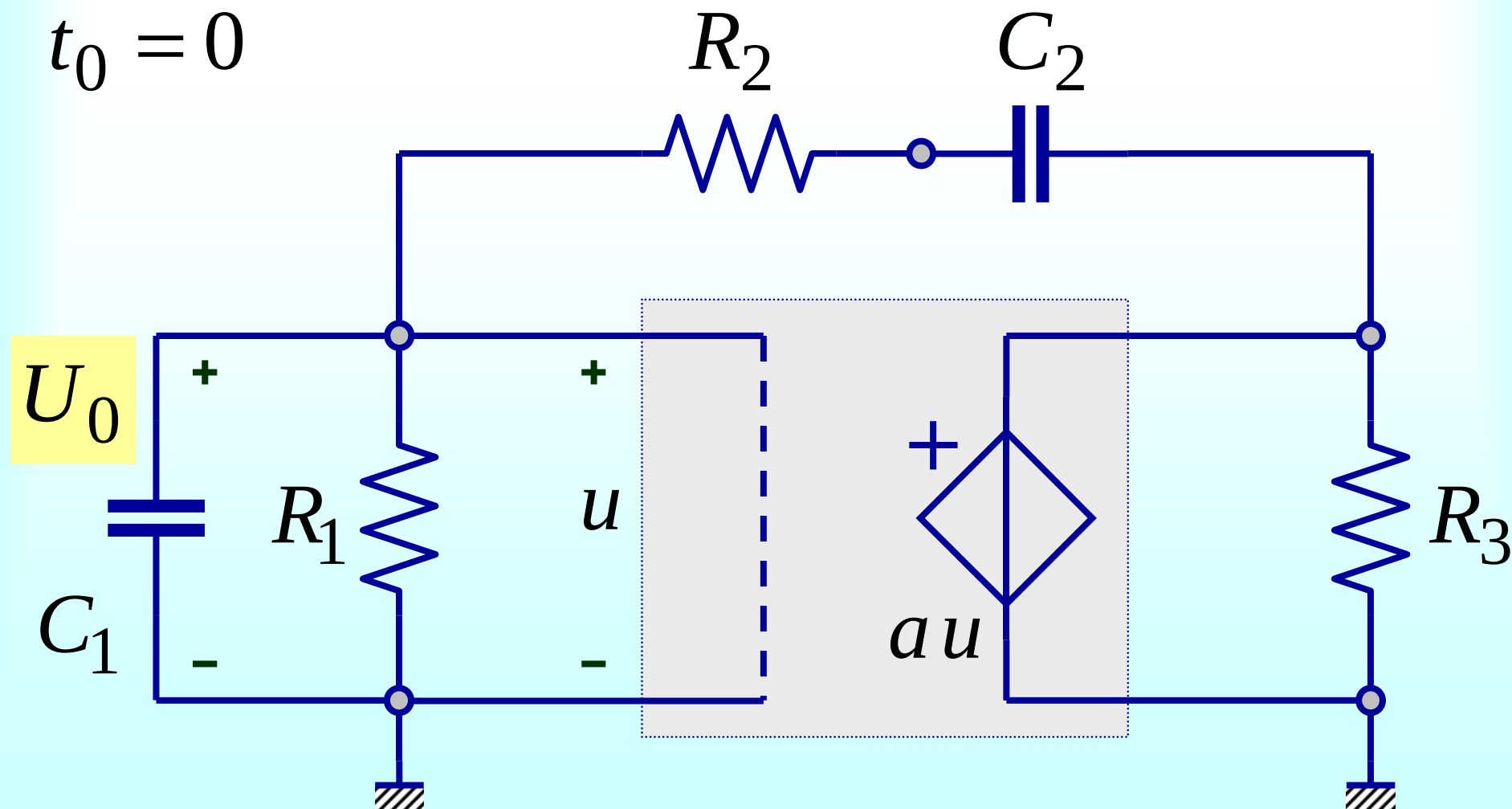
Пример решавања кола

- Вредности елемената (параметри) електричног кола са слике су познати.
- Један кондензатор **има** почетну енергију, задату напонем, а други је без енергије. Договорно, ако на шеми не означимо почетни напон, или у задатку не кажемо ништа о почетним условима, онда сматрамо да нема почетне енергије и да је почетни напон једнак нули. Ако почетни напон постоји, онда његов упоредни смер мора бити дефинисан, нацртан на шеми или објашњен у тексту задатка.
- Почетни тренутак кола је једнак нули.
- Одредити **једначине стања** и **напон зависног извора**.



Коло са почетном енергијом

$$t_0 = 0$$

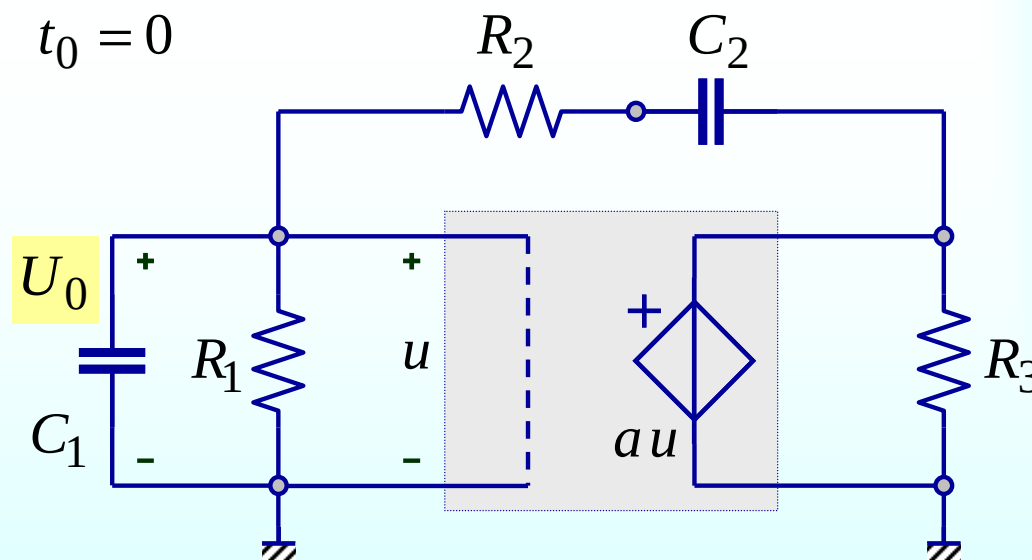


Вредности елемената

$$R_1 = R_2 = R$$

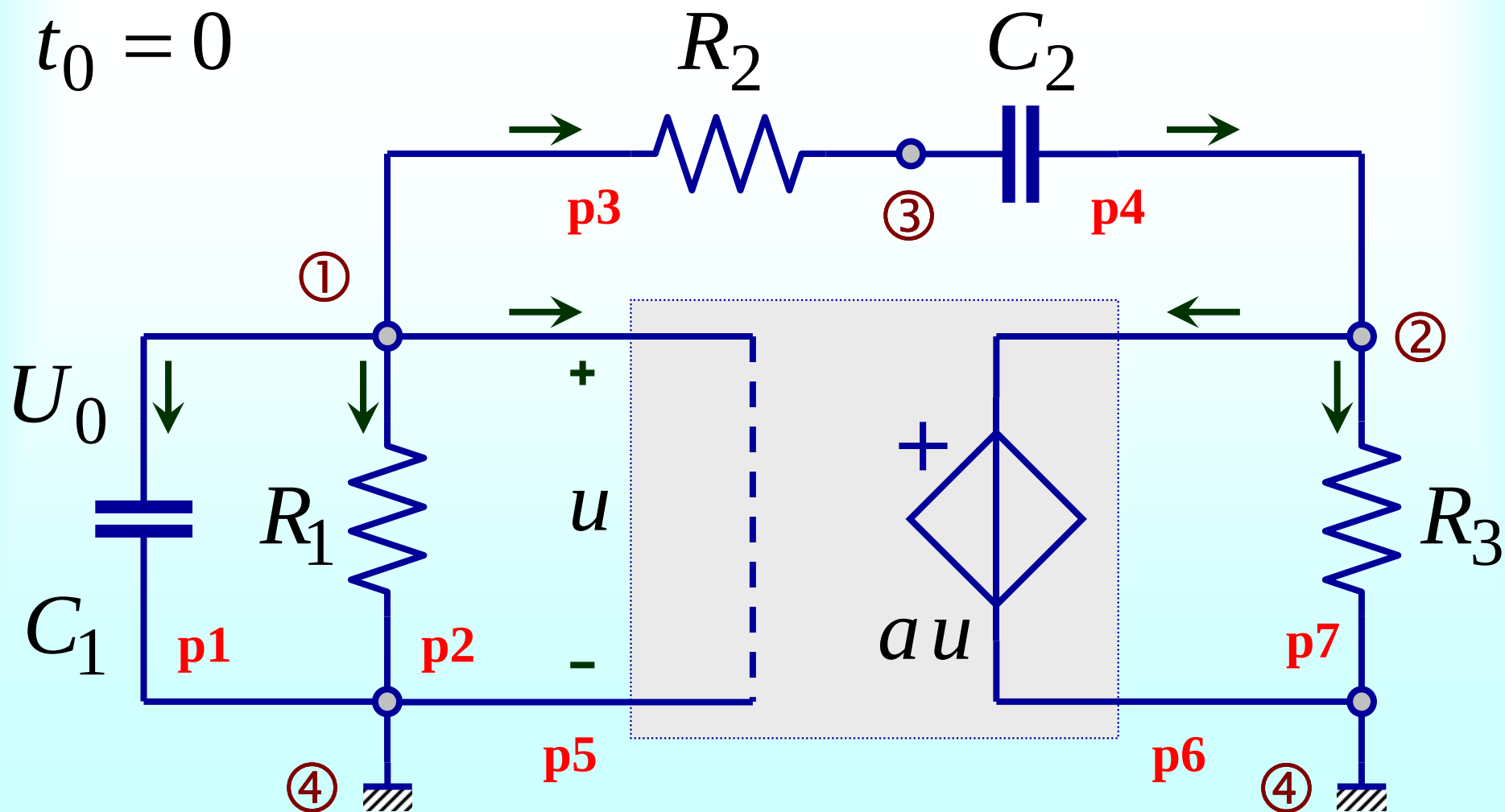
$$C_1 = C_2 = C$$

$$a = 3$$

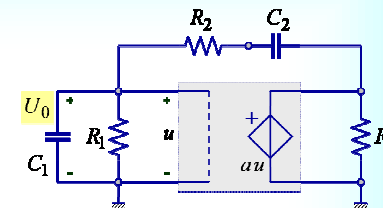


У колу нема извора (независних напонских и струјних генератора) тако да је одзив само услед почетне енергије кола, а то је **одзив на почетне услове** (zero-input response). Променљиве стања су **напони кондензатора** и само један кондензатор има почетну енергију. **Не познајемо предисторију** кола, није познато како су настали почетни услови, тако да одзив није дефинисан и познат за интервал времена $t < t_0$.

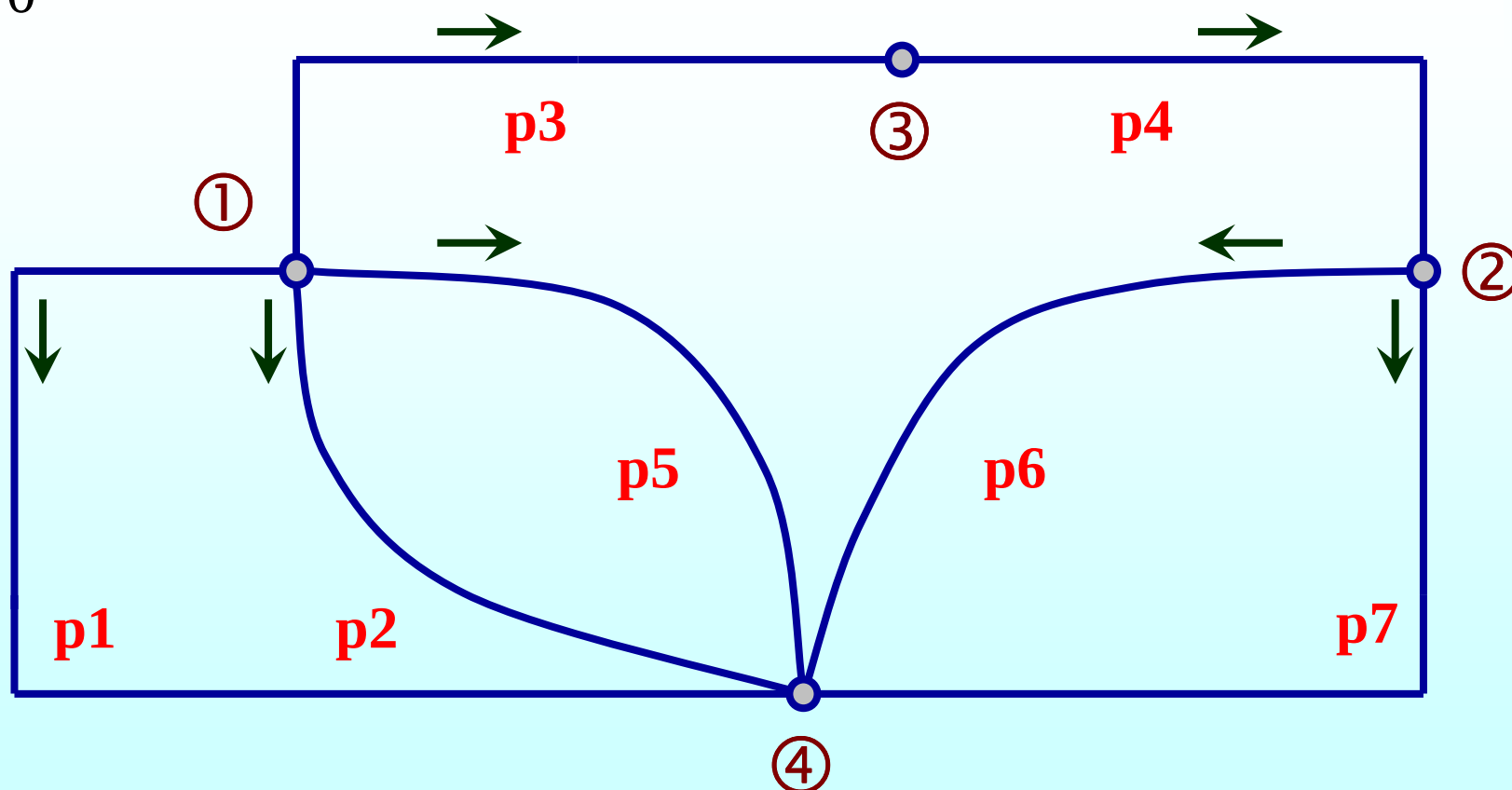
Ознаке чворова и приступа



Усмерен граф кола



$t > t_0$



Једначине кола

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_5 = 0$$

$$-i_4 + i_6 + i_7 = 0$$

$$-i_3 + i_4 = 0$$

$$u_1 - u_2 = 0$$

$$u_2 - u_5 = 0$$

$$u_5 - u_6 - u_4 - u_3 = 0$$

$$u_6 - u_7 = 0$$

$$i_1 = C_1 \frac{du_1}{dt}$$

$$u_2 = R_1 i_2$$

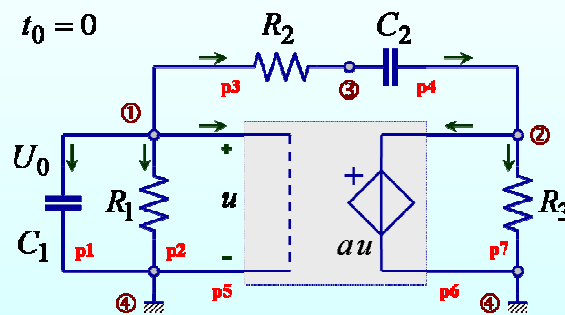
$$u_3 = R_2 i_3$$

$$i_4 = C_2 \frac{du_4}{dt}$$

$$i_5 = 0$$

$$u_6 = a u_5$$

$$u_7 = R_3 i_7$$



$t > t_0$

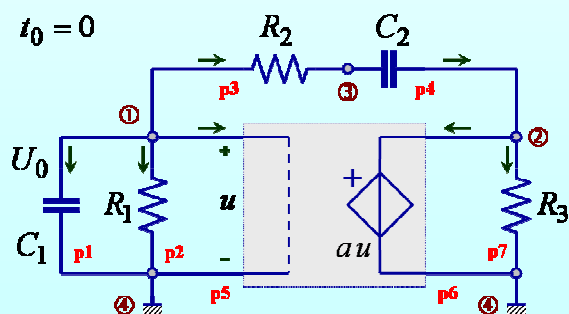
$$u_1(t_0^-) = U_0$$

$$u_4(t_0^-) = 0$$

Једначине стања и једначина одзива

$$\begin{aligned}\frac{du_1}{dt} &= \frac{1}{CR} u_1 + \frac{1}{CR} u_4 \\ \frac{du_4}{dt} &= \frac{-2}{CR} u_1 - \frac{1}{CR} u_4\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{CR} & \frac{1}{CR} \\ \frac{-2}{CR} & \frac{-1}{CR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_4 \end{bmatrix}$$



$$\frac{d^2 u_6}{dt^2} + \frac{1}{C^2 R^2} u_6 = 0 \quad t > t_0$$

Опште решење једначине одзива

$$\omega = \frac{1}{CR}$$

$$t > t_0$$

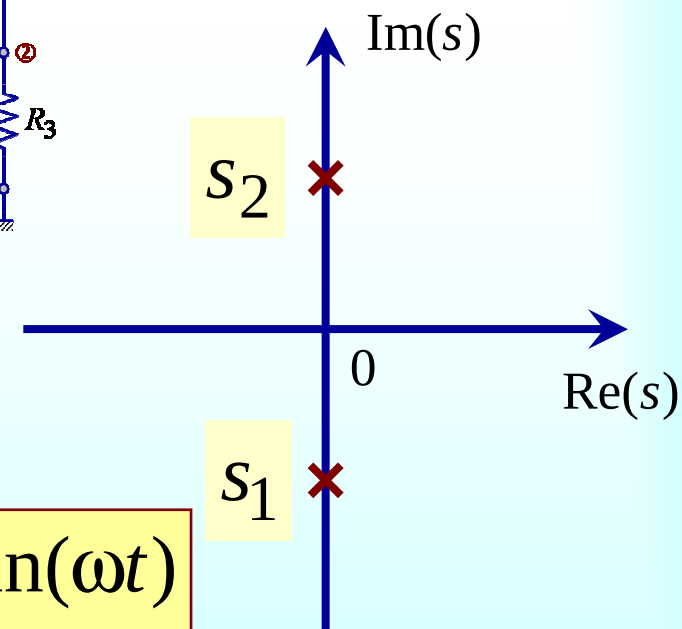
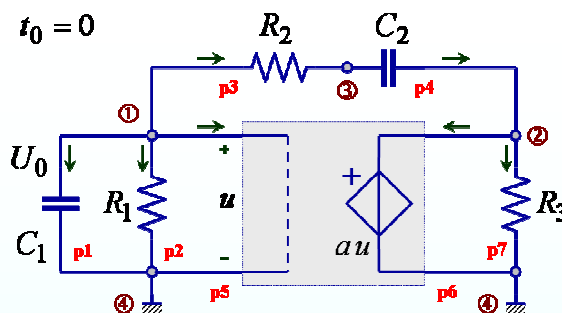
$$\frac{d^2 u_6}{dt^2} + \omega^2 u_6 = 0$$

$$s^2 + \omega^2 = 0$$

$$s_1 = -j\omega$$

$$s_2 = j\omega$$

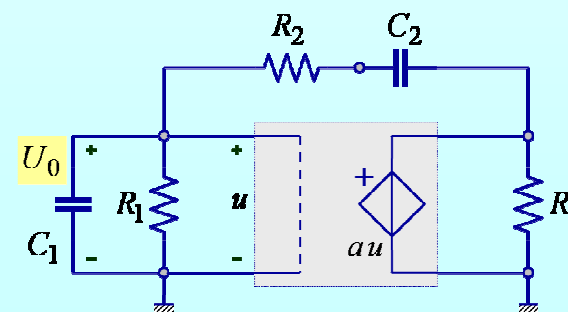
$$u_6(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$



Сопствене учестаности су на **имагинарној оси**. Параметри кола су **реални**, тако да су и коефицијенти диференцијалне једначине одзива **реални**. Сходно томе, коефицијенти карактеристичне једначине су **реални**, па су сопствене учестаности **реалне** или у **комплексно-конјугованим** паровима. Опште решење овакве једначине је простопериодична функција времена, а то са инжењерског гледишта значи да коло остварује функцију **осцилатора**, генератора простопериодичног напона.

Који је ред кола?

- Два кондензатора – **два** динамичка елемента – постоје у овом електричном колу.
- Једначине стања чине **две** диференцијалне једначине, тако да је **ред кола** једнак **два**.
- Можемо задати **два независна** почетна услова за напоне кондензатора (променљиве стања). Имамо два степена слободе.
- Једначине стања су **хомогене** зато што нема извора (независних генератора напона или струје)
- Ред кола је једнак броју динамичких елемената, тако да ће променљиве стања бити **непрекидне** у почетном тренутку.



Са којим почетним условима решавамо коло?

- Решавамо коло са почетним условима у тренутку **нула-плус**.
- Природни почетни услови (струје калемова и напони кондензатора) се задају у **нула-минус**.
- Ако је ред електричног кола **једнак** броју динамичких елемената, онда можемо да користимо став о почетним условима (који не доказујемо): променљиве стања су **непрекидне** у почетном тренутку

Прерачунавање почетних услова је додатан **напор** у решавању електричног кола. Тежња да се **избегне** решавање диференцијалних једначина и **прерачунавање** почетних услова условила је тражење нових, делотворнијих и учинковитијих, поступака одређивања одзива, као што је метод анализе електричних кола **Лапласовом трансформацијом**. Овај приступ ћемо проучавати у наредном предавању.

Став о почетним условима

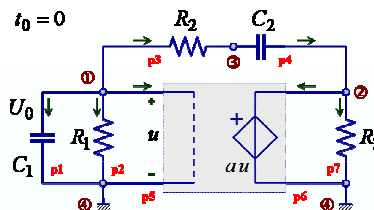
- Посматрајмо временски непроменљиво линеарно електрично коло **без** извора (независних напонских и струјних генератора).
- Ако је ред електричног кола **једнак** броју динамичких елемената, онда ће струје калемова и напони кондензатора бити **непрекидни** у почетном тренутку кола.

$$i_L(t_0^+) = i_L(t_0) = i_L(t_0^-) = I_0$$

$$u_C(t_0^+) = u_C(t_0) = u_C(t_0^-) = U_0$$

Почетни услови у нула-плус

Уклонимо све променљиве осим напона кондензатора и траженог одзива и посматрамо једначине у тренутку нула-плус.



$$u_6(t_0^+) = 3U_0$$

Диференцирањем се добија

$$\frac{du_6}{dt} = 3 \frac{du_1}{dt}$$

Почетни услов за извод одзива је

$$\frac{du_6}{dt}(t_0^+) = \frac{3}{CR} U_0$$

$$\begin{aligned} \frac{du_1}{dt}(t_0^+) &= \frac{1}{CR} u_1(t_0^+) + \frac{1}{CR} u_4(t_0^+) \\ \frac{du_4}{dt}(t_0^+) &= \frac{-2}{CR} u_1(t_0^+) - \frac{1}{CR} u_4(t_0^+) \end{aligned}$$

$$u_6(t_0^+) = 3u_1(t_0^+)$$

$$u_1(t_0^+) = U_0$$

$$u_4(t_0^+) = 0$$

Користимо став о почетним условима.

ОДЗИВ

$$t \geq t_0$$

$$u_6(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

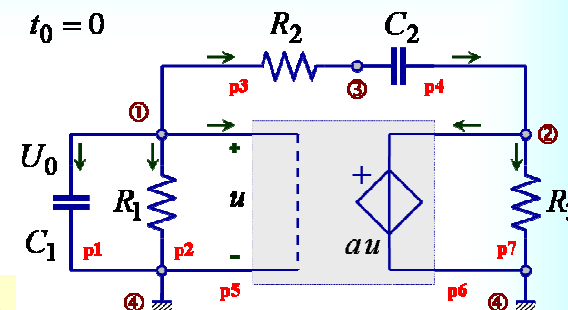
$$u_6(t_0^+) = 3U_0$$

$$\frac{du_6}{dt}(t_0^+) = \frac{3}{CR}U_0$$

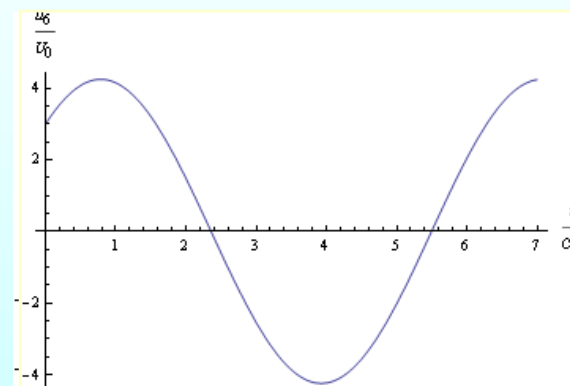
$$A = 3U_0$$

$$B = 3U_0$$

$$\begin{aligned} u_6(t) &= 3U_0(\cos(\omega t) + \sin(\omega t)) \\ &= 3U_0\sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$



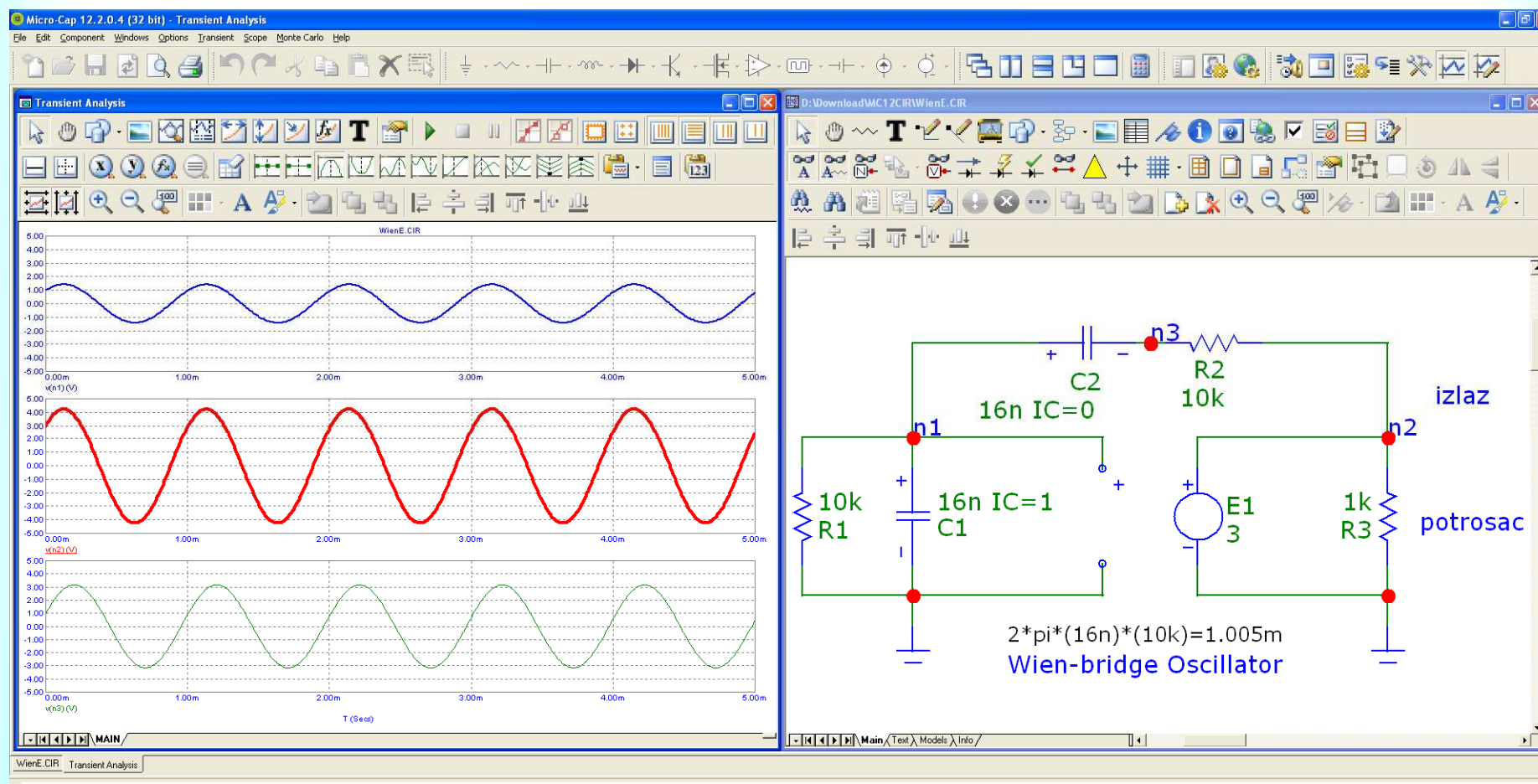
$$\omega = \frac{1}{CR}$$



Променљиве стања, **напони кондензатора**, су **непрекидне** у почетком тренутку $t = t_0$, тако да је домен одзива са знаком веће-једнако $t \geq t_0$. **Не познајемо предисторију** кола, није познато како су настали почетни услови, тако да одзив није дефинисан и познат за остале тренутке времена $t < t_0$.

Осцилатор са Виновим мостом је унапредио *William Redington Hewlett* у свом дипломском раду 1939. године.
W. R. Hewlett (B.Sc. Stanford, M.Sc. MIT) је ко-оснивач предузећа Hewlett-Packard Company (HP), заједно са *David Packard*-ом.

Wien-bridge Oscillator

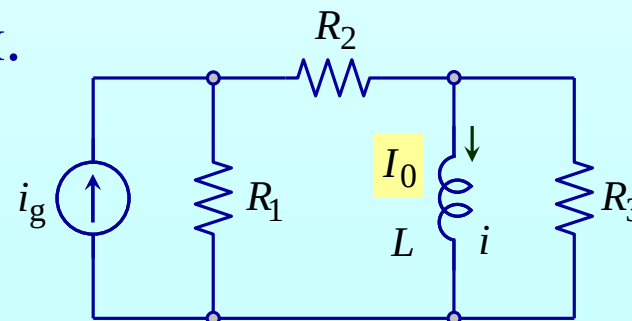


Симулација електричног кола, на пример софтвером **Micro-Cap** 12 free, одређује одзив бројчано или графички и треба пуно симулација за увид у утицај параметара кола.

$$v_{n2}(t) = 3U_0 \sqrt{2} \cos\left(\frac{1}{CR}t - \frac{\pi}{4}\right)$$

Пример решавања кола са извором

- Вредности елемената (параметри), и побуда, електричног кола са слике су познати.
- Калем има почетну енергију задату струјом у почетком тренутку-минус.
- Када почетни услов није једнак нули, договорно, написаћемо га на шеми поред одговарајућег елемента и нацртаћемо упоредни смер на који се почетни услов односи.
- Побуда струјног извора је каузална експоненцијална.
- Почетни тренутак кола је једнак нули.
- Одредити струју калема.

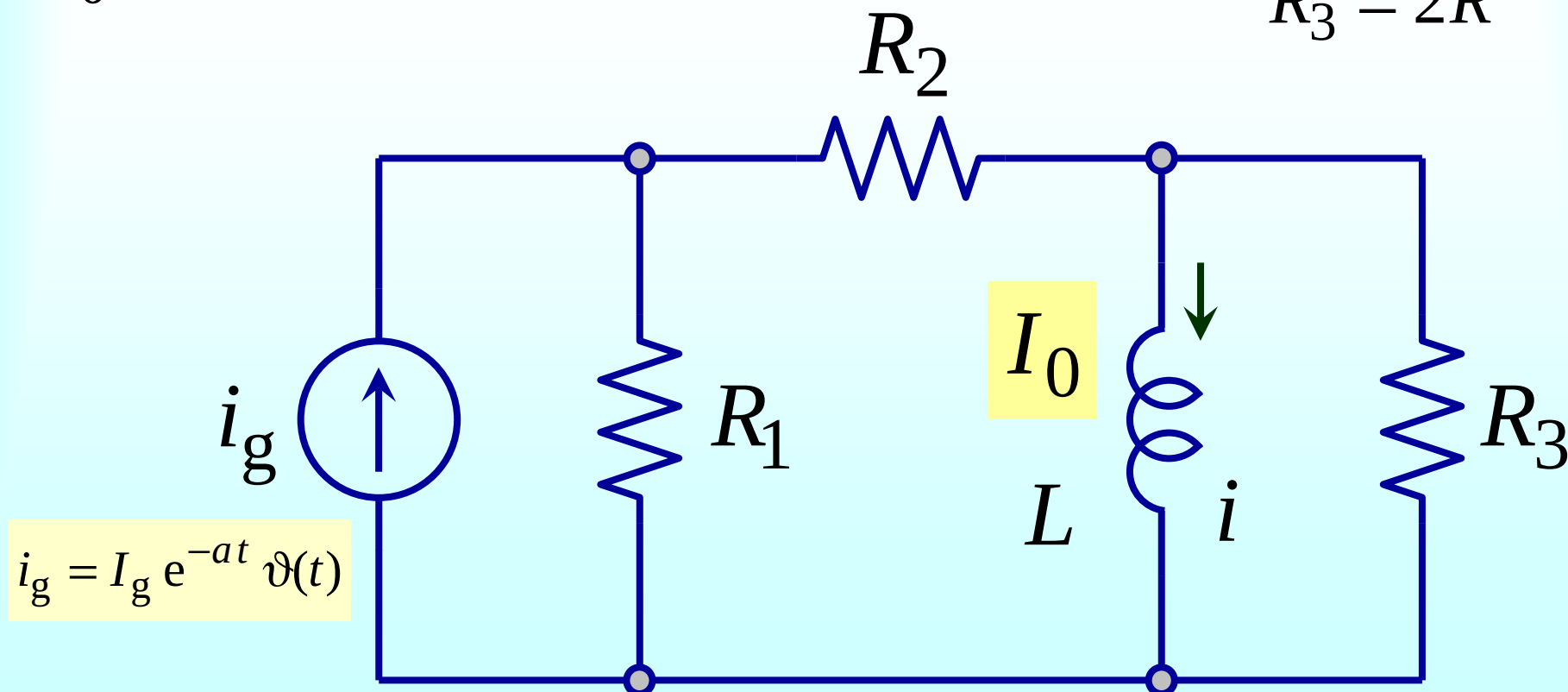


Коло са побудом и почетном енергијом

$$t_0 = 0$$

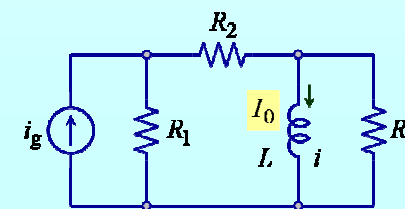
$$R_1 = R_2 = R$$

$$R_3 = 2R$$



План решавања кола

- Користићемо став о **суперпозицији** одзива.
- Одредићемо **одзив на почетне услове** у колу у коме је искључен струјни извор – замењен отвореном везом.
- Одредићемо **одзив на побуду** у колу чији су почетни услови једнаки нули.
- Потпуни одзив ћемо одредити **сабирањем** одзива на почетне услове и одзива на побуду.



Одзив на почетне услове

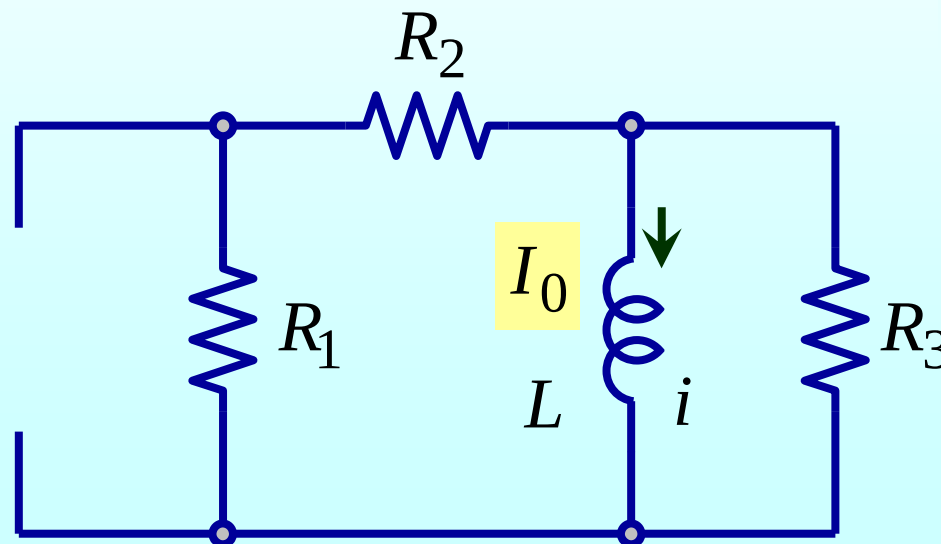
$$t \geq t_0, \quad t_0 = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0$$

$$i(t_0^+) = i(t_0) = i(t_0^-) = I_0$$

$$i = i_0 = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

Постоји један динамички елемент и једна променљива стања, **струја калема**. Једначина одзива за струју калема је истовремено и једначина стања. Следује да је број диференцијалних једначина стања једнак броју динамичких елемената, тако да је променљива стања **непрекидна** у почетком тренутку $t = t_0$. Домен одзива је са знаком веће-једнако $t \geq t_0$. **Не познајемо предисторију** кола, није познато како је настао почетни услови, тако да одзив није дефинисан и познат за остале тренутке времена $t < t_0$.



Облик одзива на побуду

$$t \geq t_0, \quad t_0 = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{R}{2L}i_g$$

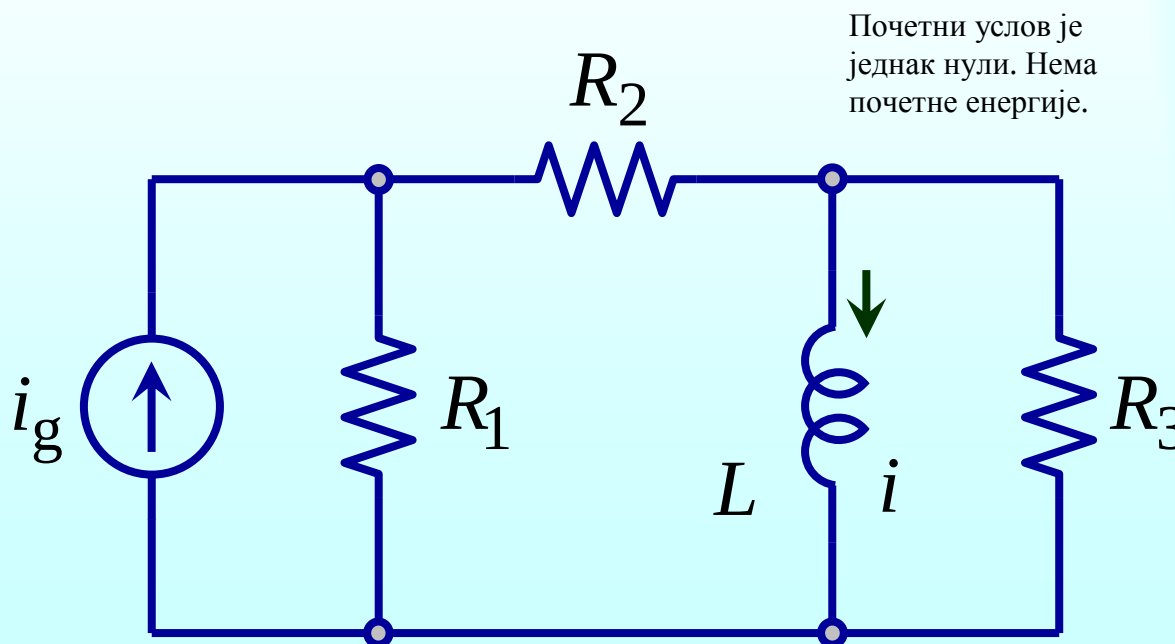
$$i(t_0^-) = 0$$

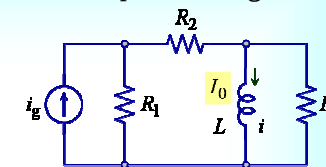
$$i_g = I_g e^{-at} \vartheta(t)$$

Нехомогени део **нема**
Диракових импулса па је
облик одзива на побуду

$$i = i_e = z(t) \vartheta(t)$$

$z(t)$ је елементарна функција.





Сређивање једначине одзива

$$t \geq t_0, \quad t_0 = 0$$

Заменимо претпостављени облик одзива на побуду у диференцијалну једначину одзива:

$$\frac{d}{dt}(z(t) \vartheta(t)) + \frac{R}{L}(z(t) \vartheta(t)) = \frac{R}{2L} I_g e^{-at} \vartheta(t)$$

Диференцирамо производ генерализане функције и елементарне функције **по правилу за диференцирање производа елементарних функција**:

$$z(t) \frac{d\vartheta(t)}{dt} + \vartheta(t) \frac{dz(t)}{dt} + \frac{R}{L} z(t) \vartheta(t) = \frac{R}{2L} I_g e^{-at} \vartheta(t)$$

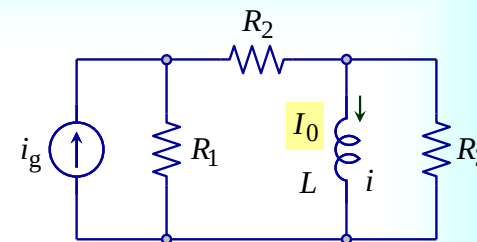
Извод по времену **Хевисајдове** одскачне функције је **једнак Дираковој** делта-функцији:

$$z(t) \delta(t) + \vartheta(t) \frac{dz(t)}{dt} + \frac{R}{L} z(t) \vartheta(t) = \frac{R}{2L} I_g e^{-at} \vartheta(t)$$

Прозвод елементарне функције и **Диракове** делта-функције је једнак (**елементарна функција у нула-плус**) пута (делта-функција):

$$z(0^+) \delta(t) + \vartheta(t) \frac{dz(t)}{dt} + \frac{R}{L} z(t) \vartheta(t) = \frac{R}{2L} I_g e^{-at} \vartheta(t)$$

Одзив на побуду



$$t \geq t_0, \quad t_0 = 0$$

$$z(0^+) \delta(t) + \vartheta(t) \frac{dz(t)}{dt} + \frac{R}{L} z(t) \vartheta(t) = \frac{R}{2L} I_g e^{-at} \vartheta(t)$$

$$\frac{dz(t)}{dt} + \frac{R}{L} z(t) = \frac{R}{2L} I_g e^{-at}$$

$$z(0^+) = 0$$

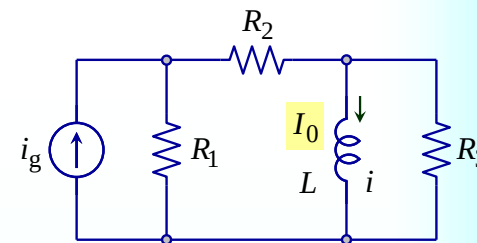
$$i = i_e = \frac{1}{2} I_g \frac{e^{-\frac{R}{L}t} - e^{-at}}{a \frac{L}{R} - 1} \vartheta(t)$$

$$a \neq \frac{R}{L}$$

Потпун (комплетан) одзив

$$t \geq 0$$

$$i = i_0 + i_e$$



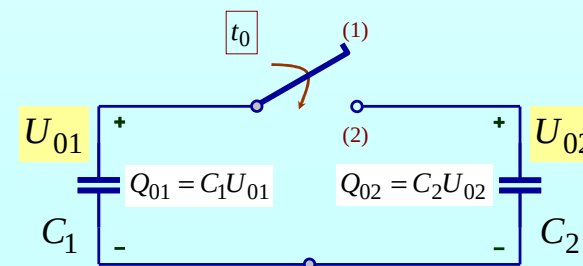
$$i = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{1}{2} I_g \frac{e^{-\frac{R}{L}t} - e^{-at}}{a \frac{L}{R} - 1} \vartheta(t)$$

Одзив на побуду је **помножен** Хевисајдовом одскочном функцијом. Одзив на почетне услове **није**. Потпуни одзив је **непрекидна** функција времена. Параметри морају задовољавати одређен услов. Решити ово електрично коло ако постоји веза параметара $a = R/L$.

$$a \neq \frac{R}{L}$$

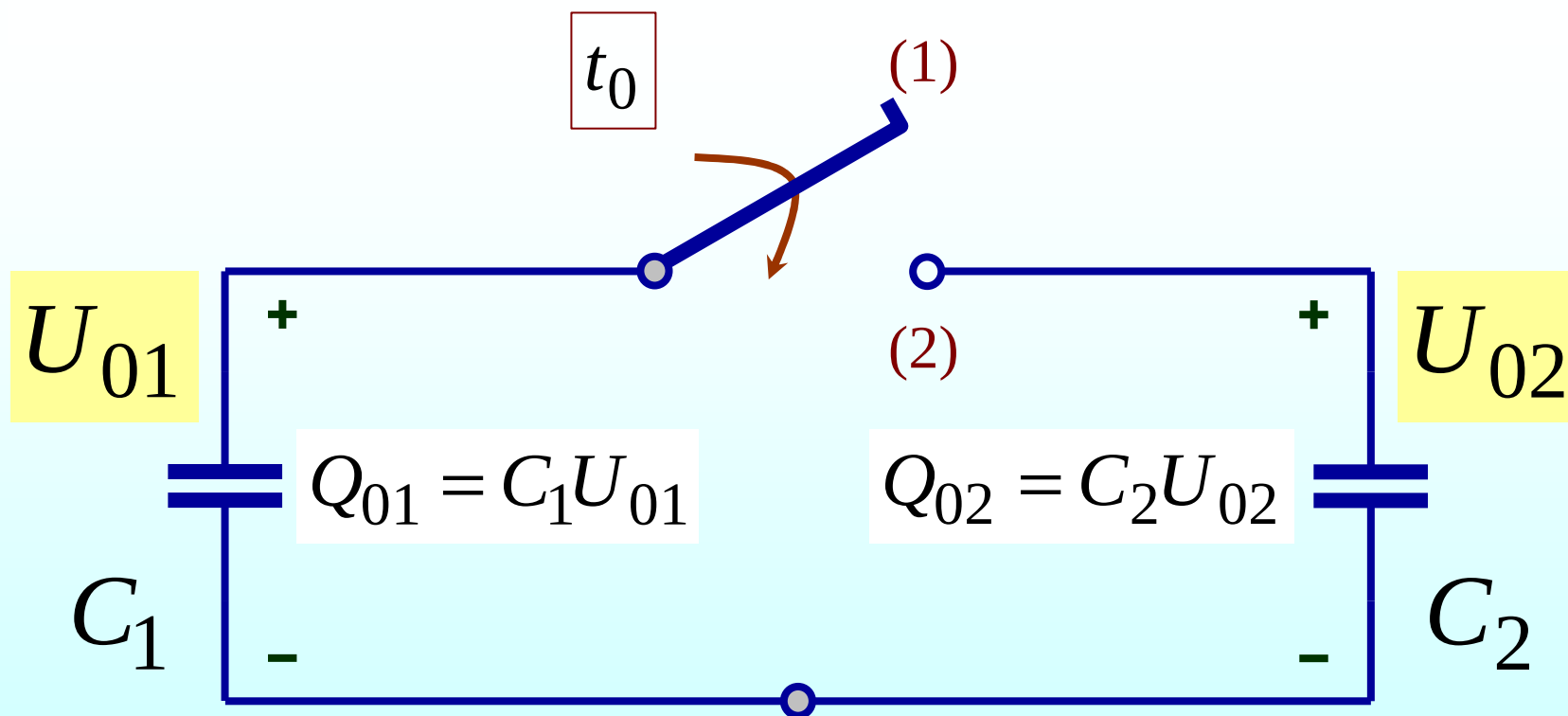
Пример решавања кола са несагласним почетним условима

- Вредности елемената (параметри) електричног кола са слике су познати.
- Кондензатори имају почетну енергију задату почетним напонима према упоредним (референтним) смеровима са слике.
- Прекидач се затвара у једном тренутку времена t_0 .
- Одредити напоне и струје кола после затварања прекидача.



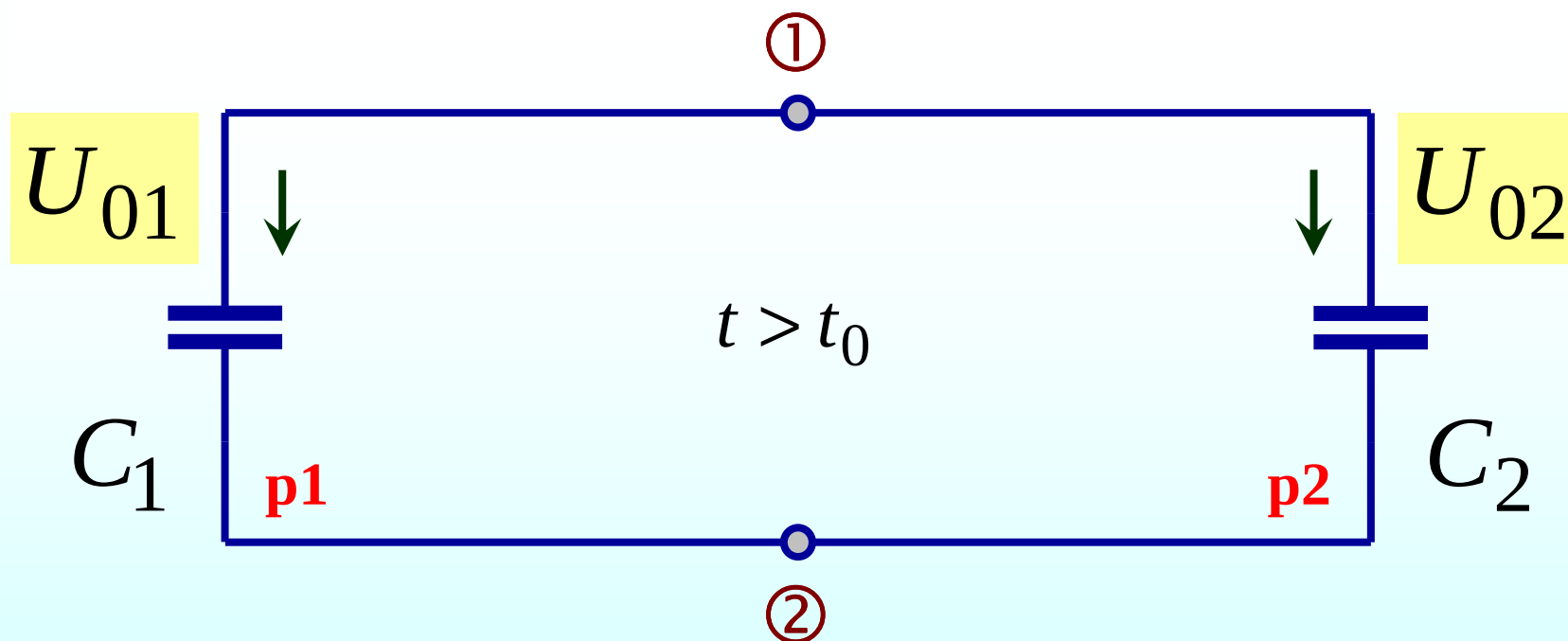
Inconsistent initial conditions

Коло са почетном енергијом



Прекидач се затвара у тренутку времена t_0 .

Ознаке чворова и приступа



После затварања прекидача кондензатори су паралелно везани и њихови напони су једнаки. **Темељна претпоставка** *Теорије електричних кола* је да истовремено треба да важе и Кирхофови закони и једначине елемената (карактеристике елемената), као и да систем једначина кола има јединствено решење. Под том претпоставком, после затварања прекидача, долази до прерасподеле почетне енергије кола да би напони кондензатора били једнаки. **Природни почетни услови се тада могу разликовати** од одговарајућих услова у t -нула плус. Ову појаву називамо **несагласни почетни услови** или нерегуларна комутација (*inconsistent initial conditions*). Тада су променљиве стања везане алгебарским једначинама и природне почетне услове **не можемо** произвољно задати. Имамо **мање** степени слободе у задавању почетних услова.

Једначине кола

$$t > t_0$$

$$i_1 + i_2 = 0$$

$$u_1 - u_2 = 0$$

$$i_1 = C_1 \frac{du_1}{dt}$$

$$i_2 = C_2 \frac{du_2}{dt}$$

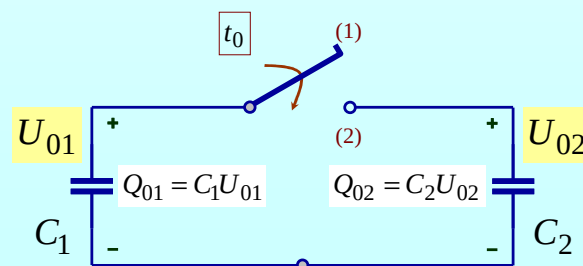
$$u_1(t_0^-) = U_{01}$$

$$u_2(t_0^-) = U_{02}$$

$$\frac{du_1}{dt} = 0$$
$$0 = u_1 - u_2$$

Једначине
стања

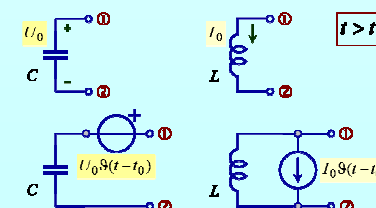
У колу постоје **два** динамичка елемента. Број диференцијалних једначина стања је једнак **један**, значи, ред кола је једнак један. Ред кола је **мањи** од броја динамичких елемената.



Како одредити
одзив?

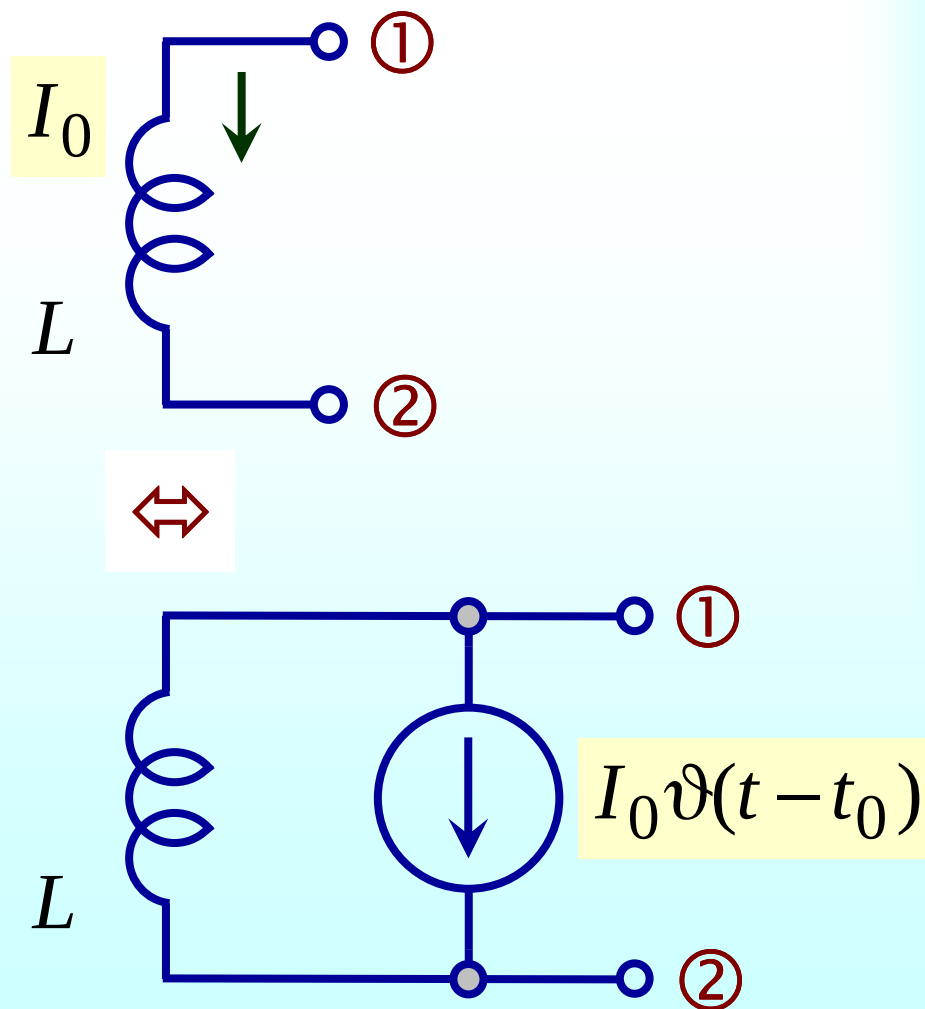
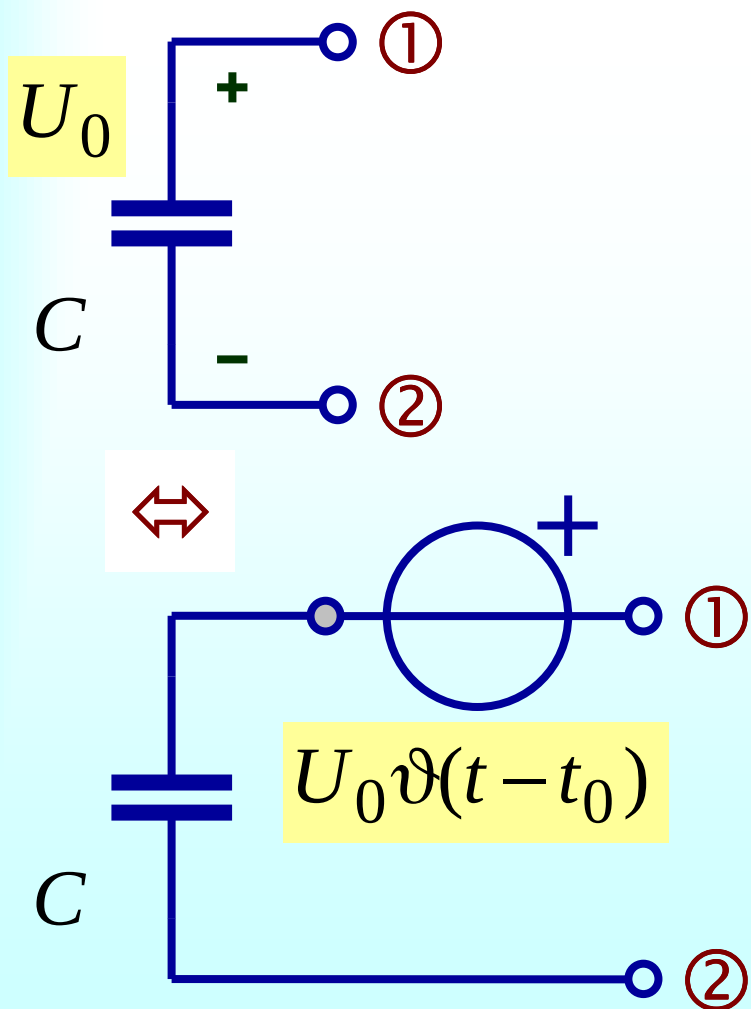
Став о заменским изворима почетних услова

- Динамички елемент, калем или кондензатор, са почетном енергијом може да се замени мрежом од два елемента:
- Један елемент мреже је динамички елемент без почетне енергије, а други елемент мреже је извор са **Хевисајдовом побудом** чија је јачина једнака почетном услову.
- Замена (еквиваленција) важи за тренутке времена **после** почетног тренутка кола.



$$t > t_0$$

Заменски извори почетних услова

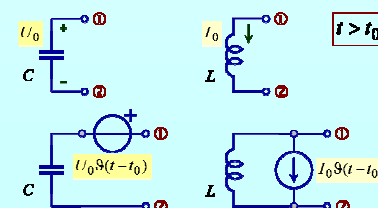
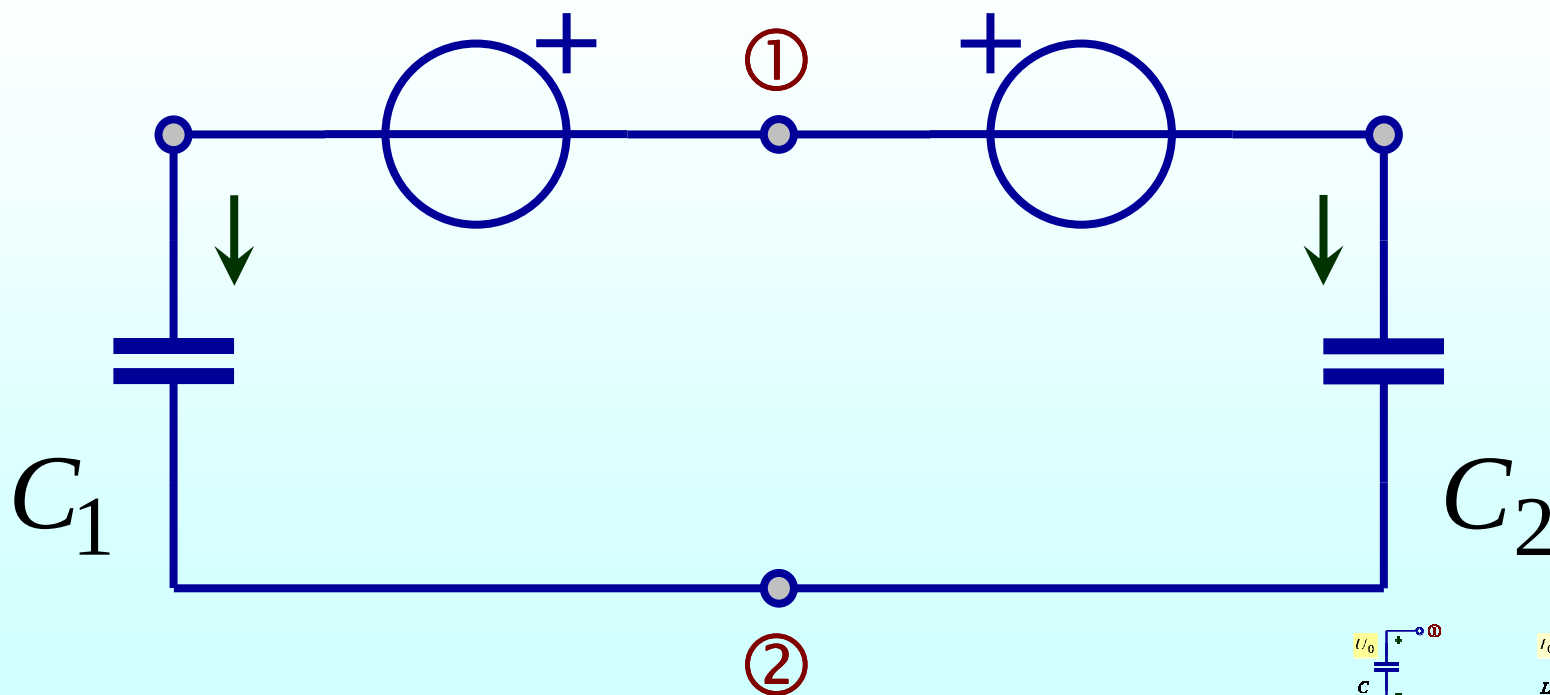


Шема са заменским изворима

$t > t_0$

$$U_{01}\vartheta(t-t_0)$$

$$U_{02}\vartheta(t-t_0)$$



$t > t_0$ Једначине заменског кола

$$i_1 + i_2 = 0$$

$$u_{C1} + U_{01}\vartheta(t - t_0) - u_{C2} - U_{02}\vartheta(t - t_0) = 0$$

$$i_1 = C_1 \frac{du_{C1}}{dt}$$

$$i_2 = C_2 \frac{du_{C2}}{dt}$$

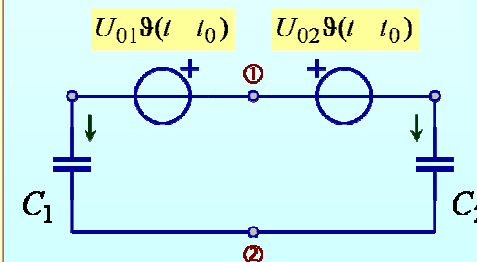
$$u_{C1}(t_0^-) = 0$$

$$u_{C2}(t_0^-) = 0$$

Одређујемо одзив на побуду која замењује почетне услове.

$$\frac{du_{C1}}{dt} = C_2 \frac{U_{02} - U_{01}}{C_1 + C_2} \delta(t - t_0)$$

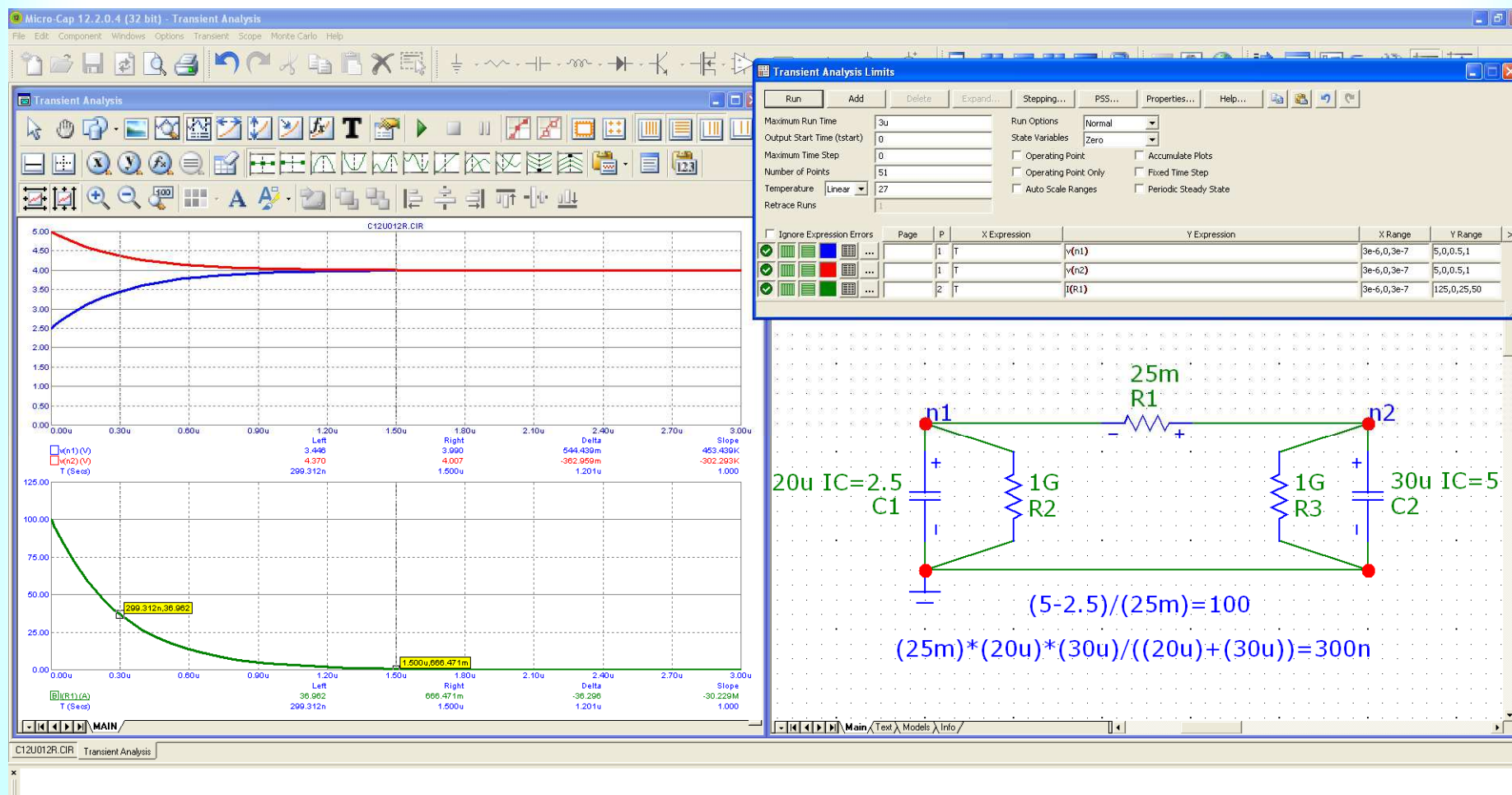
$$0 = u_{C1} - u_{C2} + U_{01}\vartheta(t - t_0) - U_{02}\vartheta(t - t_0)$$



Претпостављамо опште решење одзива на побуду као

$$u_{C1}(t) = z(t) \vartheta(t - t_0)$$

Прекидач као отпорник



Симулација електричног кола, на пример софтвером **Micro-Cap 12 free**, захтева реалистичније моделе и мањи степен апстракције и идеализације. Затворен прекидач моделујемо као отпорник мале отпорности, а кондензаторима додајемо мале губитке у диелектрику.

Својства одзива на побуду

Временски непроменљивог
линеарног електричног кола
без почетне енергије енергије

Својство линеарности

- Нека једна каузална побуда ствара одзив у линеарном временски непроменљивом електричном колу у коме **нема** почетне енергије и других побуда.
- Линеарна трансформација те побуде ће стварати **исту** линеарну трансформацију одзива.
- Пример линеарних трансформација побуде су множење константом, извод по времену и интеграл по времену.
- Ако је побуда дата збиром више сабирака, одзив је збир одзива на сваки сабирак понаособ.

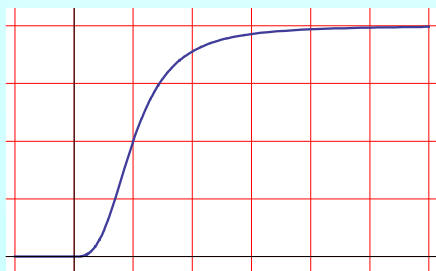
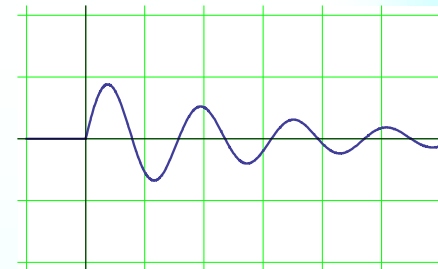
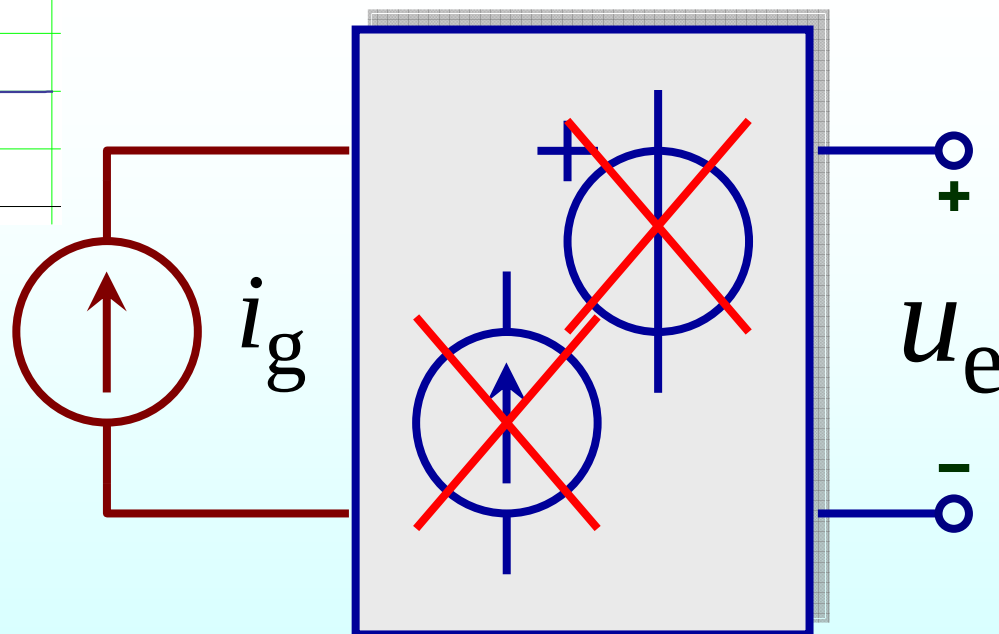
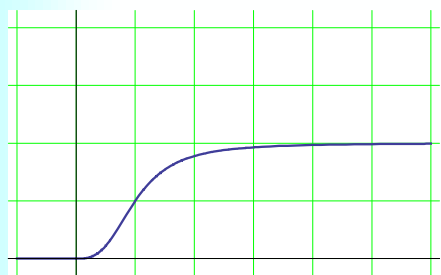
$$K = \text{const}$$

$$i_g(t) \rightarrow u_e(t)$$

$$K i_g(t) \rightarrow K u_e(t)$$

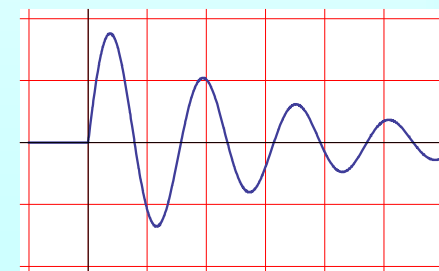
Својство линеарности: Пример

Нема почетне енергије.



$$K i_g(t) \rightarrow K u_e(t)$$

$$K = \text{const}$$



Својство померања у времену

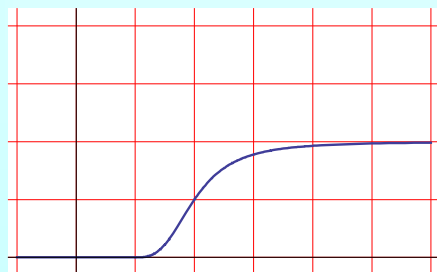
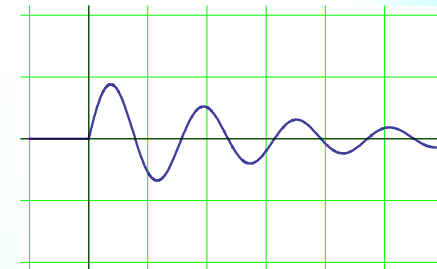
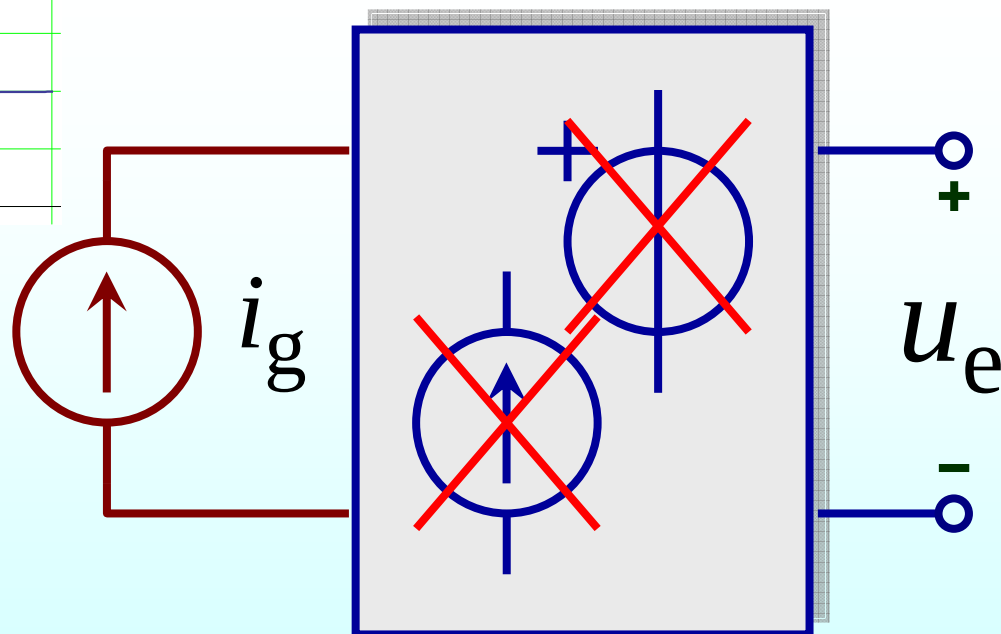
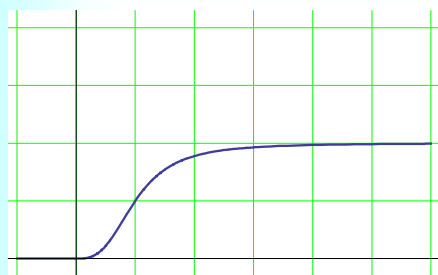
- Нека једна каузална побуда ствара одзив у линеарном временски непроменљивом електричном колу у коме **нема** почетне енергије и других побуда.
- Временски померена побуда ће стварати одзив на исти начин померен у времену.
- Ово својство се примењује у решавању кола са сложеним обликом побуде.

$$i_g(t) \rightarrow u_e(t)$$

$$i_g(t-T) \rightarrow u_e(t-T)$$

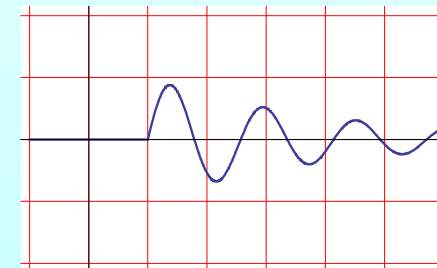
Померање у времену: Пример

Нема почетне енергије.



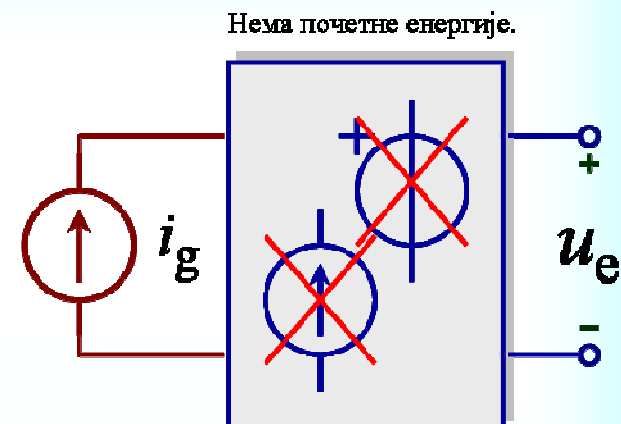
$$i_g(t - T) \rightarrow u_e(t - T)$$

$$T = \text{const}$$



Преглед својстава

$$i_g(t) \rightarrow u_e(t)$$



$$\frac{di_g(t)}{dt} \rightarrow \frac{du_e(t)}{dt}$$

$$K i_g(t) \rightarrow K u_e(t)$$

$$K = \text{const}$$

$$\int_0^t i_g(\tau) d\tau \rightarrow \int_0^t u_e(\tau) d\tau$$

$$i_g(t - T) \rightarrow u_e(t - T)$$

$$T = \text{const}$$

$$i_{g1}(t) \rightarrow u_{e1}(t)$$

$$i_{g2}(t) \rightarrow u_{e2}(t)$$

$$i_{g3}(t) \rightarrow u_{e3}(t)$$

$$K_1 i_{g1}(t) + K_2 i_{g2}(t) + K_3 i_{g3}(t) + \dots$$

$\rightarrow$

$$K_1 u_{e1}(t) + K_2 u_{e2}(t) + K_3 u_{e3}(t) + \dots$$

$$K_1 = \text{const}$$

$$K_2 = \text{const}$$

$$K_3 = \text{const}$$

Непосредне последице

- Ако јединична Диракова делта-побуда $\delta(t)$ ствара импулсни одзив $g(t)$, онда њен **интеграл** ствара одскочни одзив $f(t)$.
- Ако јединична Хевисајдова побуда ствара одскочни одзив $f(t)$, онда њен **ИЗВОД** ствара импулсни одзив $g(t)$.
- Ако јединична Хевисајдова побуда ствара одскочни одзив, онда њен **интеграл** ствара одзив на јединичну **успонску** функцију.
- Импулсни одзив $g(t)$ је **ИЗВОД** одскочног одзива $f(t)$.
- Одскочни одзив је **интеграл** импулсног одзива.

$$g(t) = \frac{df(t)}{dt}$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau$$

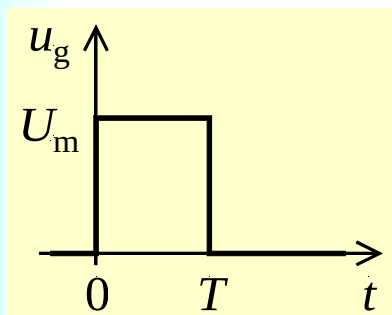
$$\delta(t) \rightarrow g(t)$$

$$\vartheta(t) \rightarrow f(t)$$

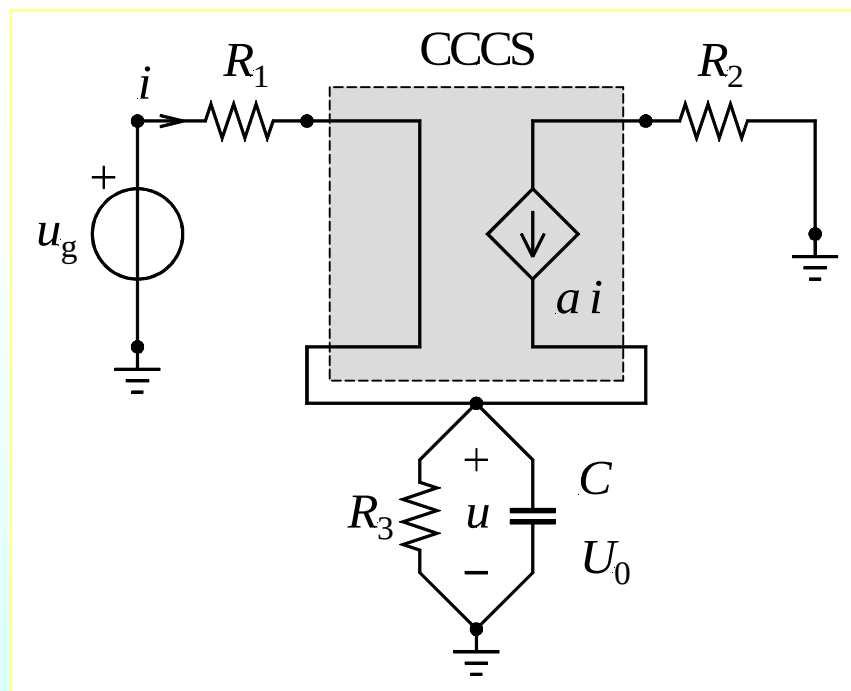
$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \vartheta(t) \rightarrow \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau = f(t)$$

$$\frac{d\vartheta(t)}{dt} = \delta(t) \rightarrow \frac{df(t)}{dt} = g(t)$$

Пример сложене побуде



$$u_g(t) = U_m \vartheta(t) - U_m \vartheta(t - T)$$



$$u(t) = u_0(t) + u_e(t) \quad t \geq t_0$$

$$\vartheta(t) \rightarrow f(t)$$

Вредности елемента, параметри и побуда, електричног кола са слике су познате. Почетни тренутак је 0. кондензатор има почетну енергију представљену почетним напоном према упоредном смеру са слике. Одредити напон кондензатора $u(t)$.

Поступак решавања. (1) **Одредити напон кондензатора услед деловања почетне енергије у колу са искљученим извором.** (2) Представити побуду као линеарну трансформацију Хевисајдове одскочне функције. (3) Одредити **одскочни одзив**. (4) **Применити својства одзива на побуду и одредити напон кондензатора услед деловања извора.** (5) Сабрати напон кондензатора настао услед почетног услова са напоном кондензатора који је настао услед побуде. (6) Написати домен одзива, а овде је конкретно $t \geq t_0$.

$$u_e(t) = U_m f(t) - U_m f(t - T)$$

Опште решење хомогеног дела

линеарне диференцијалне
једначине са константним
коефицијентима

Опште решење хомогеног дела

$$\frac{d^r i}{dt^r} + a_{r-1} \frac{d^{r-1} i}{dt^{r-1}} + \dots + a_2 \frac{d^2 i}{dt^2} + a_1 \frac{di}{dt} + a_0 i = F(t)$$

$$i = i_h + i_p$$

$$i_h = \sum_{k=1}^N p_k^{(m_k-1)}(t) e^{s_k t}$$

$$\sum_{k=1}^N m_k = r$$

$\underline{s}_k$ је сопствена учестаност вишеструкости m_k , $p_k(t)$ је полином степена (m_k-1) , N је број различитих сопствених учестаности.

Када решење хомогеног дела тежи нули са протоком времена?

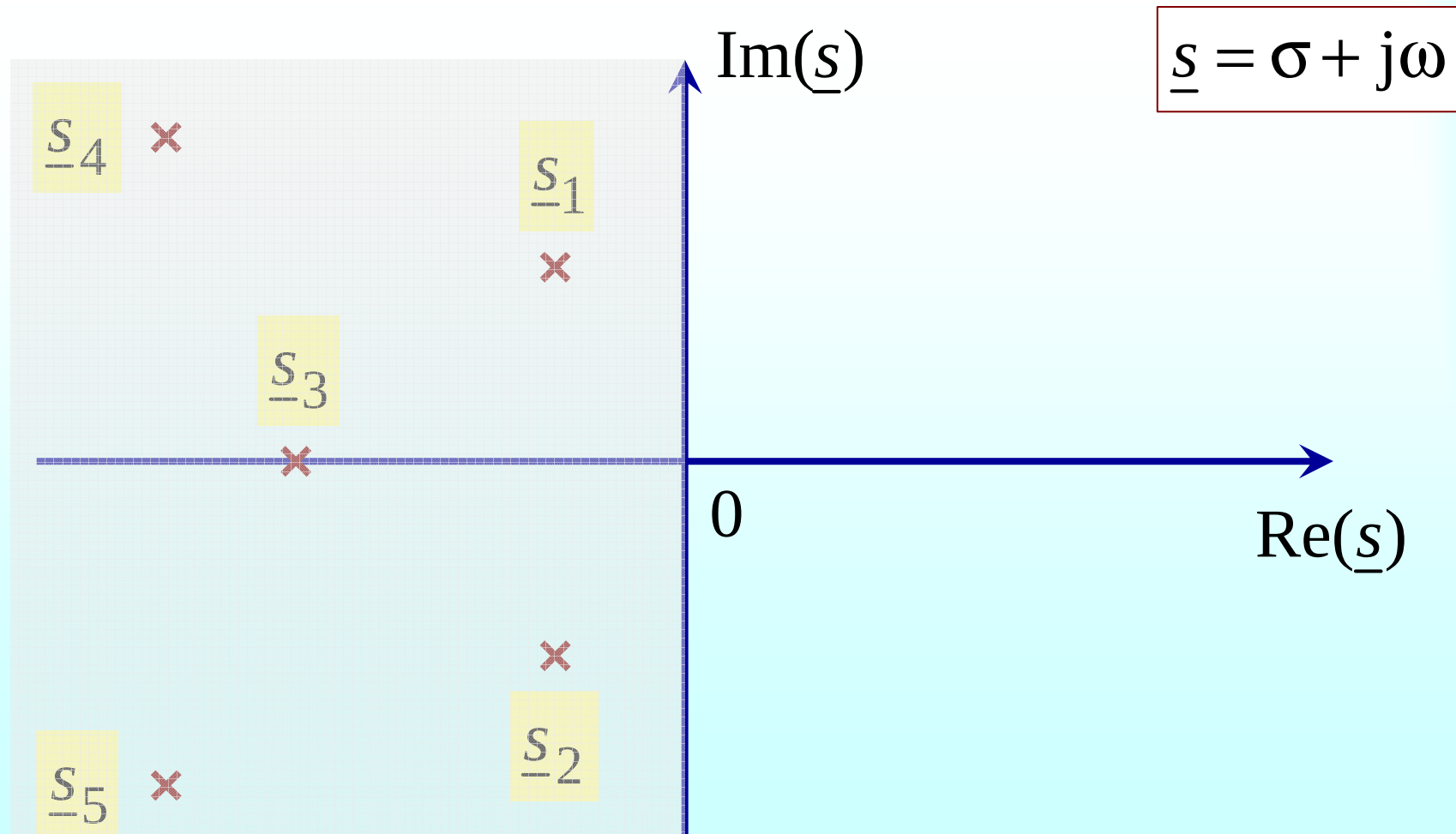
$$\underline{s}_k = \sigma_k + j\omega_k \quad p_k^{(m_k-1)}(t) = c_{k,0} + c_{k,1}t + \dots + c_{k,m_k-1}t^{m_k-1}$$

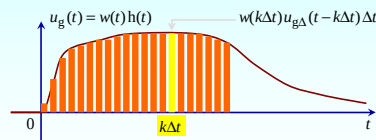
$$\boxed{\sigma_k < 0} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \left| p_k^{(m_k-1)}(t) e^{\underline{s}_k t} \right| = \lim_{t \rightarrow \infty} \left| p_k^{(m_k-1)}(t) e^{\sigma_k t} \right| = 0$$

Ако су **све** сопствене учестаности линеарне диференцијалне једначине са константним коефицијентима у **отвореној левој** комплексној полуравни, онда решење хомогеног дела тежи **нули** са протоком времена – када време тежи бесконачности.

$$(\forall k = 1, 2, \dots, N : \sigma_k < 0) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} i_h = 0$$

Отворена лева комплексна полураван

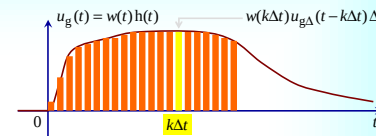




$$u_e(t) = \int_0^t w(\tau) g(t - \tau) d\tau$$

Конволуциони интеграл

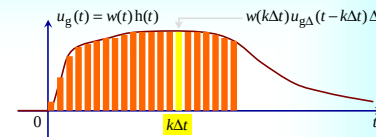
Одређивање одзива на једну
побуду у колу без почетне
(акумулисане) енергије



Покретач (Мотивација)

- **Познајемо** одзив на јединичну импулсну побуду (Гринова функција).
- Желимо да одредимо одзив на **произвољну** побуду (екситацију).
- **Не** желимо да постављамо, сређујемо и решавамо једначине кола.
- Делује само **један** извор (генератор) и **нема** почетне (акумулисане) енергије.

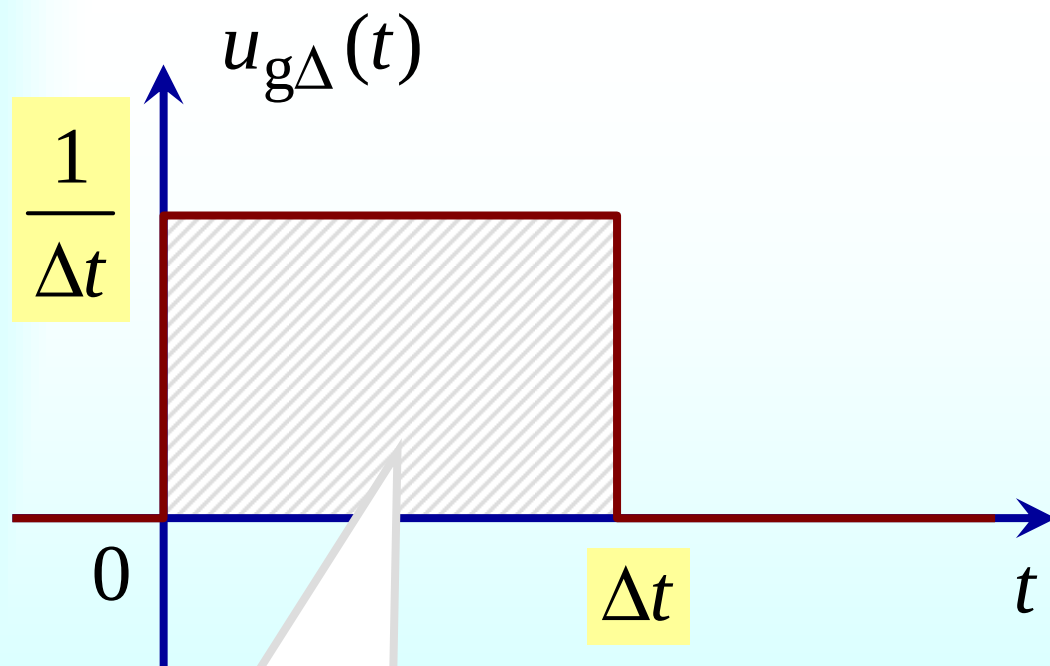
$$\delta(t) \rightarrow g(t)$$



Замисао (Идеја)

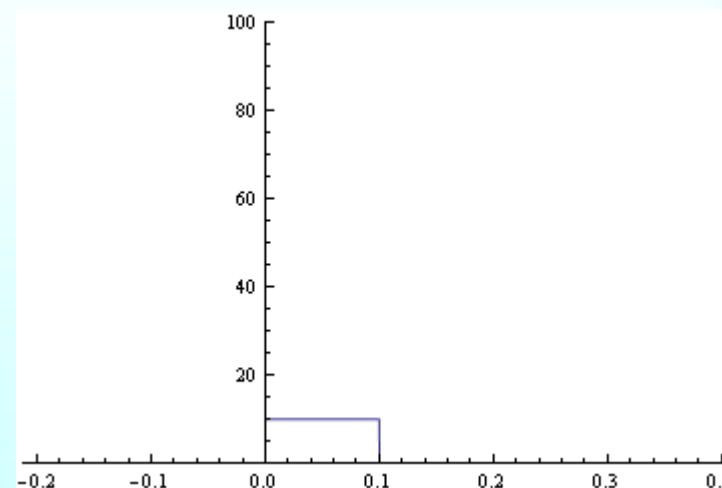
- Представимо побуду као интеграл импулсне (Диракове) побуде, односно као линеарну трансформацију Диракове делта-функције.
- Применимо својство линеарности одзива на побуду. Почетне енергије нема, сви почетни услови су једнаки нули.
- Изразимо одзив као интеграл побуде и Гринове функције, односно као линеарну трансформацију импулсног одзива.

Правоугаона делта-побуда



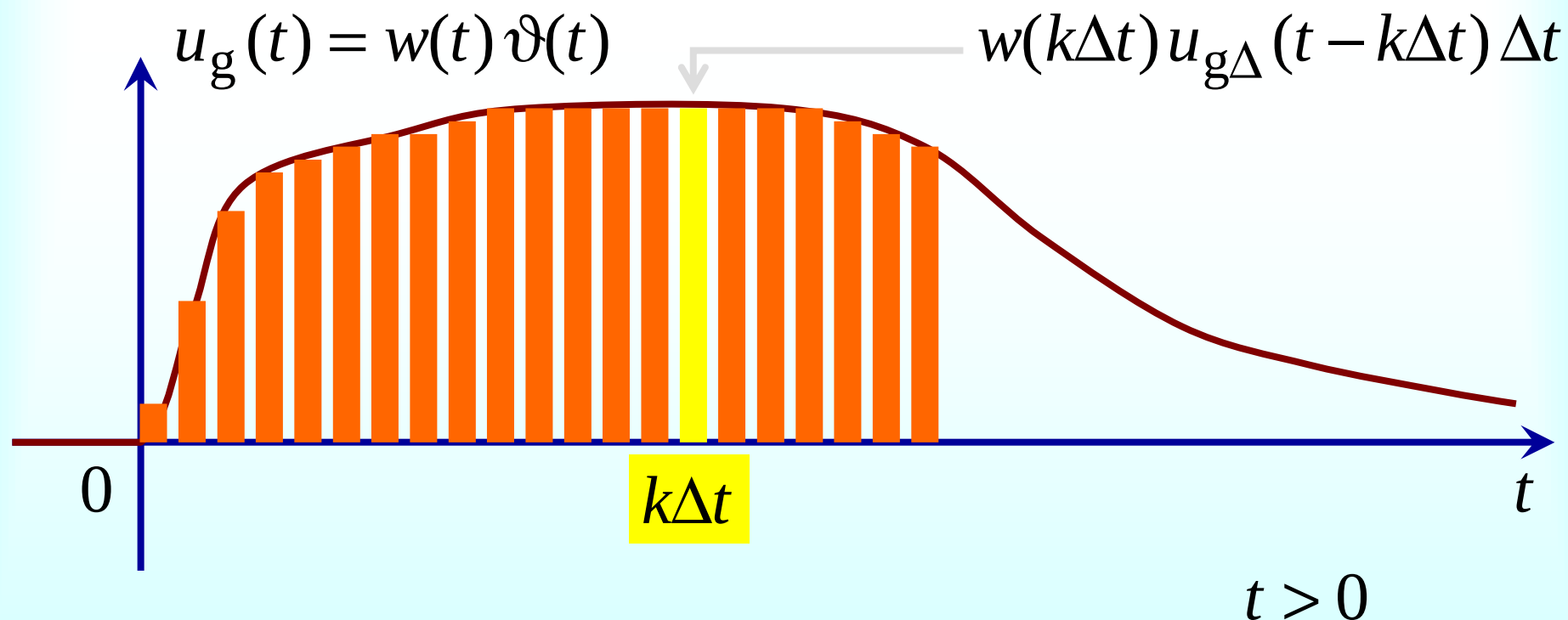
Површина испод правоугаоника је једнака јединици.

$$u_{g\Delta}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta t}, & 0 < t \leq \Delta t \\ 0, & t > \Delta t \vee t \leq 0 \end{cases}$$



$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} u_{g\Delta}(t) = \delta(t)$$

Представљање каузалне побуде



$$u_g(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=0}^{\infty} w(k\Delta t) u_{g\Delta}(t - k\Delta t) \Delta t = \int_0^t w(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

Конволуциони интеграл

$$\delta(t) \rightarrow g(t)$$

$$\delta(t - \tau) \rightarrow g(t - \tau)$$

$$\int_0^t w(\tau) \delta(t - \tau) d\tau \rightarrow \int_0^t w(\tau) g(t - \tau) d\tau$$

$$u_e(t) = \int_0^t w(\tau) g(t - \tau) d\tau$$

Алтернативан приступ

- Конволуциони интеграл се може извести и непосредно, на основу својстава Диракове делта-функције $\delta(t)$.
- Елементарна функција $F(t)$ се може представити као **интегрална трансформација** Диракове делта-функције. То својство (став, теорема) је познато као Теорема **просејавања** (**sifting theorem**), а неки аутори га називају Теорема узорковања (одабирања, **sampling**).
- Интегрална трансформација представља **конволуцију** елементарне и Диракове делта-функције.
- Имати у виду да користимо ставове (теореме) теорије **уопштених** (генералисаних) функција!

$$\delta(t) \rightarrow g(t)$$

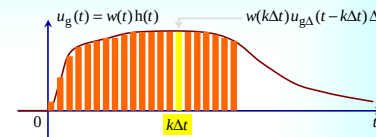
$$F(t) = w(t) \vartheta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(t) \delta(t-T) dt = F(T+)$$

Побуда описана са два израза

$$u_g(t) = \begin{cases} w_1(t), & 0 < t \leq T \\ w_2(t), & T < t \end{cases}$$

$$u_e(t) = \begin{cases} \int_0^t w_1(\tau) g(t-\tau) d\tau, & 0 < t \leq T \\ \int_0^T w_1(\tau) g(t-\tau) d\tau + \int_T^t w_2(\tau) g(t-\tau) d\tau, & T < t \end{cases}$$

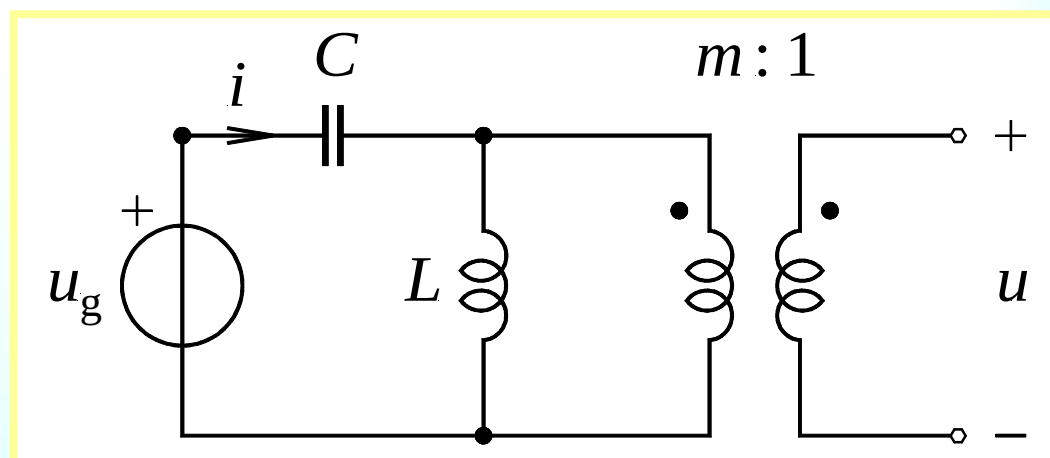


Примена и корист

- Подесан када је побуда задата табеларно или изломљеном линијом (PWL).
- Коло се решава само један пут када се одређује импулсни одзив.
- Једноставнији рад у односу на решавање диференцијалне једначине.
- Подесан за бројчано одређивање одзива када не постоји решење у општим бројевима за одзив или побуду.
- Омогућава да се непосредно повежу побуда и одзив, односно улаз и излаз, електричног кола.
- Служи да се одреди модел електричног кола када није доступна шема, на пример када се импулсни одзив добија експериментално мерењем на направи или уређају. На основу мерења се може конструисати апроксимација импулсног одзива аналитичком интерполационом функцијом. Складиштењем мерних података у рачунару, као табеле података (look-up table), може се нумерички израчунавати одзив на разне побуде.
- Непосредно израчунавање одзива на побуду и за побуде које нису једнаке нули за негативно време.
- Решавање у временском домену електричних кола у којима су мреже описане матричним параметрима у фреквенцијском домену, на пример водови. HSPICE W

Пример

Одредити струју извора (идеалног напонског генератора) и напон отвореног секундара, ако су вредности елемената кола познате.



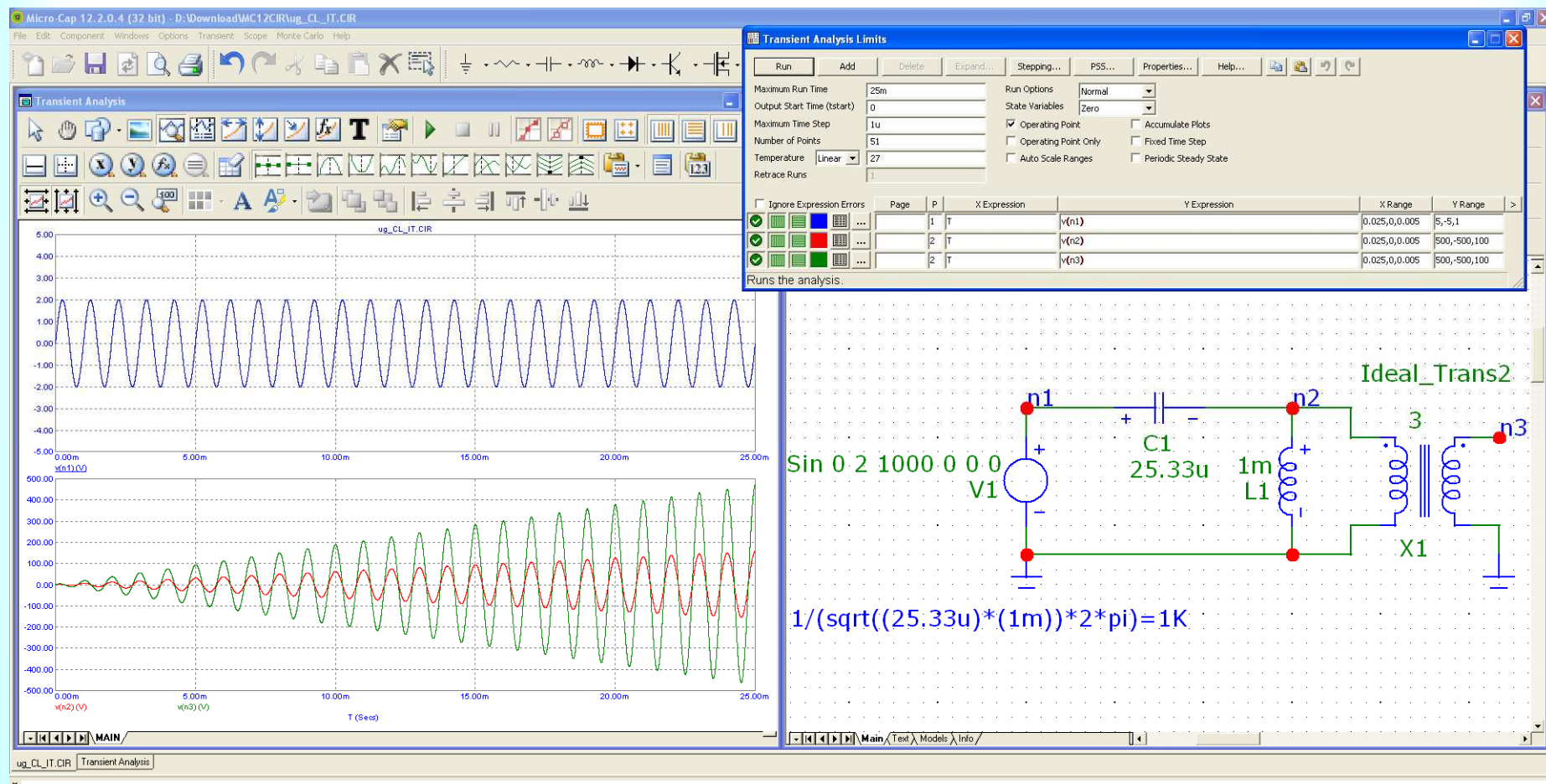
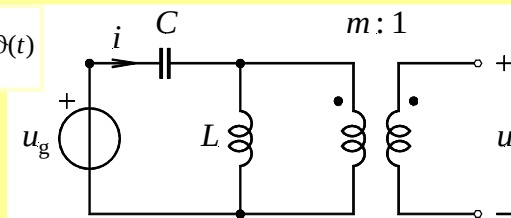
$$u_g(t) = U_m \sin\left(\frac{1}{\sqrt{CL}}t\right) \vartheta(t)$$

Домен одзива:
 $-\infty < t < +\infty$

Ако почетна (акумулисана) енергија **није** задата, сматрамо да је једнака **нули** – да су сви почетни услови једнаки нули.

Micro-Cap

$$u_g(t) = U_m \sin\left(\frac{1}{\sqrt{CL}}t\right) \vartheta(t)$$



Преносни број је у овом програму дефинисан као количник броја завојака намотаја **секундара** и броја завојака намотаја **примара**, $v(n3)/v(n2)=v(\text{sekundar})/v(\text{primar}) = 3$.

Професионални симулатори електричних кола: HSPICE

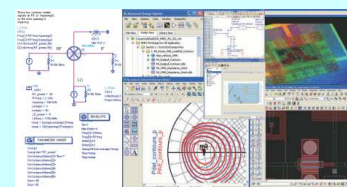
- **HSPICE**, Synopsys, Inc. USA
- **S-element**. S-parameter models based on direct measurements from a network analyzer or the solutions of a field solver. HSPICE supports S-parameter models with an arbitrary number of differential and single-ended ports. HSPICE's recursive convolution algorithm can quickly and accurately simulate S-parameters with over **1000 ports** for large packages and other applications.
- **W-element**. By handling dielectric loss, HSPICE's W-element can accurately simulate 50-inch, **50-GHz transmission lines**. In addition, S-parameters can be incorporated in the W-element for interconnect simulation.
- The Gold Standard for Accurate Circuit Simulation
- Сложен софтверски алат подесан за симулацију електричних кола на високим учестаностима, када се користе експериментални мерни подаци или резултати тродимензионалне електромагнетске симулације направа.
- Омогућава симулацију вишепроводничких водова различитих технологија. Постоји више од четврт века на тржишту.

Професионални симулатори електричних кола: PSpice

- **PSpice**, *Cadence Design Systems, Inc. USA*
- PSpice is a high-performance, industry-proven, mixed-signal simulator and waveform viewer for analog and mixed-signal circuits.
- PSpice integration with MATLAB Simulink (SLPS) brings two industry-leading simulation tools in a co-simulation environment.
- PSpice Advanced Analysis simulation is used to improve your design's performance, yield, and reliability.
- Capabilities such as temperature and stress analysis, Smoke analysis, worst-case analysis, Monte Carlo analysis, and automatic performance-optimization algorithms improve design quality and maximize circuit performance.
- Популаран код инжењера електронике и у академској средини. Има дугу традицију развоја од више деценија.

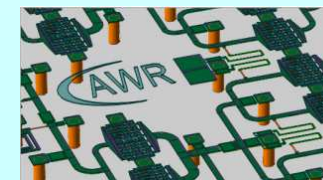
Професионални симулатори електричних кола: ADS

- **Advanced Design System (ADS)**, Keysight Technologies, Inc. USA
- The Industry's Leading RF, Microwave, Signal Integrity and Power Integrity Design Platform
- ADS is the world's leading electronic design automation (EDA) software for RF, microwave, and high speed digital applications.
- In a powerful and easy-to-use interface, ADS pioneers the most innovative and commercially successful technologies, such as X-parameters and 3D EM simulators, used by leading companies in the wireless communication and networking and aerospace and defense industries.
- For LTE-A, 802.11ac, PCI Express ® , USB3, radar, and satellite applications, ADS provides full, standards-based design and verification with Wireless Libraries and circuit-system-EM co-simulation in an integrated platform.
- Популаран код инжењера микроталасне технике, електронике високих учестаности, и у привреди и у академској средини. Укључује и сложене моделе и симулације тродимензионалних електромагнетских структура (full-wave 3D EM). Има дугу традицију развоја од више деценија.



Професионални симулатори електричних кола: MWO

- **AWR Microwave Office**, *Cadence Design Systems, Inc.*
USA
- RF and microwave circuit design software
- AWR APLAC® harmonic-balance (HB) simulator
- AWR AXIEM EM simulator to characterize and optimize passive structures, transmission lines, planar antennas, and large patch arrays.
- Front-to-back monolithic microwave integrated circuit (MMIC) design flow.
- The integrated platform supports concurrent electrical and physical design, as well as circuit, system, and EM co-simulation to minimize reliance on multiple point tools.



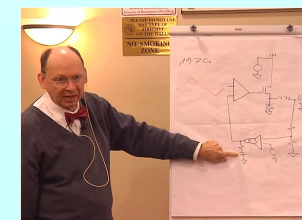
Теорија електричних кола: Micro-Cap free за едукацију

- **Micro-Cap 12 free**, Spectrum Software, USA
- Micro-Cap 12 is an integrated schematic editor and mixed **analog / digital simulator** that provides an interactive sketch and simulate environment for electronics engineers.
- Twelve generations of refinement since its release in 1982. It blends a modern, intuitive interface with robust numerical algorithms to produce unparalleled levels of simulation power and ease of use.
- **Dynamic Analysis** mode to see waveforms change as you edit the circuit.
- Active and passive **filter designer**
- Transient analysis for time-domain waveforms
- AC analysis-for small signal behavior, DC analysis- for large signal DC behavior
- Distortion analysis, Worst Case analysis, **Smoke / Stress analysis**, Monte Carlo analysis for design centering, Analog behavioral modeling for what if analysis
- **Optimizer** for fine tuning designs, Parameter stepping for parameter dependence, Performance Plots for parameter sensitivity
- **3D plots** for design visualization, can plot states, voltage, current, power, energy, charge, capacitance, flux, inductance, B or H field, Animated devices for visualization and interaction, Integrated **spreadsheet** for data manipulation and display, Capability to produce **Smith charts** and polar plots
- Large device library with over **33,000 parts** like diodes, MOSFETs, BJTs, OPAMPs, IGBTs, JFETs, magnetic cores, crystals, and SCRs, Extensive mathematical operators and variables
- **N-Port component**, general device that has N ports characterized by a set of S-, Y-, G-, H-, T-, or ABCD-parameters that are contained in a standard Touchstone data file. The Touchstone files are typically provided by RF suppliers who model the frequency response of a device through a table of values in the file.
- Z transform source, **Digital primitives**, Standard and tri-state gates, Edge-triggered flip-flops, Gated flip-flops and latches, Digital loads, Delay line, Programmable logic array, ...

Једноставан симулатор кола: LTspice free за едукацију

- **Ltspice free**, *Analog Device, Inc. USA*
- LTspice is a high performance SPICE simulation software, schematic capture and waveform viewer with enhancements and models for easing the simulation of analog circuits.
- Included in the download of LTspice are macromodels for a majority of Analog Devices switching regulators, amplifiers, as well as a library of devices for general circuit simulation.
- Our enhancements to SPICE have made simulating **switching regulators** extremely fast compared to normal SPICE simulators, allowing the user to view waveforms for most switching regulators in just a few minutes.
- Програм је написао **Mike Engelhardt** за потребе предузећа *Linear Technology Corporation* које је сада у власништву *Analog Device, Inc.*
- Пратећа документација је сажета, али постоји велики број независних корисника који објављују видео туторијале, примере рада и разноврсна упутства за коришћење програма.
- LTspice је популаран за самосталан рад у коме је потребна основна симулација једноставнијих електричних кола, мање пројекте, едукацију, као и за љубитеље хоби-електронике.

Текст на енглеском је преузет од произвођача.



Питања (1)

- Каква веза постоји између импулсног и одскочног одзива?
- Исказати својство линеарности и својство померања у времену одзива на побуду.
- Конволуциони интеграл: мотив, извођење и примена.
- Шта су заменски извори почетних услова?
- Какво је опште решење хомогеног дела диференцијалне једначине одзива? Када оно тежи нули са протоком времена?
- Шта је отворена лева комплексна полураван?

Питања (2)

(6) Конволуциони интеграл: мотив, извођење и примена.

(5) Импулсни одзив (Гринова функција) електричног кола је $g(t) = a\vartheta(t)$.
Одредити одзив на побуду у овом колу када је побуда $b\delta(t - T)$. Сматрати да су a , b и T реални и позитивни параметри. $\vartheta(t)$ је јединична одскачна функција (Хевисајдова функција).

Питања (3)

(4) Шта су природни почетни услови електричног кола?

Они се задају у тренутку времена

(а) $t = +\infty$

(б) $t = t_0^-$, t -нула-минус, t_0 коначно

(в) $t = t_0^+$, t -нула-плус, t_0 коначно

(5) Конволуционим интегралом се одређује

(а) потпун одзив (комплетан одзив),

(б) одзив на почетне услове,

(в) одзив на побуду (екситацију),

(г) устаљен одзив ?

(5) Одскочни одзив (индициона функција) је $f(t) = \cos(t/\sqrt{CL})\vartheta(t)$.

Колики је одговарајући импулсни одзив (Гринова функција)? $\vartheta(t)$ је јединична одскочна функција (Хевисајдова функција) која се обележава и са $h(t)$.

Задатак (1)

Задатак 1

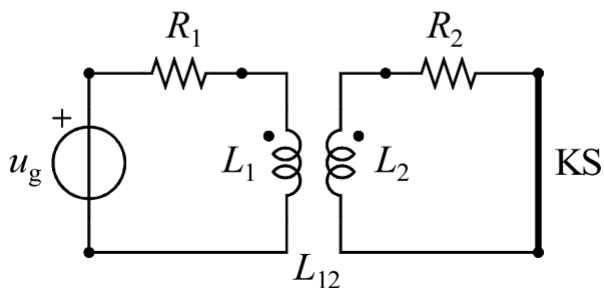
Електрично коло са слике има познате вредности елемената: $R_1 = R_2 = R$, $L_1 = L$. Трансформатор је симетричан са савршеном спрегом. Побуда је $u_g(t) = U e^{-at} h(t)$,

$$a = \frac{R}{2L}.$$

(5) Одредити струју краткоспојника KS.

(5) Одредити ред кола.

(5) Нацртати граф кола.



Задатак 1

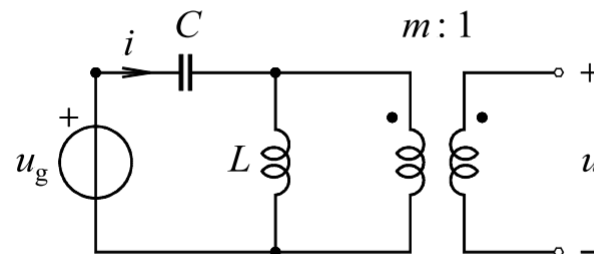
(5) Одредити једначину одзива за напон u електричног кола са слике. Вредности елемената и параметри побуде су познати,

$$u_g(t) = U_m \sin\left(\frac{1}{\sqrt{CL}}t\right) h(t).$$

Нема сакупљене енергије.

(5) Одредити струју извора, i , и нацртати график струје извора.

(5) Како гласе једначине стања кола? Написати их у матричном облику.



Задатак (2)

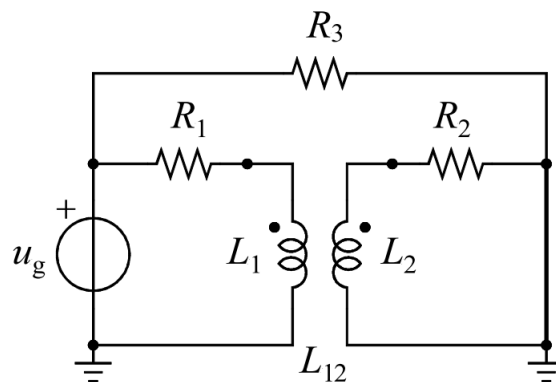
Задатак 2

(5) Колико ϕ -пресека има граф кола са слике?

(5) Одредити једначине стања у матричном облику ако је $R_1 = R$, $R_2 = R$, $R_3 = R$,

$$L_1 = L, L_2 = 2L, k = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

(5) У који облик прелазе једначине стања ако је трансформатор симетричан са савршеном спрегом?



Задатак (3)

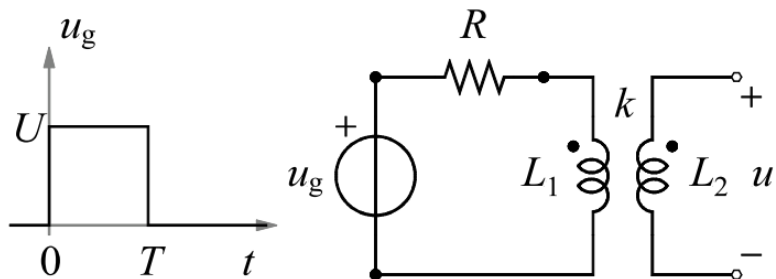
Задатак 1

Вредности елемената електричног кола са слике су познате.

(5) Одредити једначину одзива за напон $u(t)$.

(5) Одредити напон $u(t)$ ако је $L_1 = L$, $L_2 = 4L$, $k = \frac{1}{2}$, ако је побуда описана графиком са слике и ако постоји веза $L = RT$.

(5) Нацртати график одређеног напона.



Једначина одзива за напон $u(t)$ је

Напон $u(t)$ је

График напона $u(t)$ је

Задатак (4)

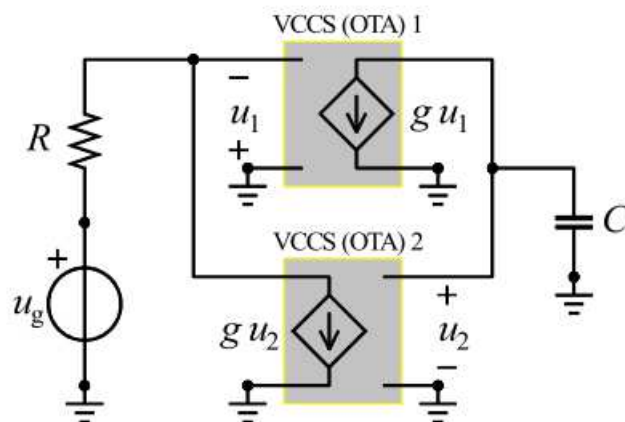
Задатак 1

Вредности елемената електричног кола са слике су познате, $g = 1/R$, $u_g(t) = U \vartheta(t)$.

(5) Нацртати граф кола и одредити број главних (фундаменталних) пресека.

(5) Одредити напон кондензатора.

(5) Одредити граничну вредност струје отпорника после бесконачно дугог времена ($t \rightarrow +\infty$). $\vartheta(t)$ је јединична одскочна функција (Хевисајдова функција) која се обележава и са $h(t)$.



Граф кола је

Број главних пресека је

Напон кондензатора је

Гранична вредност струје је

Задатак (5)

Задатак 1

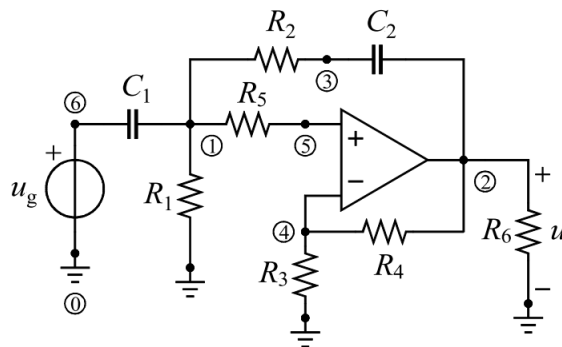
Вредности елемената електричног кола са слике су познате. $R_1 = R$, $R_2 = R$, $R_3 = R$, $R_4 = 2R$, $C_1 = C_2 = C$, $u_g(t) = U \vartheta(t)$.

$\vartheta(t)$ је јединична одскачна функција (Хевисајдова функција) која се обележава и са $h(t)$.

(а) Одредити једначине стања у матричном облику и ред кола.

(б) Одредити напон u за $t > t_0$.

(в) Нацртати график напона u у функцији времена за $t > t_0$.



Једначине стања и ред кола су

Напон је

График напона је

Задатак (6)

Задатак 1

Вредности елемената електричног кола са слике су познате. $R_1 = R$, $R_2 = R$, $L_1 = L$,

$L_2 = L$, $k = \frac{1}{2}$. Побуда је $u_g(t) = \Phi \delta(t)$.

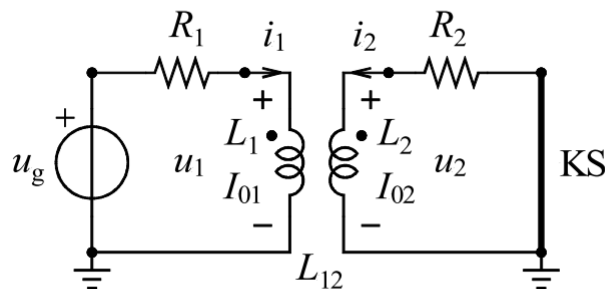
Почетне струје калемова су $i_1(t_0^-) = I_{01}$,

$i_2(t_0^-) = I_{02}$, $t_0 = 0$.

(5) Одредити ред кола.

(5) Одредити струју примара i_1 и нацртати њен график у функцији времена.

(5) Одредити струју секундара i_2 и нацртати њен график у функцији времена.



Ред кола је

Струја примара је

Струја секундара је

Задатак (7)

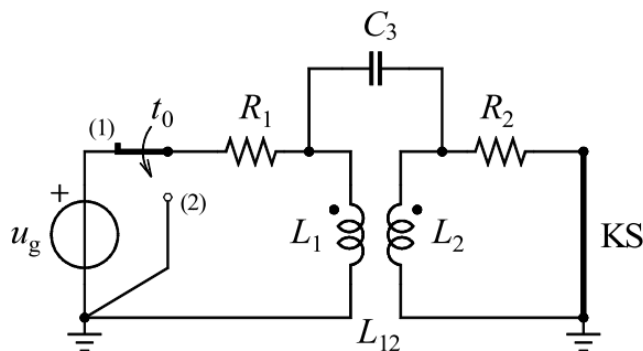
Задатак 1

Линеаран индуктиван трансформатор је симетричан, са савршеном спрегом, а индуктивност примара је L . Отпорности отпорника су R и $u_g = U$. Прекидач је у положају (1) и одзив је устаљен. У тренутку $t_0 = 0$ прекидач се пребацује у положај (2).
Одредити

(5) природне почетне услове за тренутак t_0 и ред кола за $t > t_0$,

(5) струју кратког споја за $t > t_0$ и

(5) нацртати њен график.



Природни почетни услови су

Ред кола је

Струја кратког споја је

График струје кратког споја је

Задатак (8)

Задатак 1

Вредности елемената електричног кола са слике су познате.

$$R_1 = R, R_2 = R,$$

$$R_3 = R, R_4 = 2R,$$

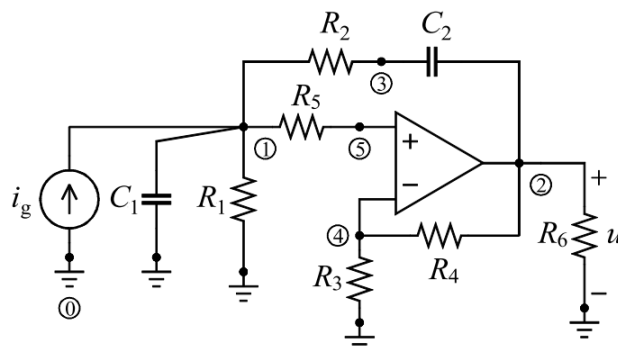
$$C_1 = C_2 = C,$$

$$i_g(t) = Q\delta(t).$$

(5) Одредити једначине стања у матричном облику и ред кола.

(5) Одредити напон u за $t > t_0$.

(5) Нацртати график напона u у функцији времена за $t > t_0$.



Једначине стања у матричном облику су

Напон u за $t > t_0$ је

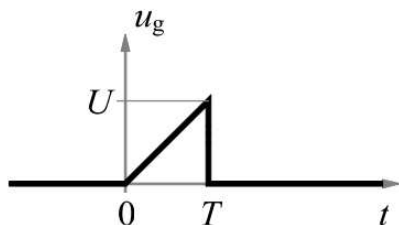
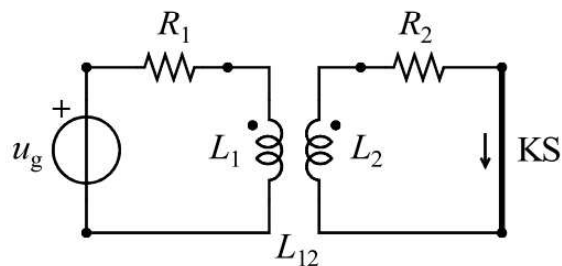
График напона u је

Задатак (9)

Задатак 2

Вредности елемената електричног кола са слике су познате. Побуда је дата на слици. Трансформатор је симетричан са савршеном спрегом. $R_1 = R_2 = R$, $L_1 = L$, $T = L/R$.

- (5) Одредити индициону функцију за струју краткоспојника KS (одскочни одзив).
- (5) Одредити струју краткоспојника KS и
- (5) нацртати њен график.



Индициона функција је

Струја краткоспојника KS је

График струје краткоспојника KS је

Задатак (10)

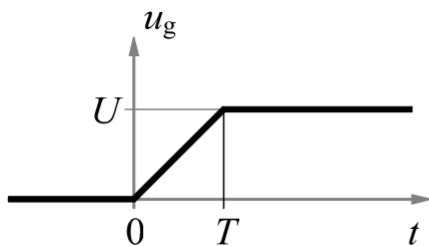
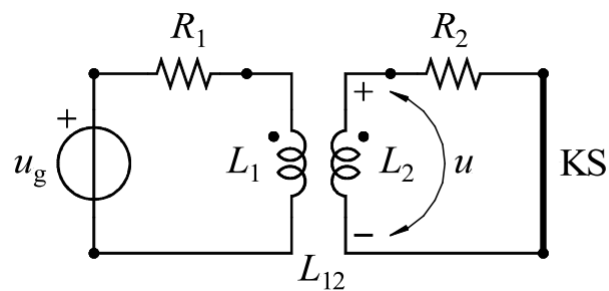
Задатак 2

Вредности елемената електричног кола са слике су познате. Побуда је дата на слици. Трансформатор је симетричан са савршеном спрегом. $R_1 = R_2 = R$, $L_1 = L$, $T = L/R$.

(5) Одредити Гринову функцију за напон секундара (импулсни одзив).

(5) Одредити напон секундара и

(5) нацртати његов график.

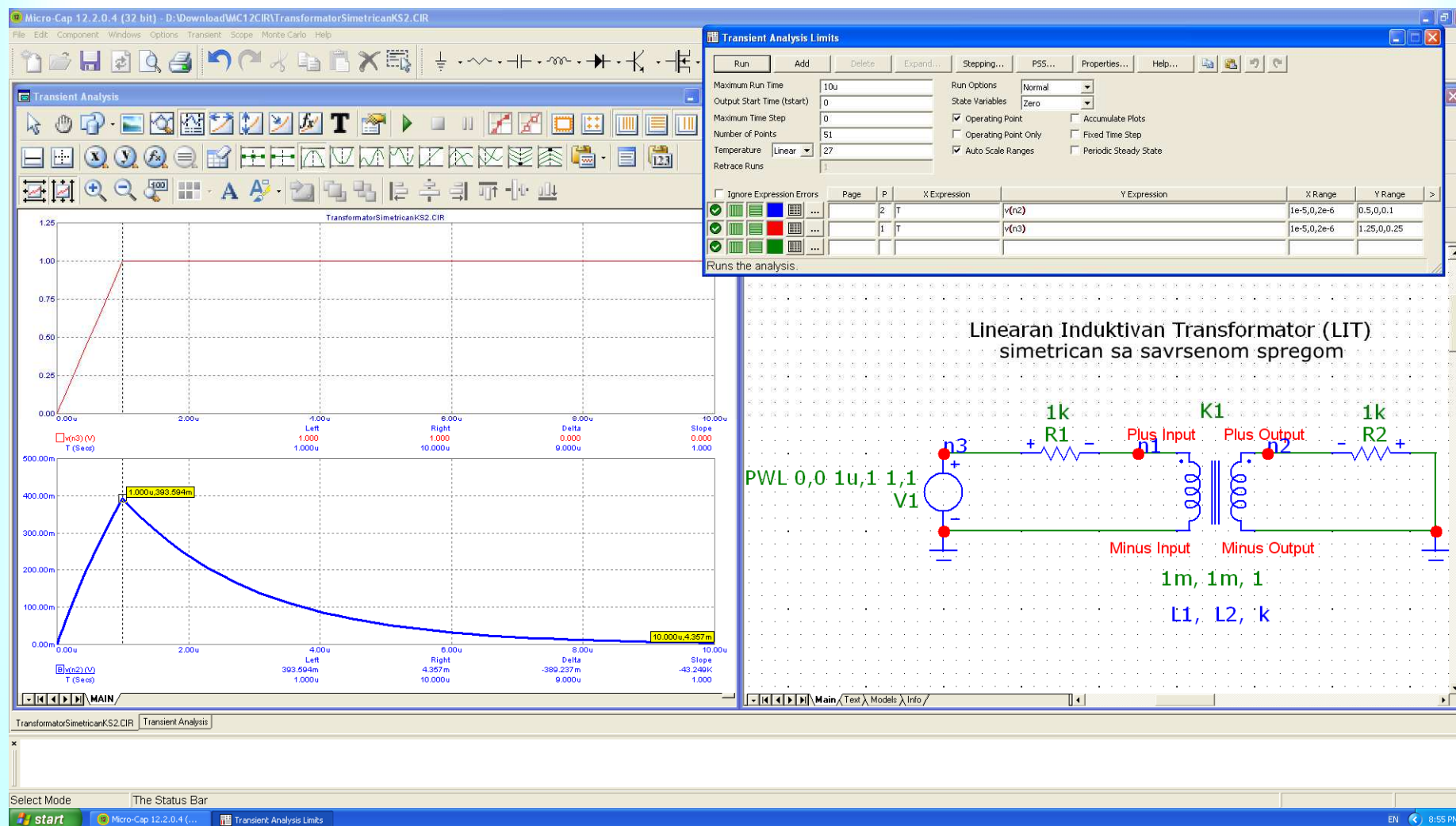


Гринова функција је

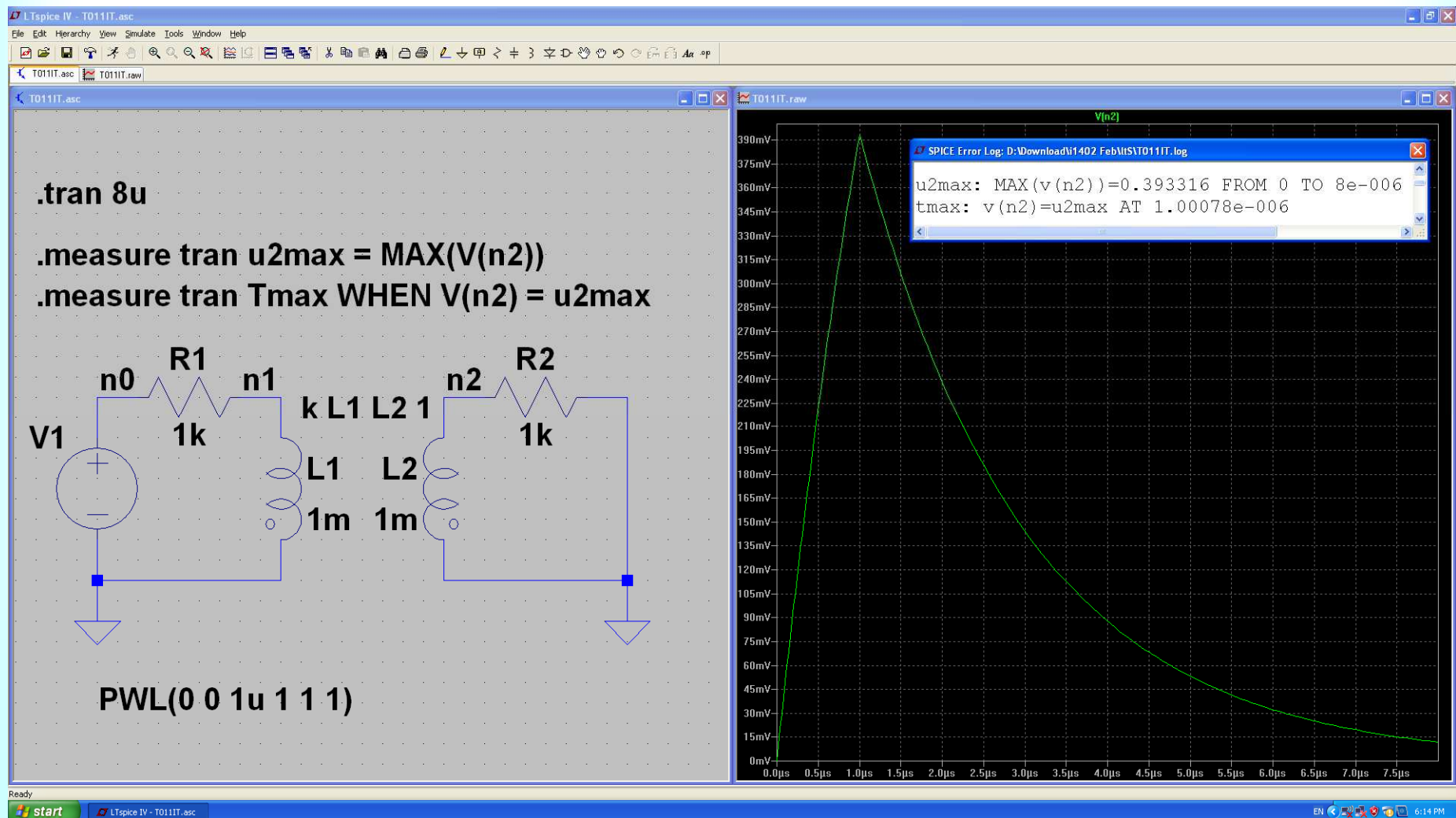
Напон секундара је

График напона секундара је

Micro-Cap: Ug, R1, LIT, R2, ks



LTspice: Ug, R1, L1, R2, ks



Задатак (11)

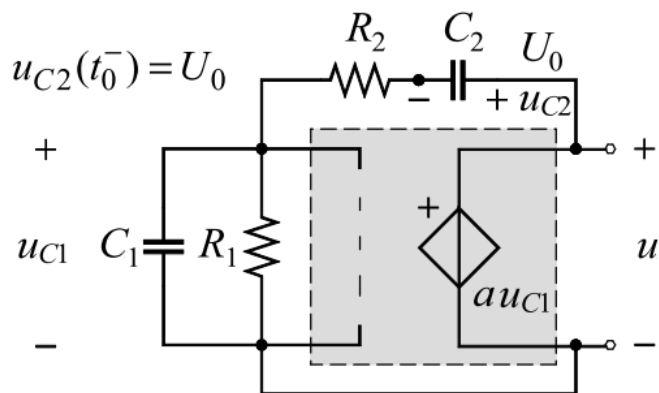
Задатак 1

Поједностављена шема осцилатора са Виновим мостом је приказана на слици и $R_1 = R_2 = R$, $a = 3$, $C_1 = C_2 = C$, $t_0 = 0$.

(5) Одредити једначине стања у матричном облику и ред кола.

(5) Одредити напон u за $t > t_0$.

(5) Нацртати график u у функцији времена за $t > t_0$. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.



Једначине стања у матричном облику и ред су

Напон u за $t > t_0$ је

График u у функцији времена за $t > t_0$ је

Задатак (12)

Задатак 1

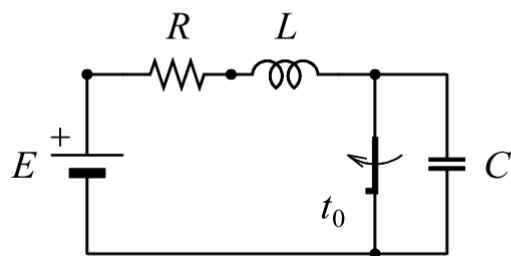
Вредности елемената електричног кола су познате. Прекидач је затворен и одзив је устаљен. У тренутку t_0 прекидач се отвара.

(5) Одредити природне почетне услове у тренутку t_0^- .

(5) Одредити тренутну вредност напона кондензатора, за $t \geq t_0$, ако је $L = CR^2$.

(5) Колика је сакупљена (акумулисана) енергија калема када $t \rightarrow +\infty$?

Разматрати општи случај $t_0 \neq 0$.



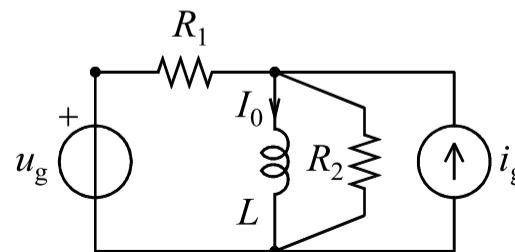
Задатак 2

Вредности елемената електричног кола су познате. $R_1 = R_2 = 2R$, $u_g(t) = U_m h(t)$, $i_g(t) = I_m \exp(-tR/L) h(t)$, $t_0 = 0$.

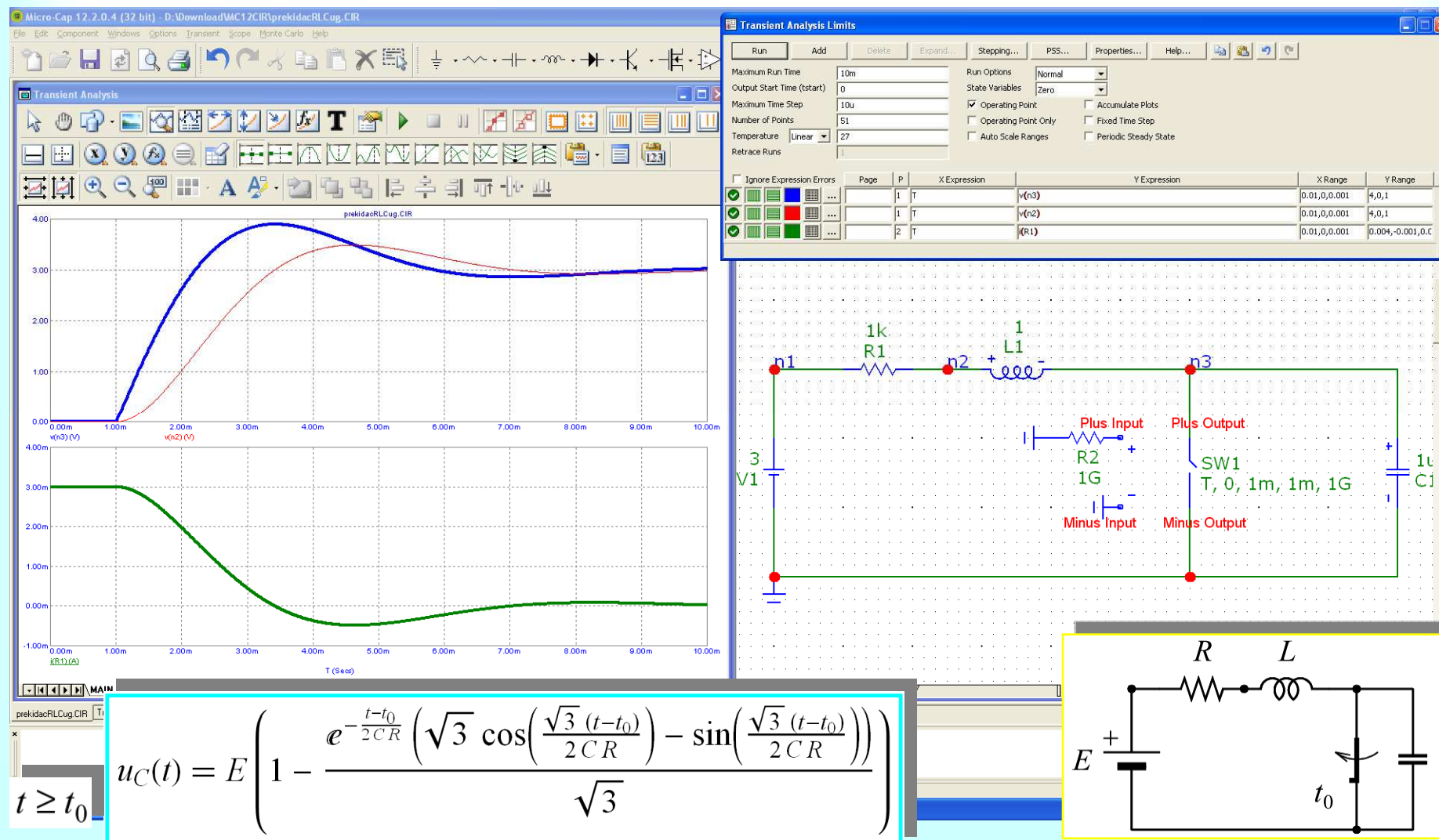
(5) Одредити струју калема за $t > t_0$.

(5) Који је ред кола?

(5) Колики је напон отпорника R_1 када $t \rightarrow \infty$?



Micro-Cap: E, R, L, t_0 , C



Задатак (13)

Задатак 2

Вредности елемената електричног кола са слике су познате. Побуда (екситација, стимулус, инпут) је

$$u_g(t) = U_m \sin(\omega t) \vartheta(t).$$

$\vartheta(t)$ је јединична одскочна функција (Хевисајдова функција) која се обележава и са $h(t)$.

Почетна струја калема и почетни напон кондензатора су

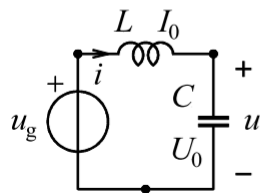
$$i(t_0^-) = I_0, \quad u(t_0^-) = U_0, \quad t_0 = 0.$$

Постоји веза параметара $C = \frac{1}{\omega^2 L}$.

(5) Одредити једначине стања у матричном облику и ред кола.

(5) Одредити напон кондензатора u и

(5) нацртати његов график у функцији времена за $t > t_0$.



Једначине стања у матричном облику и ред кола су

Напон кондензатора u је

График напона је

Задатак (14)

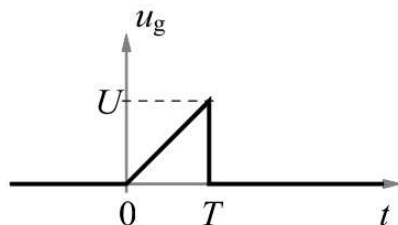
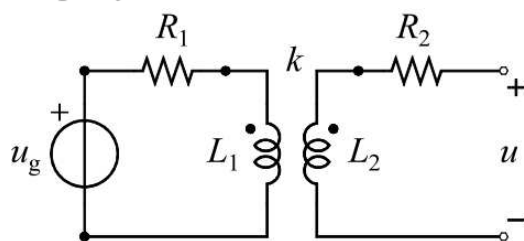
Задатак 2

Параметри електричног кола са слике су познати. Побуда је дата на слици, $T = L/R$, $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $L_1 = L$, $L_2 = 4L$, $k = 1/2$.

(5) Одредити индициону функцију за напон отвореног секундара (одскочни одзив).

(5) Одредити напон отвореног секундара и

(5) нацртати његов график. Обележити осе графика, координатни почетак, пресеке и додире графика са осама, и тачке екстремума.

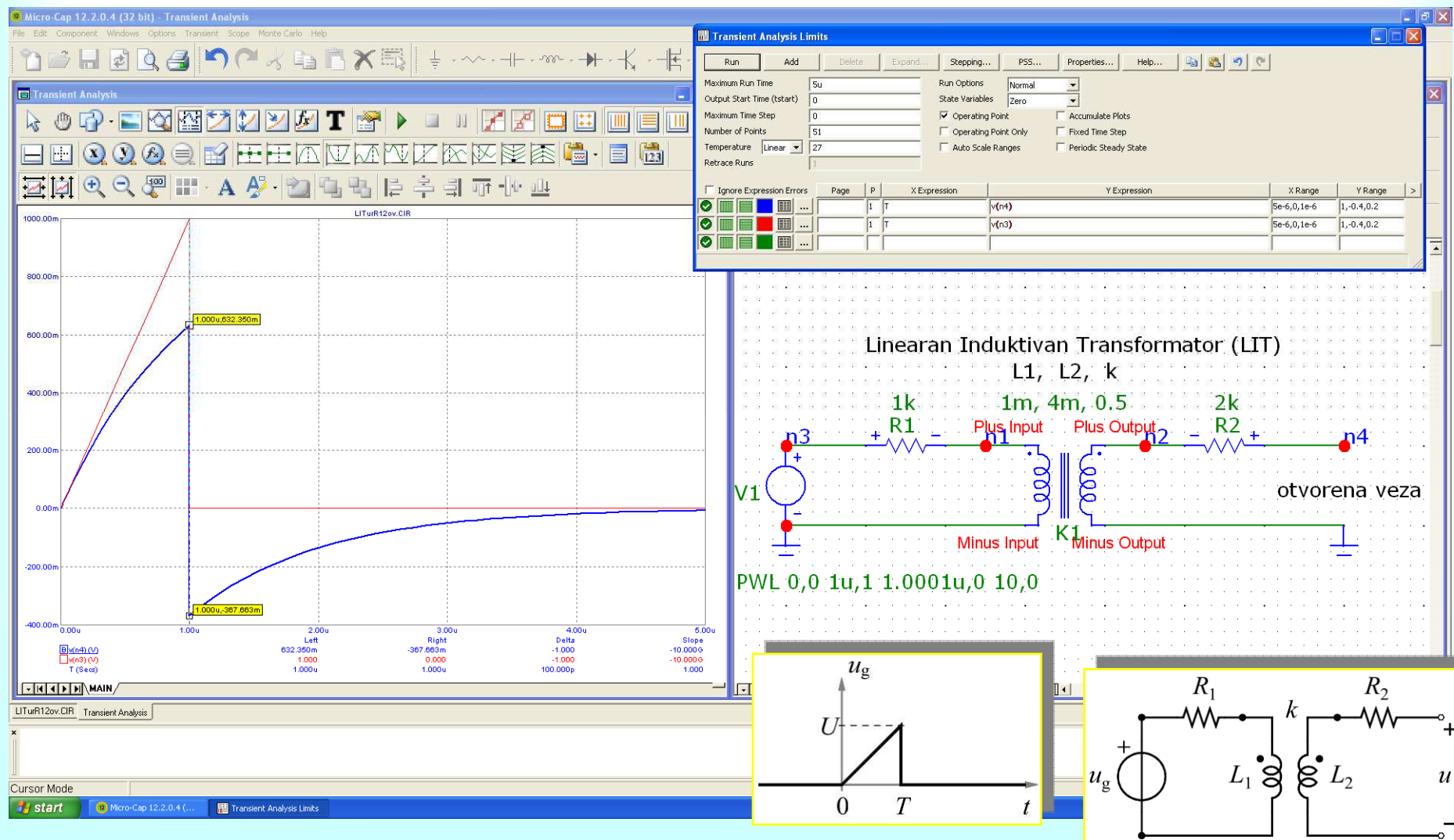


Индициона функција (одскочни одзив) је

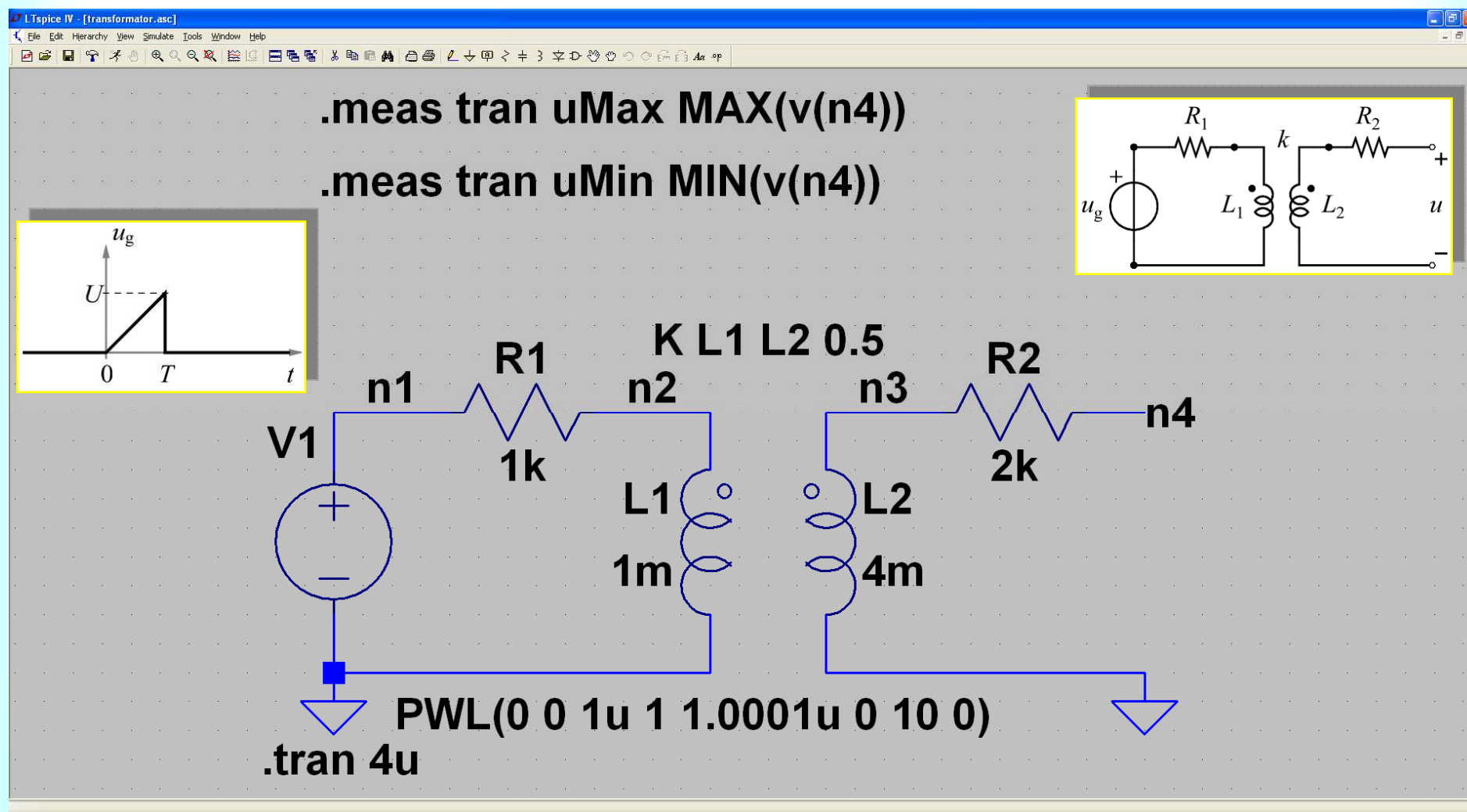
Напон отвореног секундара је

График напона отвореног секундара је

Micro-Cap: Ug, R1, LIT, R2, ov



LTspice : Ug, R1, L1, R2, ov



View > SPICE netlist

The screenshot displays the LTspice IV interface with a circuit diagram and its corresponding SPICE netlist.

Circuit Diagram:

- A voltage source **V1** is connected to node **n1**.
- Node **n1** is connected to a resistor **R1** (1k) and node **n2**.
- Node **n2** is connected to an inductor **L1** (1m) and node **n3**.
- Node **n3** is connected to a resistor **R2** (2k) and node **n4**.
- Node **n4** is connected to an inductor **L2** (4m) and node **n3**.
- The circuit is completed by a transformer core **K** with coupling coefficient **0.5** between **L1** and **L2**.
- The ground reference is connected to node **n1** and node **n4**.

SPICE Netlist:

```
* D:\Download\k2015\LTs\transformator.asc
V1 n1 0 PWL(0 0 1u 1 1.0001u 0 10 0)
R1 n2 n1 1k
R2 n4 n3 2k
L1 0 n2 1m
L2 0 n3 4m
K L1 L2 0.5
.tran 4u
.meas tran uMax MAX(v(n4))
.meas tran uMin MIN(v(n4))
.backanno
.end
```

Simulation Command:

```
.meas tran uMax MAX(v(n4))
.meas tran uMin MIN(v(n4))
.tran 4u
```

S – SPICE directive

The screenshot displays the LTspice IV interface with a circuit schematic and the SPICE Directive menu open. The circuit includes two resistors, R1 (1k) and R2 (2k), and two inductors, L1 (1m) and L2 (4m), connected in a series configuration. The nodes are labeled n2, n3, and n4. The SPICE Directive menu is open, showing options for Text, SPICE Directive, and SPICE Analysis. The SPICE Directive option is highlighted, and a red arrow points to it. The SPICE Directive dialog box is also open, showing the text 'K L1 L2 0.5' and the 'SPICE directive' option selected. The circuit schematic shows the following components and values:

- R1: 1k
- L1: 1m
- L2: 4m
- R2: 2k

The SPICE Directive menu is open, showing the following options:

- Text (T)
- SPICE Directive (S)
- SPICE Analysis
- Resistor (R)
- Capacitor (C)
- Inductor (L)
- Diode (D)
- Component (F2)
- Rotate (Ctrl+R)
- Mirror (Ctrl+E)
- Draw Wire (F3)
- Label Net (F4)
- Place GND (G)
- Place BUS tap
- Delete (F5)
- Duplicate (F6)
- Move (F7)
- Paste
- Drag (F8)

The SPICE Directive dialog box is open, showing the text 'K L1 L2 0.5' and the 'SPICE directive' option selected. The dialog box also includes options for Justification (Left) and Font Size (1.5(default)).

The circuit schematic shows the following components and values:

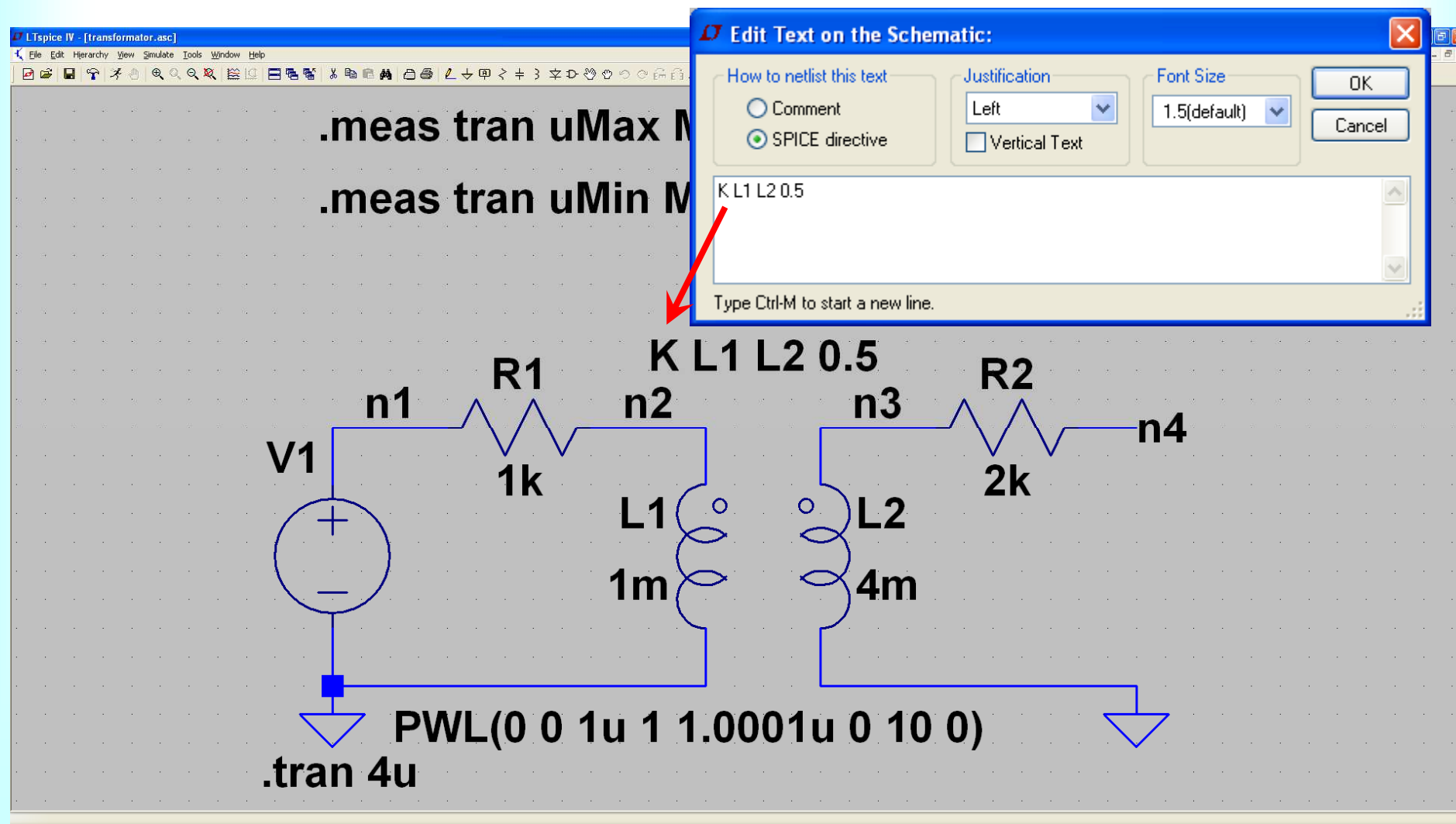
- R1: 1k
- L1: 1m
- L2: 4m
- R2: 2k

The SPICE Directive menu is open, showing the following options:

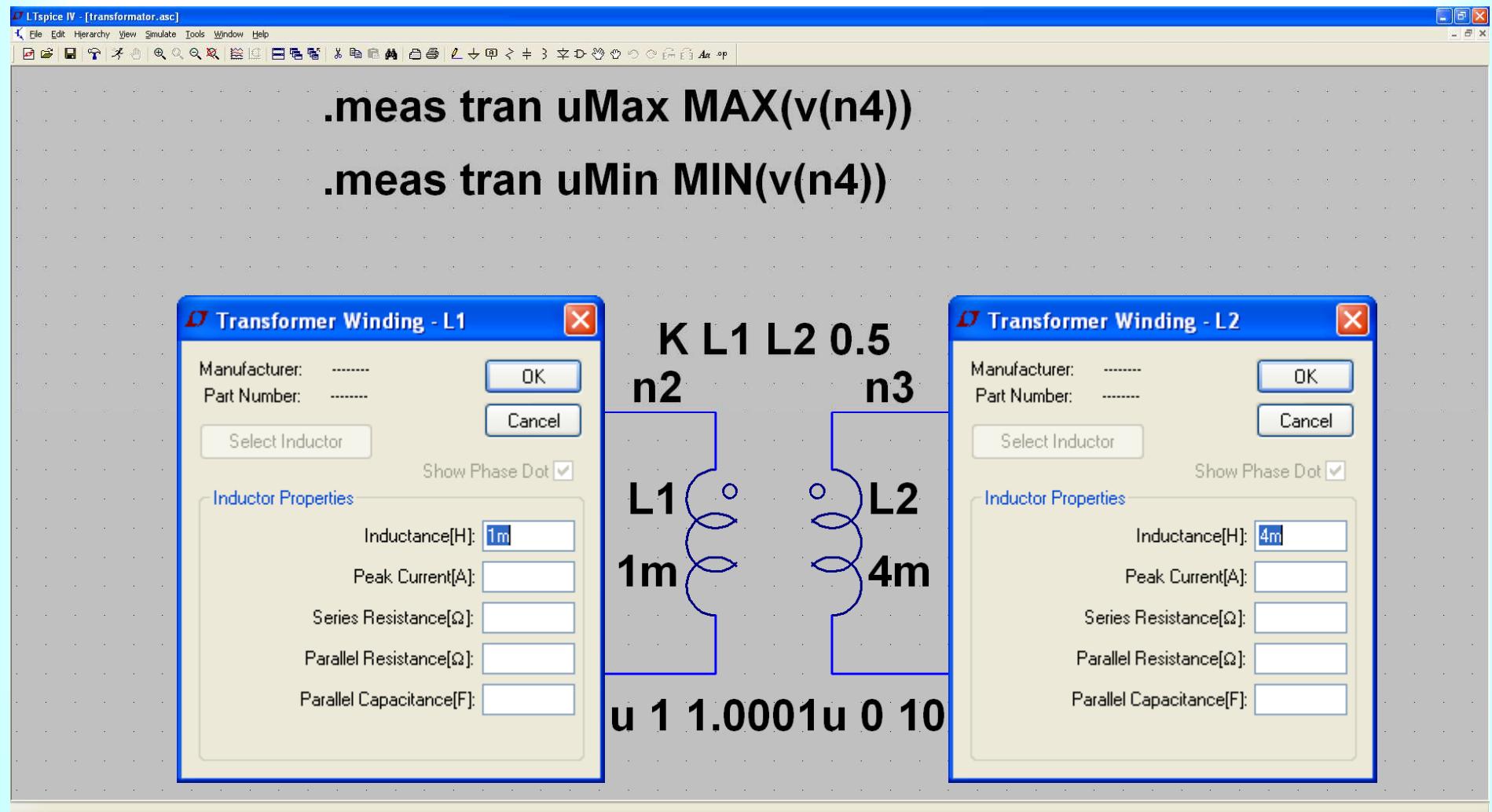
- Text (T)
- SPICE Directive (S)
- SPICE Analysis
- Resistor (R)
- Capacitor (C)
- Inductor (L)
- Diode (D)
- Component (F2)
- Rotate (Ctrl+R)
- Mirror (Ctrl+E)
- Draw Wire (F3)
- Label Net (F4)
- Place GND (G)
- Place BUS tap
- Delete (F5)
- Duplicate (F6)
- Move (F7)
- Paste
- Drag (F8)

The SPICE Directive dialog box is open, showing the text 'K L1 L2 0.5' and the 'SPICE directive' option selected. The dialog box also includes options for Justification (Left) and Font Size (1.5(default)).

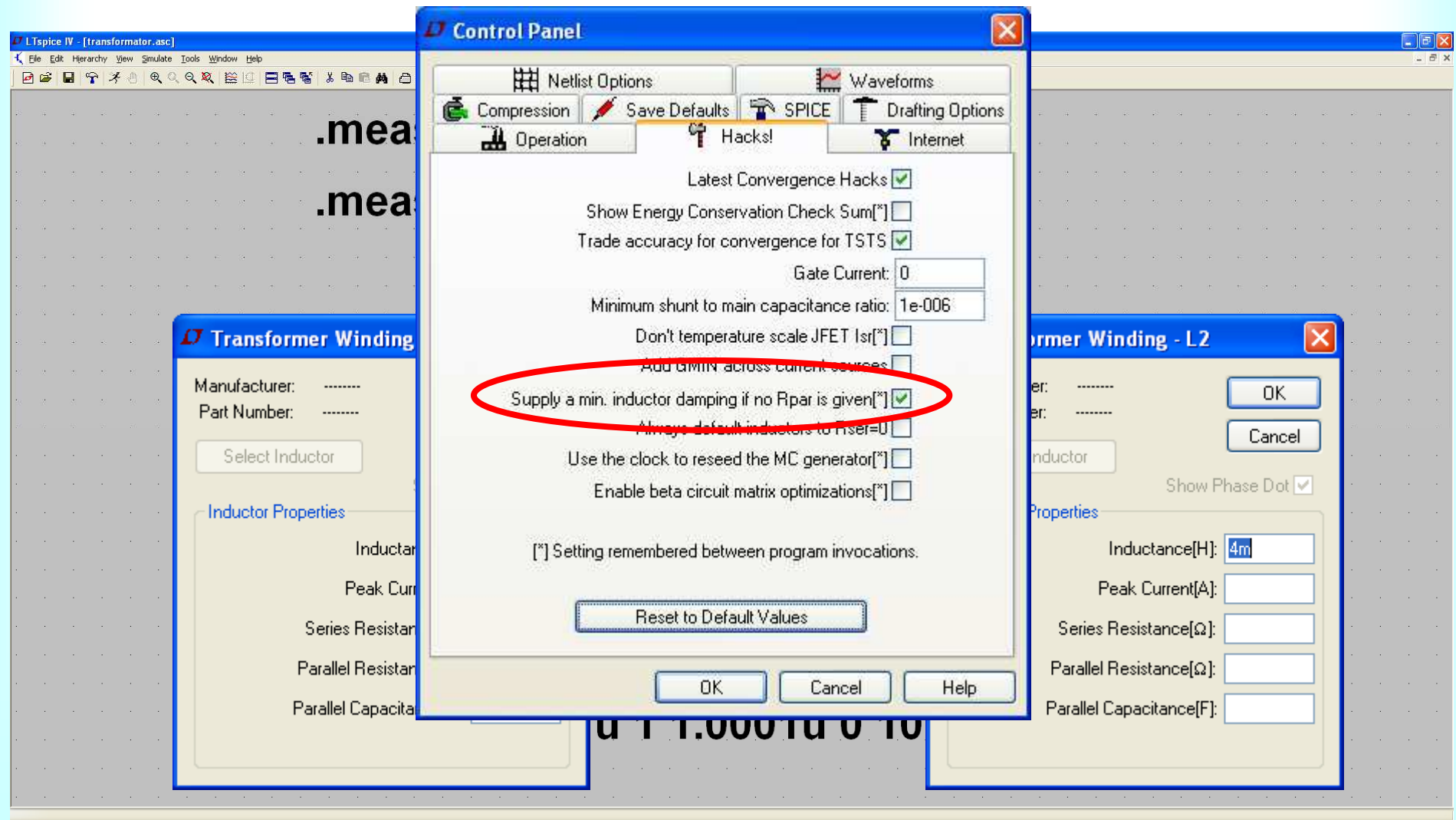
K – coupling



RClick L



Minimum inductor damping



V – voltage source

The image shows the LTspice IV interface with a circuit diagram and a dialog box for configuring an Independent Voltage Source (V1).

Functions:

- ☐ (none)
- ☐ PULSE(V1 V2 Tdelay Trise Tfall Ton Period Ncycles)
- ☐ SINE(Voffset Vamp Freq Td Theta Phi Ncycles)
- ☐ EXP(V1 V2 Td1 Tau1 Td2 Tau2)
- ☐ SFFM(Voff Vamp Fcar MDI Fsig)
- ☒ PWL(t1 v1 t2 v2...)
- ☐ PWL FILE: Browse

DC Value:

DC value:

Make this information visible on schematic: ☒

Small signal AC analysis[AC]:

AC Amplitude:

AC Phase:

Make this information visible on schematic: ☒

Parasitic Properties:

Series Resistance[Ω]:

Parallel Capacitance[F]:

Make this information visible on schematic: ☒

Additional PWL Points:

time1[s]	value1[V]	time2[s]	value2[V]	time3[s]	value3[V]	time4[s]	value4[V]
0	0	1u	1	1.0001u	0	10	0

Make this information visible on schematic: ☒

Buttons: Cancel, OK

Circuit Diagram:

A voltage source V1 is connected to a node n1. The source is represented by a circle with a '+' sign at the top and a '-' sign at the bottom. The node n1 is connected to a ground symbol (a triangle pointing down).

Graph:

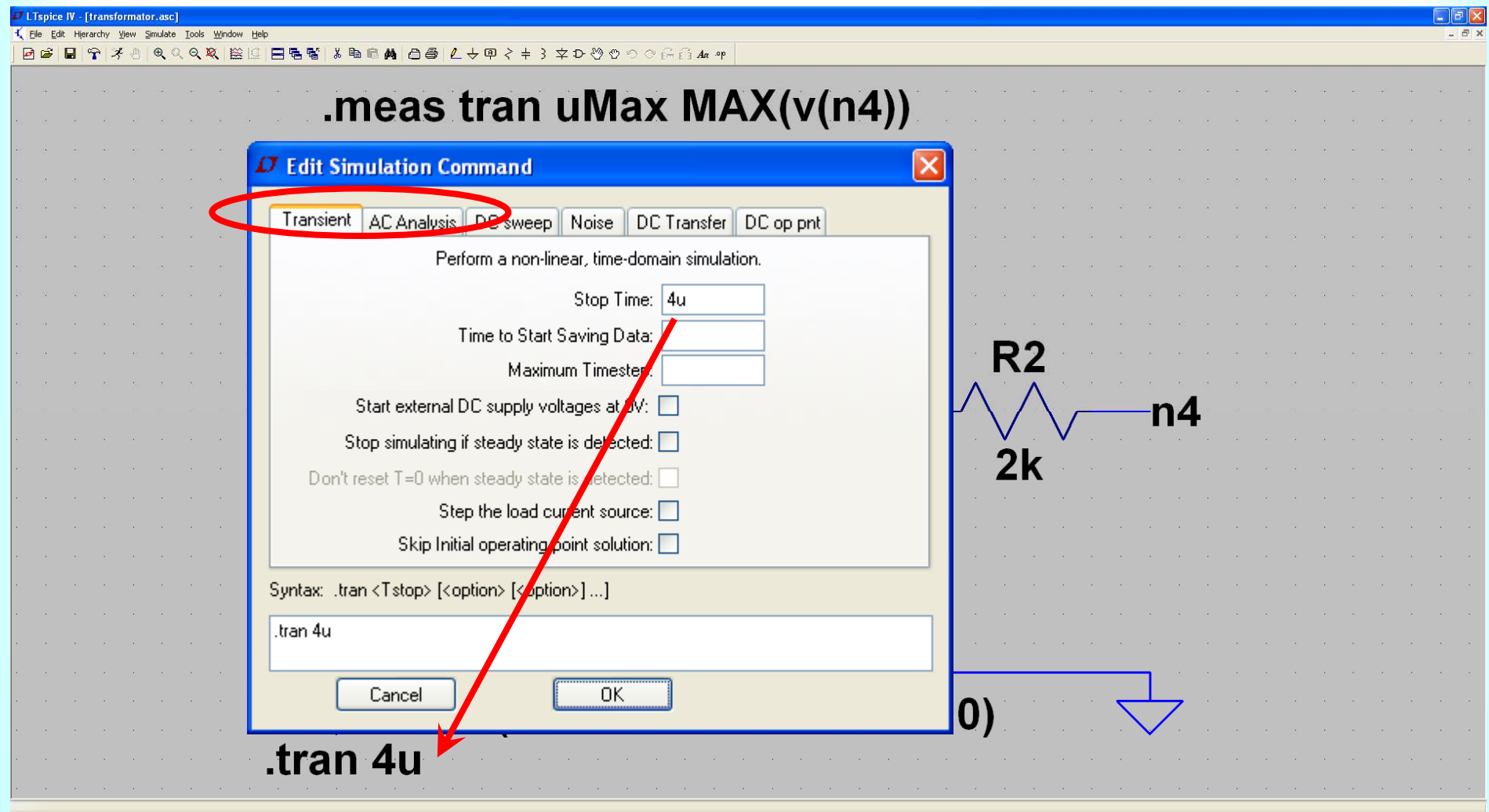
A graph showing voltage u_g versus time t . The voltage starts at 0 at $t=0$, rises linearly to a value U at time T , and then remains constant at U until $t=T$. The graph is labeled u_g and t .

Command Line:

`.tran 4u`

`PWL(0 0 1u 1 1.0001u 0 10 0)`

Simulation > Transient



Transformer Winding - L1

Manufacturer: OK

Part Number: Cancel

Select Inductor

Show Phase Dot ☒

Inductor Properties

Inductance[H]:

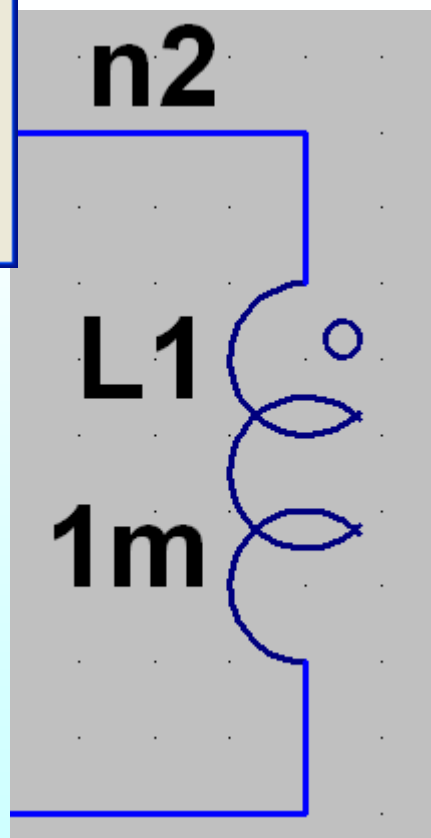
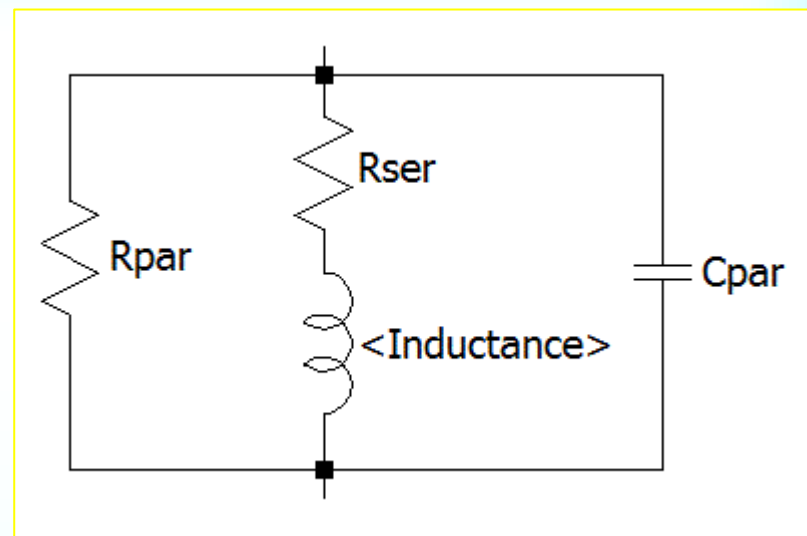
Peak Current[A]:

Series Resistance[Ω]:

Parallel Resistance[Ω]:

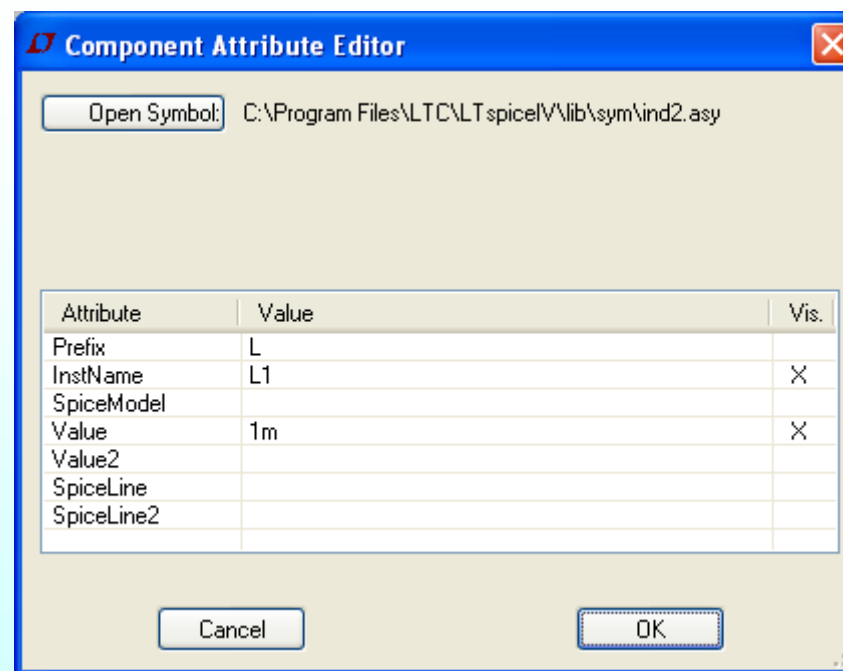
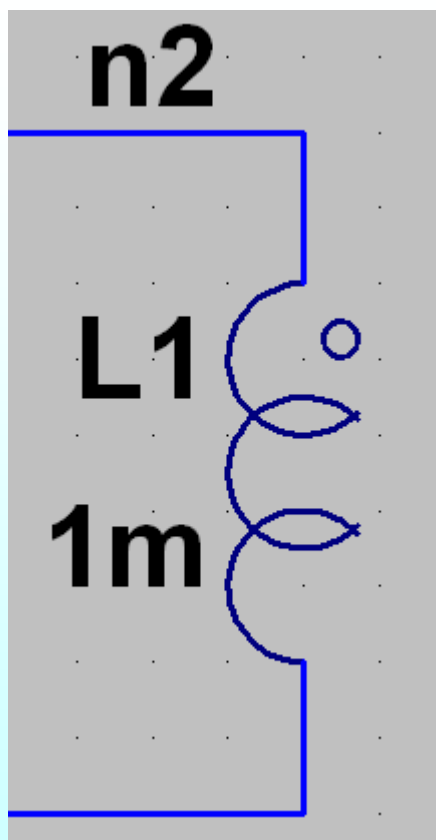
Parallel Capacitance[F]:

L



Name	Description
Rser	Equivalent series resistance
Rpar	Equivalent parallel resistance
Cpar	Equivalent parallel capacitance
m	Number of parallel units
ic	Initial current(used only if uic flagged on the .tran card)
tcl	Linear inductance temperature coeff.
Tcl	Quadratic inductance temperature coeff.
temp	Instance temp

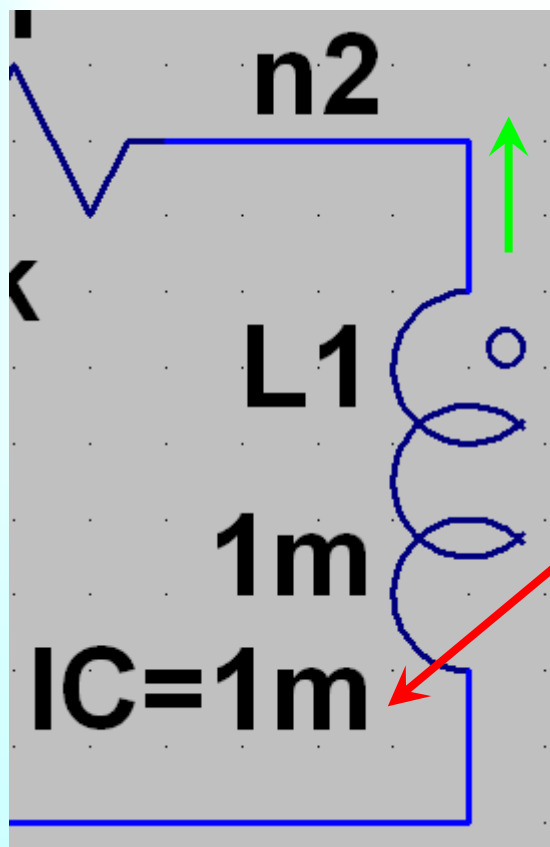
$I_0 = 0$, Initial Condition, IC



У овом задатку се **не** помиње почетна енергија па сматрамо да су сви природни почетни услови, напони кондензатора и струје калемова у тренутку t -нула-минус, **једнаки нули**.

Ако би била задата **почетна енергија**, на пример као почетна струја калема примара L1, онда би је задали у опису калема примара (**IC=pocetnaStruja**) а према упоредном смеру из текстуалног опис кола (**netlist**).

$I_0 = 1 \text{ mA}$, Initial Condition, IC



```
SPICE Netlist: D:\Download\k2015\LTs\transformator.net

* D:\Download\k2015\LTs\transformator.net
V1 n1 0 PWL(0 0 1u 1 1.0001u 0 10 0)
R1 n2 n1 1k
R2 n4 n3 2k
L1 0 n2 1m IC=1m
L2 0 n3 4m
K L1 L2 0.5
.tran 4u
.meas tran
.meas tran
.backanno
.end
```

Component Attribute Editor

Open Symbol: C:\Program Files\LTC\LTspice\lib\sym\ind2.asy

Attribute	Value	Vis.
Prefix	L	
InstName	L1	X
SpiceModel		
Value	1m	X
Value2		
SpiceLine	IC=1m	X
SpiceLine2		

Cancel OK

MEAS (Ctrl+L)

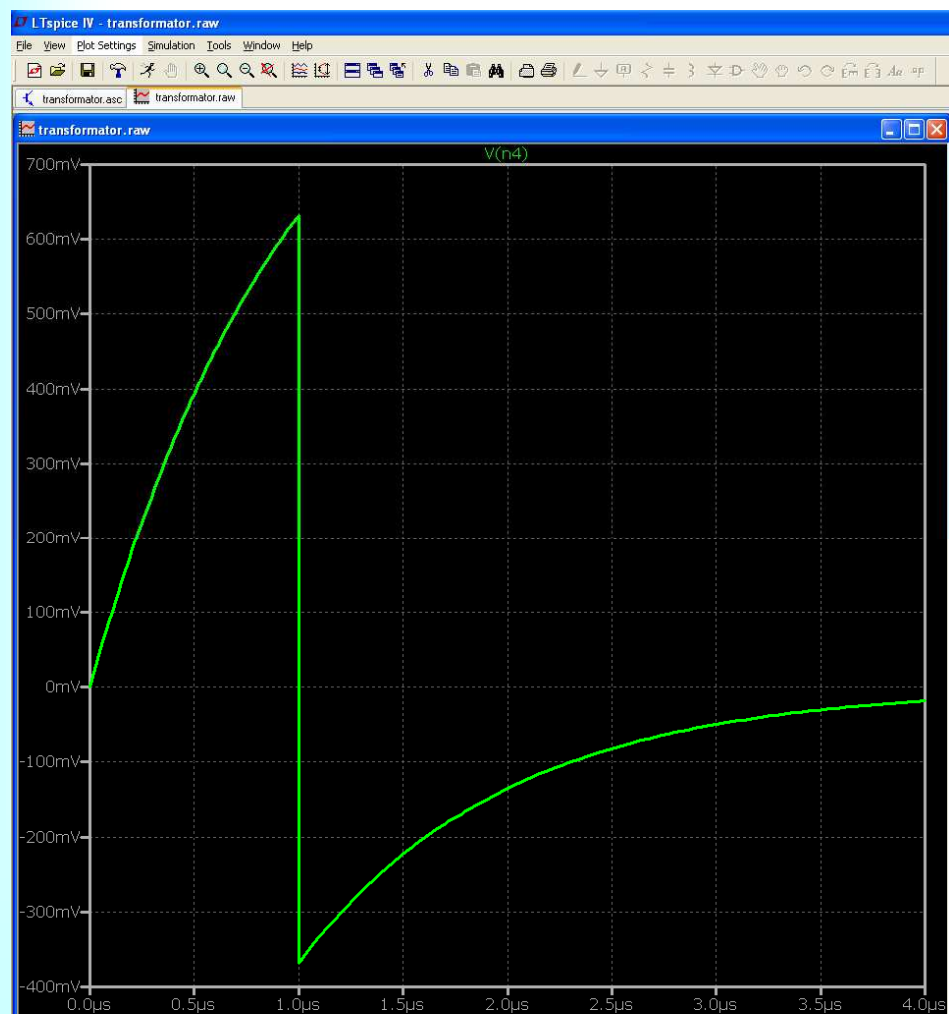
The screenshot displays the LTspice IV interface. The main workspace shows a circuit diagram with a voltage source v_1 connected to a series combination of a resistor R_1 and an inductor L_1 . The inductor L_1 is labeled with a value of 0.5 and is connected to a node labeled n_4 . A second resistor R_2 is connected between node n_3 and node n_4 . The circuit is also labeled with nodes $n1$, $n2$, and $n3$. Above the circuit, the following SPICE commands are entered:

```
.meas tran uMax MAX(v(n4))  
.meas tran uMin MIN(v(n4))
```

A SPICE Error Log window is open in the foreground, showing the results of the simulation:

```
SPICE Error Log: D:\Download\k2015\Ts\transformator.log  
  
umax: MAX(v(n4))=0.63212 FROM 0 TO 4e-006  
umin: MIN(v(n4))=-0.367852 FROM 0 TO 4e-006  
  
Date: Sun Oct 25 16:28:41 2015  
Total elapsed time: 0.125 seconds.
```

Plot (Waveform)



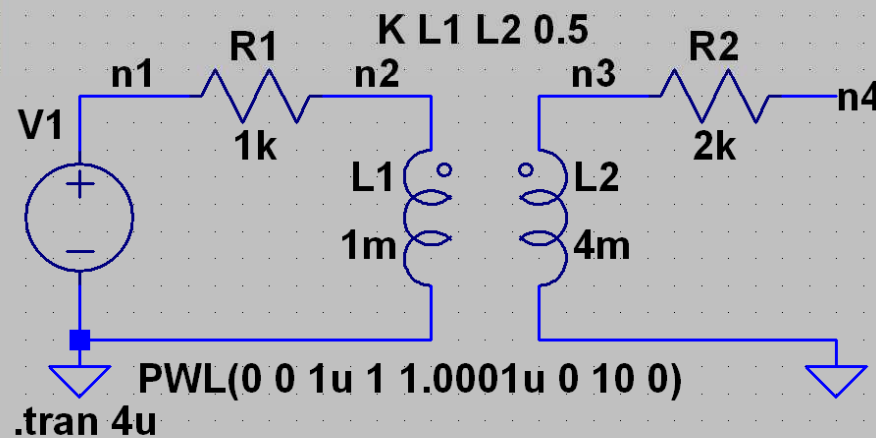
SPICE Error Log: D:\Download\k2015\LTs\transformator.log

umax: MAX(v(n4))=0.63212 FROM 0 TO 4e-006
umin: MIN(v(n4))=-0.367852 FROM 0 TO 4e-006

Date: Sun Oct 25 16:28:41 2015
Total elapsed time: 0.125 seconds.

.meas tran uMax MAX(v(n4))

.meas tran uMin MIN(v(n4))



x = 3.878µs y = 719.69mV

Jean-Marie Constant Duhamel

1797-1872



Математичар и физичар. Одређивао је одзив система интегралом који садржи побуду и одскочни или импулсни одзив (Диамелови интеграли, конволуциони и суперпозициони интеграли). Рођен у Saint-Malo, Француска.