

Primeri rešavanja električnih kola u programskom paketu **Matlab** (toolboxes: **Simulink & SimPowerSystems**)

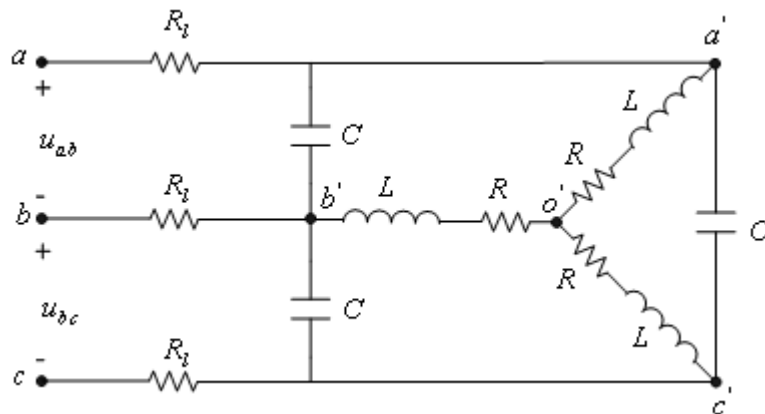
Zadatak 1

Na slici je prikazana uravnotežena trofazna mreža. Poznate su otpornosti linijskih provodnika, R_l , kao i parametri prijemnika (elektromotora) vezanog u zvezdu: R i L . Mreža se napaja linijskim naponima koji obrazuju simetričan direktan sistem prvog reda efektivne vrednosti U i frekvencije $f = \omega / 2\pi$.

Odrediti:

- a) Kapacitivnosti kondenzatora C , koje treba vezati u trougao na krajevima prijemnika, kako bi faktor snage mreže bio maksimalan,
- b) aktivnu snagu mreže i prijemnika, pri ispunjenom uslovu pod a),
- c) fazorski dijagram napona mreže pri ispunjenom uslovu pod a).

Brojne vrednosti: $U = 380 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R_l = 3 \Omega$, $R = 20 \Omega$, $L = 50 \text{ mH}$.



Slika 1.1

Rešenje:

- a) Zvezdu prijemnika sa impedansama

$$\underline{Z}_{pY} = R + jX,$$

možemo transfigurisati u ekvivalentni trougao, sa impedansama

$$\underline{Z}_{p\Delta} = 3\underline{Z}_{pY} = 3R + j3X,$$

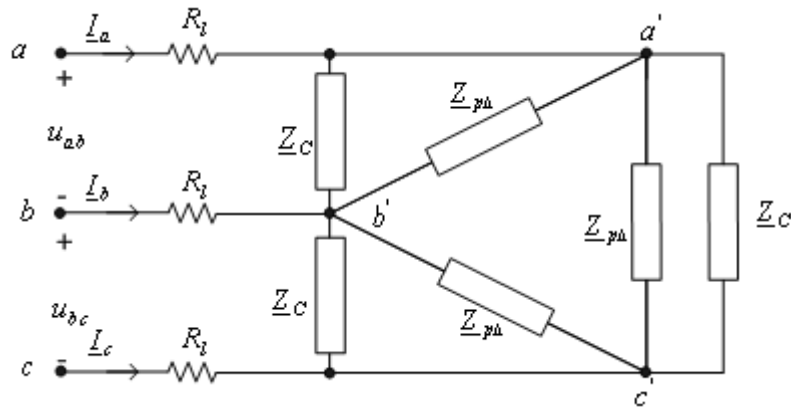
tako da dobijemo mrežu kao na slici 1.2. Paralelna veza ovih impedansi i impedansi kondenzatora,

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = jX_C, \quad X_C = -\frac{1}{C\omega},$$

obrazuje ekvivalentnu vezu u trougao, sa impedansama

$$\underline{Z}'_{\Delta} = \underline{Z}_C \parallel \underline{Z}_{p\Delta} = \frac{jX_C(3R + j3X)}{3R + j(3X + X_C)}.$$

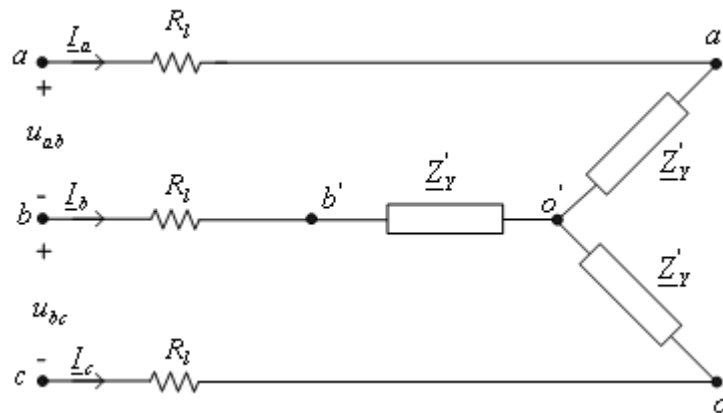
OG 2PRK Praktikum iz računarske analize kola



Slika 1.2

Ova veza se, dalje, može transformisati u ekvivalentnu zvezdu, kao na slici 1.3, sa impedansama

$$\underline{Z}'_Y = \frac{1}{3} \underline{Z}'_{\Delta}.$$



Slika 1.3

Time je cela mreža sa slike 1.1 svedena na ekvivalentnu simetričnu zvezdu sa impedansama

$$\underline{Z}_Y = R_l + \underline{Z}'_Y.$$

Kompleksna snaga uravnotežene trofazne mreže jednaka je trostrukoj vrednosti kompleksne snage jedne faze

$$\underline{S} = 3 \underline{U}_a \underline{I}_a^* = P + jQ,$$

gde za simetričan direktan sistem linijskih napona važi,

$$\underline{U}_a = \frac{\underline{U}_{ab}}{1 - a^2}.$$

Ova snaga se može predstaviti i u obliku:

$$\underline{S} = 3 \underline{Z}_Y \underline{I}_a^2 = 3 \underline{U}_a^2 / \underline{Z}_Y^*, \text{ gde je } \underline{Z}_Y = \frac{\underline{U}_a}{\underline{I}_a}.$$

Faktor snage mreže je

$$k_p = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}.$$

On će biti maksimalan u slučaju da reaktivna snaga jednaka nuli, a to je ispunjeno kada je

$$\text{Im}\{\underline{Z}_Y\} = 0 \Rightarrow X_C = -\frac{3(R^2 + X^2)}{X} \Rightarrow C = \frac{L}{2Z_{pY}^2}, \quad Z_{pY}^2 = R^2 + X^2, \quad X = L\omega.$$

OG 2PRK Praktikum iz računarske analize kola

b) Pri ispunjeno uslovu pod a) mreža ima rezistivan karakter. Impedanse ekvivalentne zvezde su

$$\underline{Z}_Y = R_l + R_Y', \quad R_Y' = \operatorname{Re}\{\underline{Z}_Y'\} = \frac{RX_C^2}{(3R)^2 + (3X + X_C)^2} = \frac{|Z_{pY}^2|}{R}.$$

Kompleksna snaga ukupne mreže je

$$\underline{S} = 3\underline{U}_a \underline{I}_a^* = 3\underline{Z}_Y I_a^2 = 3U_a^2 / \underline{Z}_Y^*,$$

što u ovom slučaju ima čisto realnu vrednost:

$$\underline{S} = 3(R_l + R_Y') I_a^2 = 3U_a^2 / (R_l + R_Y'),$$

a to znači da je reč o aktivnoj snazi mreže. Na osnovu veze faznih i linijskih napona uravnoteženog kola, za direktan sistem prvog reda:

$$\underline{U}_{ab} = (1 - \underline{a}^2) \underline{U}_a e^{j\pi/6}, \text{ dobija se } \underline{S} = P = 3 \frac{(U_{ab} / \sqrt{3})^2}{R_l + R_Y'}, \quad U_{ab} = U.$$

Kompleksna snaga prijemnika (sa kondenzatorima) je:

$$\underline{S}' = 3\underline{U}_a' \underline{I}_a'^* = 3\underline{Z}_Y' I_a'^2 = 3U_a'^2 / \underline{Z}_Y'^*,$$

gde \underline{U}_a' označava kompleksan fazni napon, $\underline{U}_a' = \frac{R_Y'}{R_l + R_Y'} \frac{U_{ab}}{(1 - \underline{a}^2)} \Rightarrow \underline{S}' = P' = \frac{R_Y' U^2}{(R_l + R_Y')^2}.$

Aktivna snaga samog prijemnika (bez kondenzatora) jednaka je: $P_p = P'.$

c) Ako se napon \underline{U}_{ab} postavi na faznu osu, tj. ako je

$$\underline{U}_{ab} = U, \quad \underline{U}_{bc} = \underline{a}^2 U, \quad \underline{U}_{ca} = \underline{a} U,$$

tada naponi faza ukupne mreže imaju sledeće vrednosti

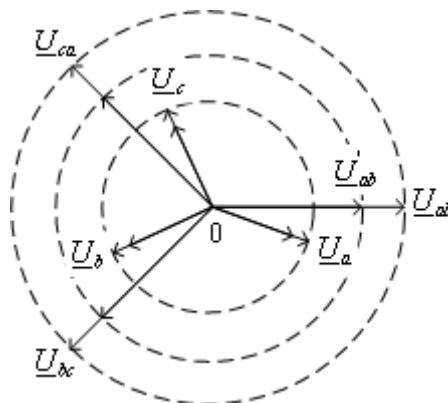
$$\underline{U}_a = \frac{\underline{U}_{ab}}{1 - \underline{a}^2} \frac{U}{\sqrt{3}} e^{-j\pi/6}, \quad \underline{U}_b = \underline{a}^2 \underline{U}_a, \quad \underline{U}_c = \underline{a} \underline{U}_a$$

dok su fazni naponi prijemnika:

$$\underline{U}_a' = \frac{R_Y'}{R_l + R_Y'} \underline{U}_a, \quad \underline{U}_b' = \underline{a}^2 \underline{U}_a', \quad \underline{U}_c' = \underline{a} \underline{U}_a',$$

a linijski:

$$\underline{U}_{ab}' = (1 - \underline{a}^2) \underline{U}_a' = \sqrt{3} \underline{U}_a' e^{j\pi/6} = \frac{R_Y'}{R_l + R_Y'} \underline{U}_{ab}, \quad \underline{U}_{bc}' = \underline{a}^2 \underline{U}_{ab}', \quad \underline{U}_{ca}' = \underline{a} \underline{U}_{ab}'.$$



Slika 1.4 Fazorski diagram linijskih i faznih napona mreže i prijemnika

Simulacija u Matlabu:

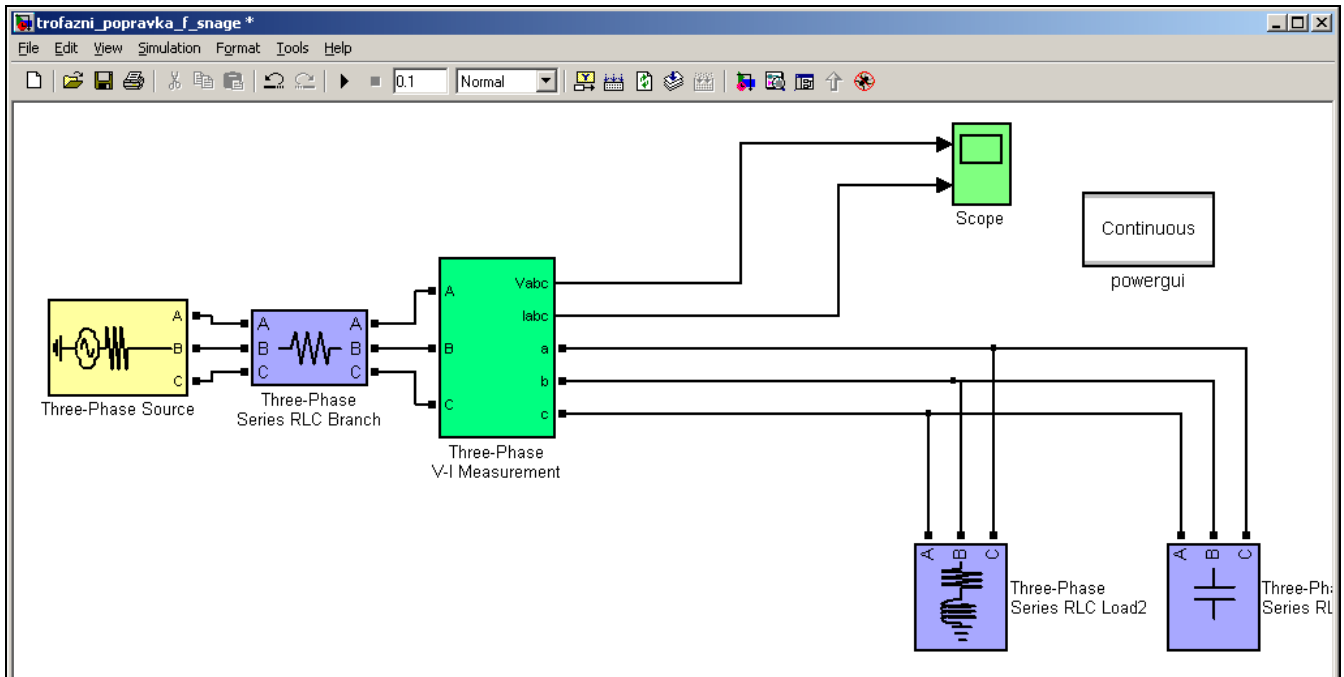
Brojne vrednosti uzete pri simulaciji: $U = 380\text{ V}$, $f = 50\text{ Hz}$, $R_l = 3\ \Omega$, $R = 20\ \Omega$, $L = 50\text{ mH}$.

1. Dobija se da je:

$$C = 25.78\ \mu\text{F}, P \cong 4.088\text{ kW}, P' \cong 0.915 P, U_{ab} = U = 380\text{ V}, U'_{ab} \cong 347.7\text{ V}, U_a \cong 220\text{ V}, U'_a \cong 201.3\text{ V}.$$

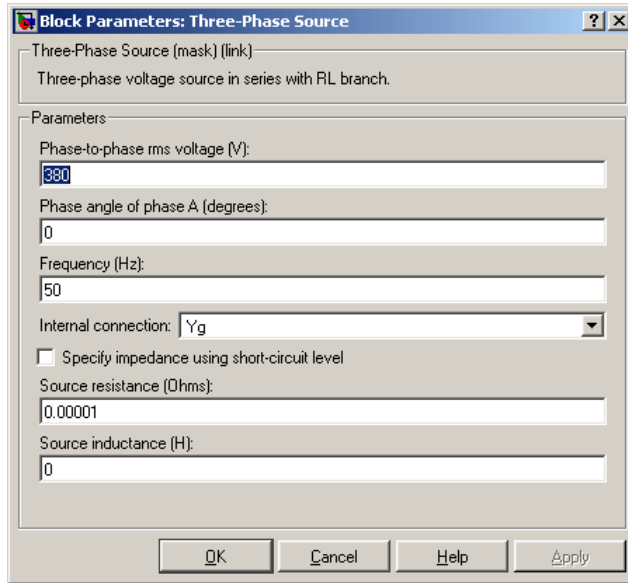
2. Formiranje električnog kola pomoću blokova iz biblioteke **Simulink & Powerlib**:

- Electrical Sources → **Three-Phase Source**
- Elements → **Three-Phase Series RLC Branch**
→ **Three-Phase Series RLC Load**
- Measurements → **Three-Phase V-I Measurement**
- Sinks → **Scope**
- **Powergui**



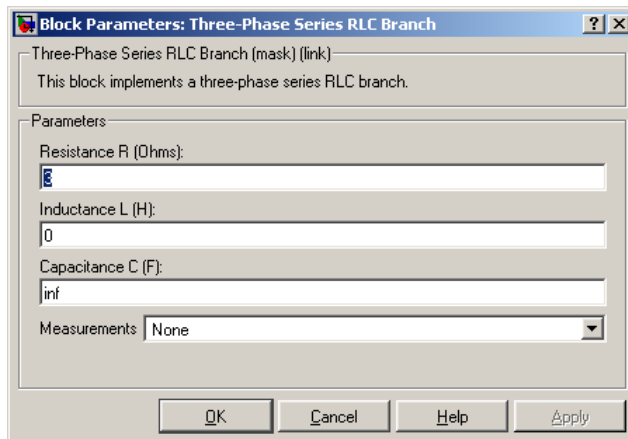
3. Podešavanje parametara simulacije i vrednosti elemenata:

➤ *Three-Phase Source*



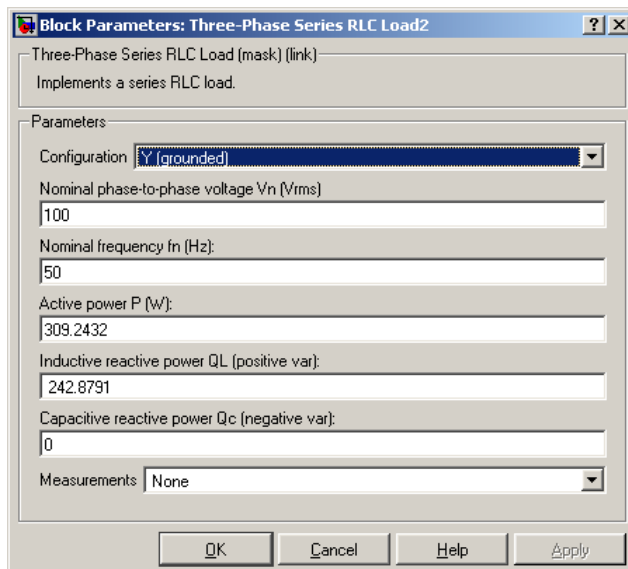
- Međufazni (linijski) napon → *efektivna* vrednost
 - Početna faza generatora e_a
 - Frekvencija
 - Međusobna veza generatora: Y, Y_g, Y_n
 - Unutrašnja impedansa generatora
- Simetričan direktan sistem prvog reda!!!*

➤ *Three-Phase Series RLC Branch* → R, L, C



$$R = 3\Omega, \quad L = 0, \quad C = \text{inf}$$

➤ *Three-Phase Series RLC Load*



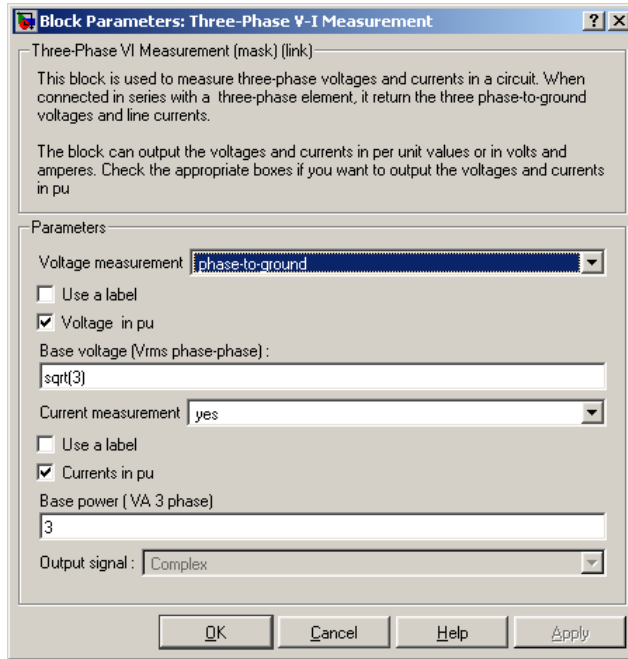
- Načini vezivanja trofaznog prijemnika: Y, Y_g, Y_n, Δ
- V_n nominalni napon
- Nominalna frekvencija
- P, Q_L, Q_C - aktivna snaga, reaktivna snaga kalema, reaktivna snaga kondenzatora

Ako ne koristimo neki od elemenata onda je njegova snaga nula!!!

Redna veza otpornina otpornosti R i kalema induktivnosti L :

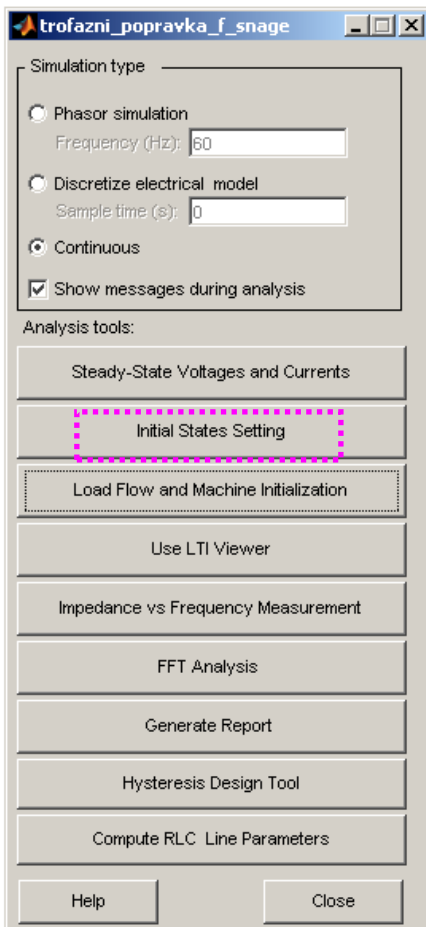
$$P = \frac{V_n^2}{R^2 + (\omega L)^2} R, \quad Q_L = \frac{V_n^2}{R^2 + (\omega L)^2} (\omega L)$$

➤ **Three-Phase V-I Measurement**

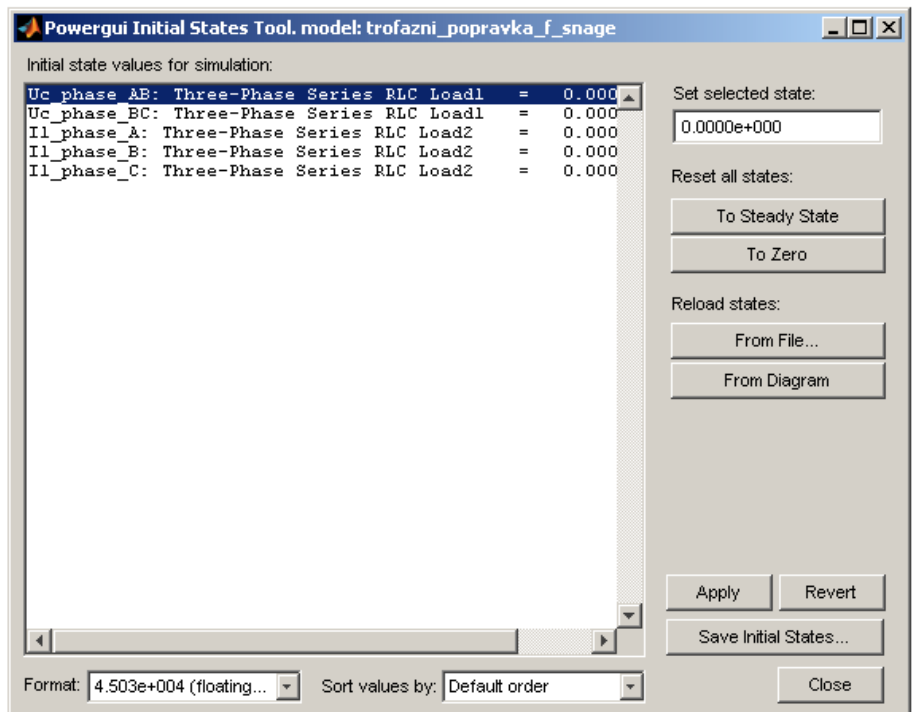


- Merenje *faznih / linijskih* napona
- Mogućnost normalizacije merenog napona/struje
- Merenje *linijskih* struja

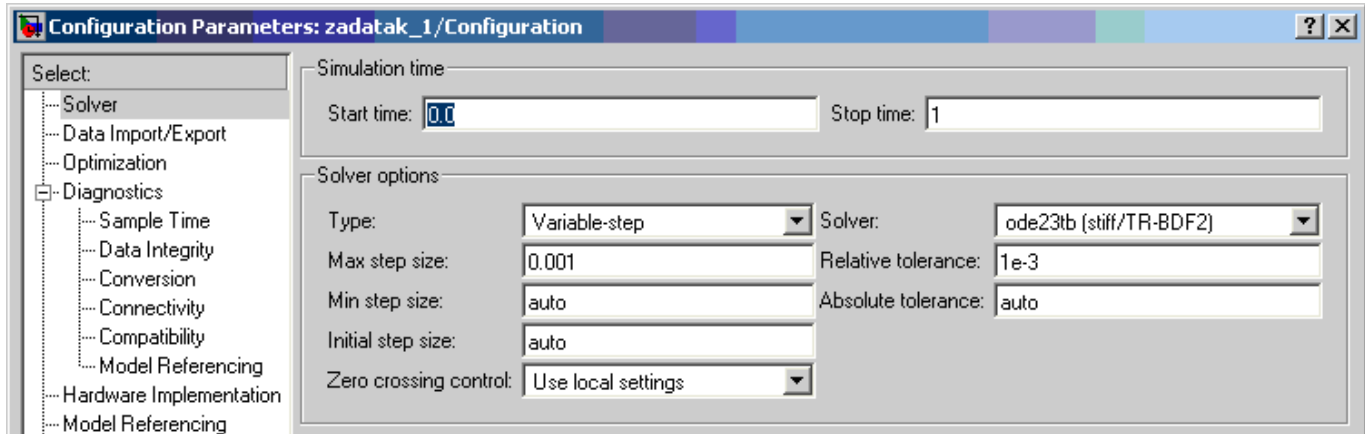
➤ **Powergui** → Steady-State Voltages and Currents
→ Initial States Settings



- Podesti da su svi početni uslovi jednaki nuli



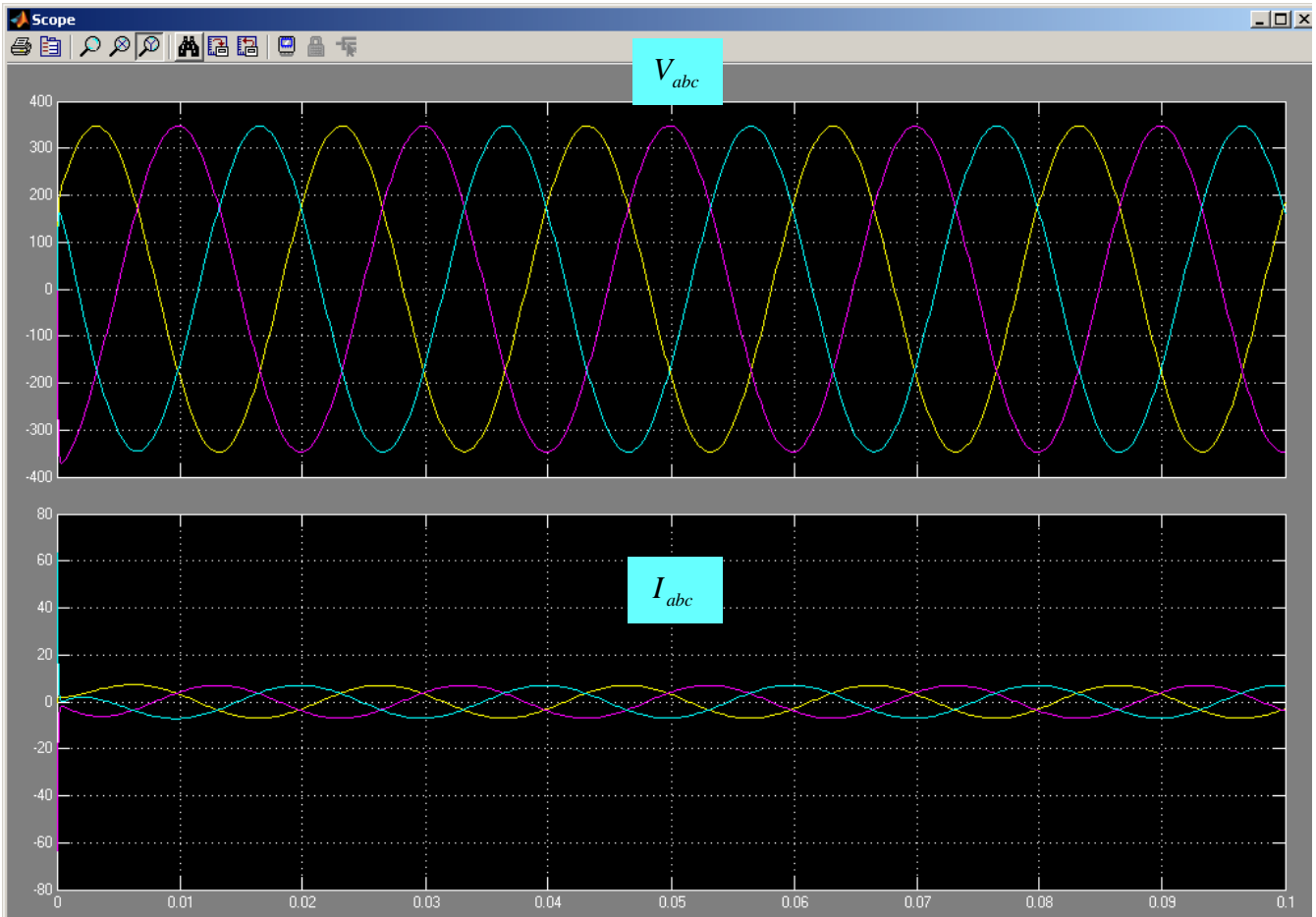
➤ **Simulation** → Simulation time, Solver options



➤ **Scope** → Parameters → Number of axes, Time range, Data history...

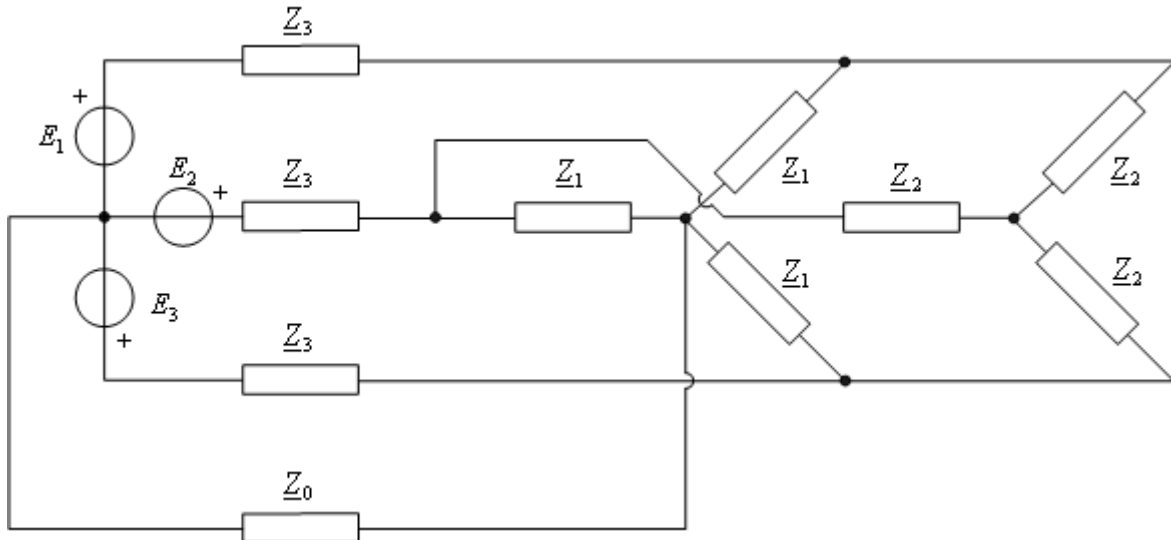
Rezultati:

Izmereni linijski naponi i linijske struje



Zadatak 2

Trofazno električno kolo je uravnoteženo: $\underline{Z}_3 = R/5$, $\underline{Z}_2 = 4R$, $\underline{Z}_1 = R$, $R > 0$. Odrediti trenutne vrednosti struja generatora. Odrediti srednju snagu koju trofazni generator predaje ostatku električnog kola. Kolika je trenutna vrednost napona impedanse \underline{Z}_0 ?



Slika 2

Rešenje:

Trenutne vrednosti struje generatora su: $i_1(t) = \frac{1}{R} e_1(t)$, $i_2(t) = \frac{1}{R} e_2(t)$ i $i_3(t) = \frac{1}{R} e_3(t)$.

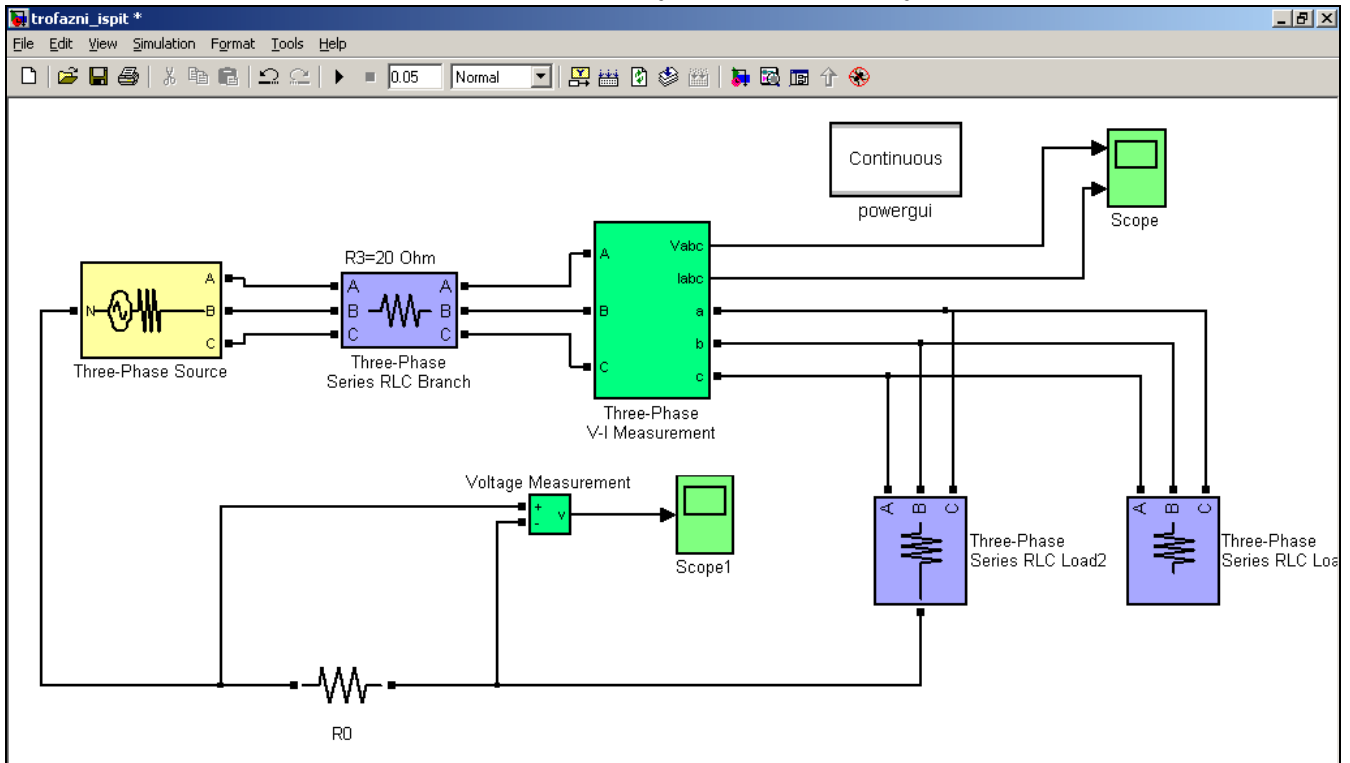
Srednja snaga (aktivna snaga) koju trofazni generator predaje ostatku električnog kola je: $P = 3P_1$, $P_1 = \frac{1}{R} E_{1eff}^2$.

Trenutna vrednost napona impedanse \underline{Z}_0 je jednaka nuli.

Simulacija u Matlabu:

1. Brojne vrednosti uzete pri simulaciji: $E_{eff} = 220 \text{ V}$, $R = 100 \Omega$.
2. Formiranje električnog kola pomoću blokova iz biblioteke **Simulink & Powerlib**:
 - Electrical Sources → **Three-Phase Source**
 - Elements → **Three-Phase Series RLC Branch**
→ **Three-Phase Series RLC Load**
 - Measurements → **Three-Phase V-I Measurement**
→ **Voltage Measurement**
 - Sinks → **Scope**
 - **Powergui**

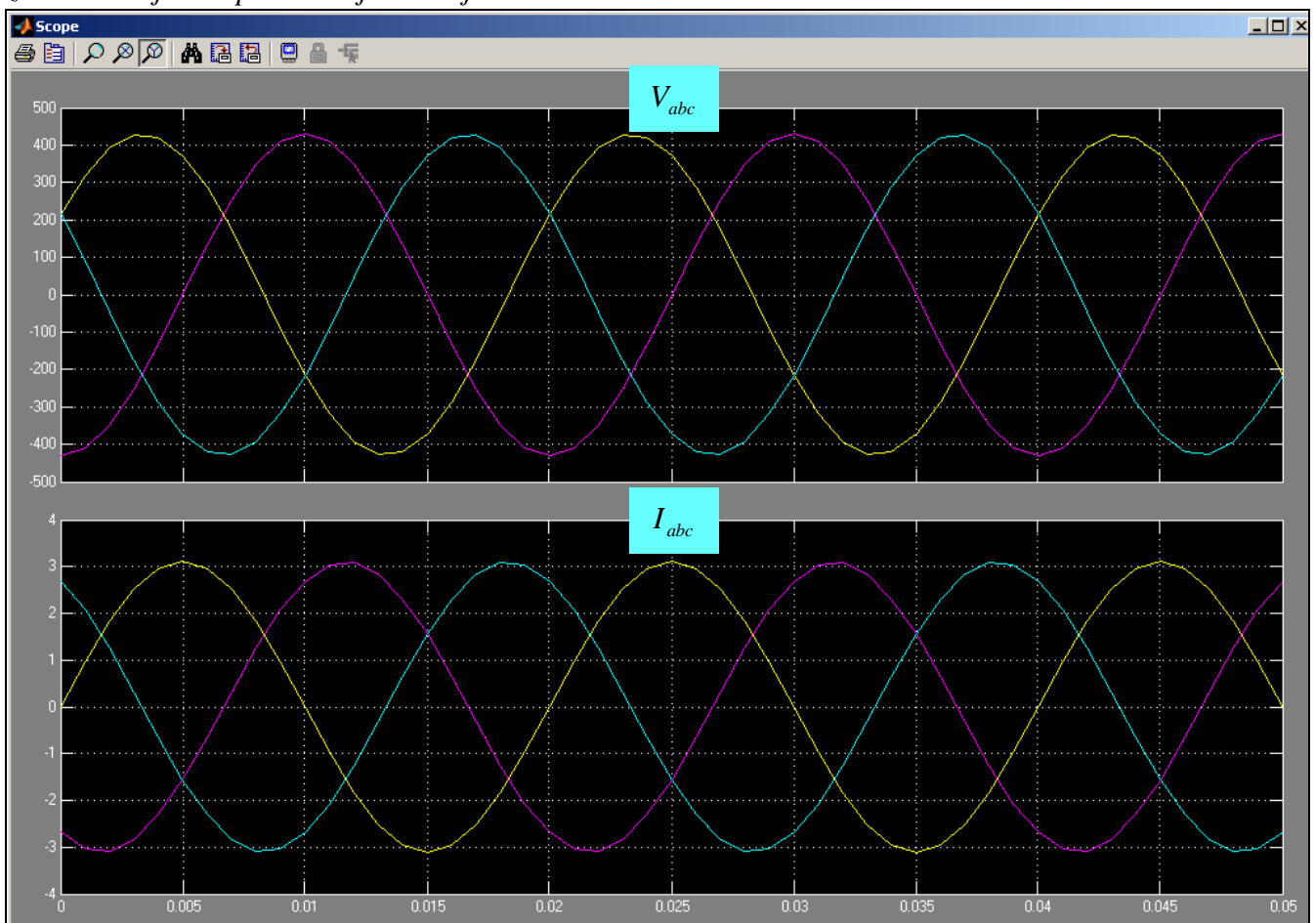
OG 2PRK Praktikum iz računarske analize kola



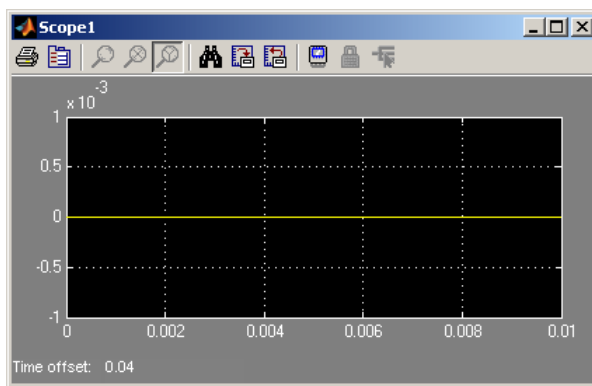
3. Podešavanje parametara simulacije i vrednosti elemenata: *koriste se isti blokovi kao i u zadatku 1.*

Rezultati:

Izmereni linijski naponi i linijske struje



OG 2PRK Praktikum iz računarske analize kola
Napon na impedansi \underline{Z}_0



Zadatak 3

Međufazni napon trofaznog generatora je $400V$, a frekvencija je $50Hz$. Na generator se priključuju dva simetrična trofazna potrošača. Prvi potrošač je vezan u zvezdu i njegova impedansa je $25/_{30^{\circ}}\Omega$, a drugi potrošač je vezan u trougao i njegova impedansa je 40Ω . Odrediti fazne struje potrošača i linijske struje generatora. Kolika je snaga koju daje generator i koliki je ukupni faktor snage?

Rešenje:

Efektivna vrednost faznog napona je $230.94V$.

Efektivna vrednost fazne struje prvog potrošača je $9.24A$.

Efektivna vrednost fazne struje drugog potrošača je $10A$.

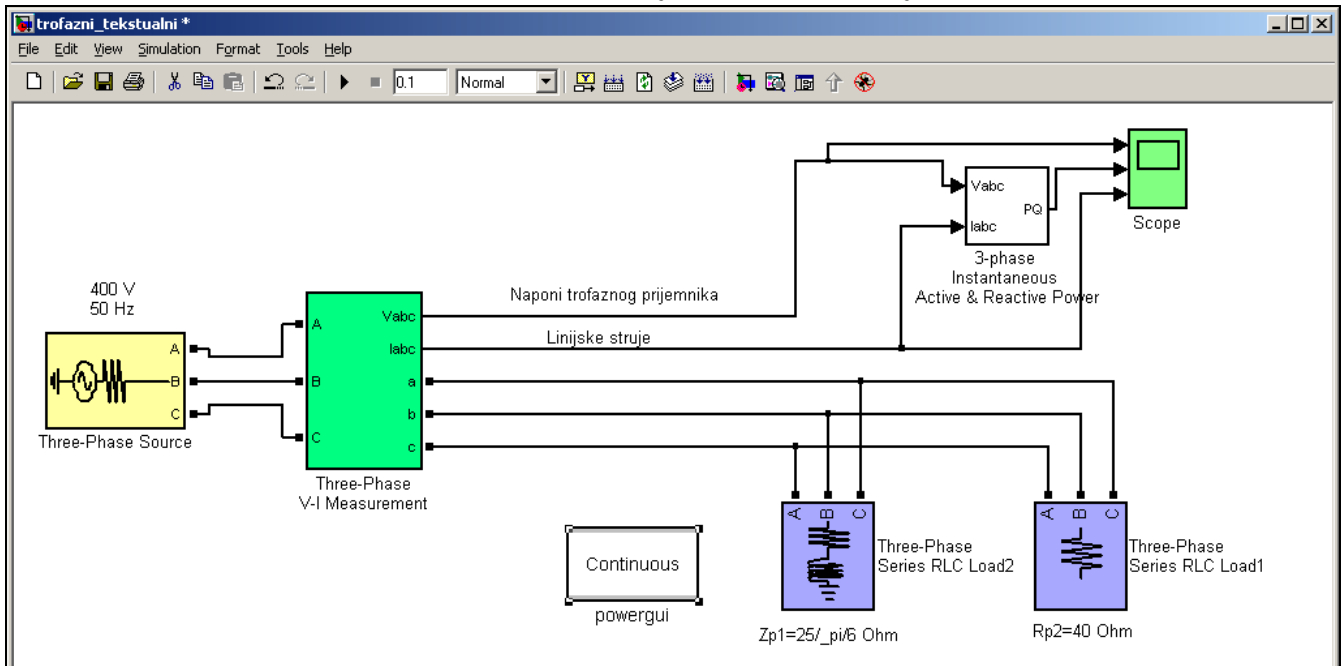
Efektivna vrednost linijske struje je $25.74A$.

Srednja snaga koju generator predaje mreži je $17.543kW$.

Ukupan faktor snage je 0.984 .

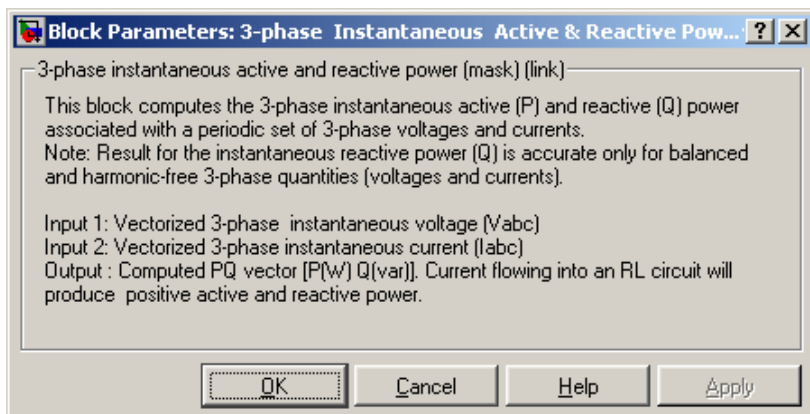
Simulacija u Matlabu:

1. Brojne vrednosti uzete pri simulaciji: $U = 400V$, $f = 50Hz$, $\underline{Z}_1 = R_1 + j2\pi fL_1 = 21.6506 + j12.5\Omega$,
 $\underline{Z}_2 = R_2 = 40\Omega$
2. Formiranje električnog kola pomoću blokova iz biblioteke **Simulink & Powerlib**:
 - Electrical Sources → **Three-Phase Source**
 - Elements → **Three-Phase Series RLC Branch**
→ **Three-Phase Series RLC Load**
 - Measurements → **Three-Phase V-I Measurement**
→ **Voltage Measurement**
 - Extrats → Measurements → **3-phase Instantaneous Active & Reactive Power**
 - Sinks → **Scope**
 - **Powergui**



3. Podešavanje parametara simulacije i vrednosti elemenata:

➤ 3-phase Instantaneous Active & Reactive Power

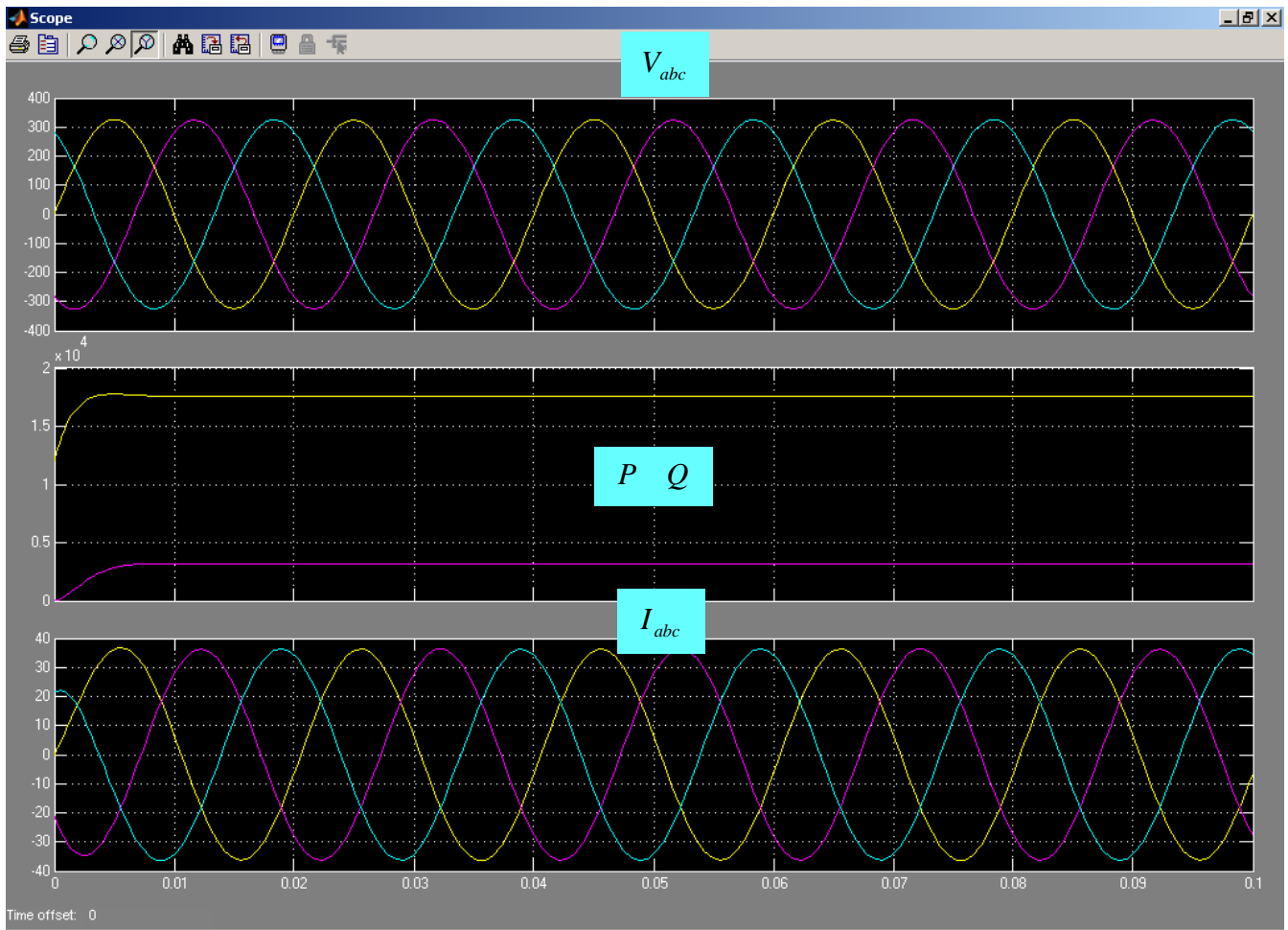


- Merenje **aktivne i reaktivne snage**
Merni instrument podesiti da meri fazne napone!!!

Ostali blokovi se podešavaju kao u **zadatku 1**.

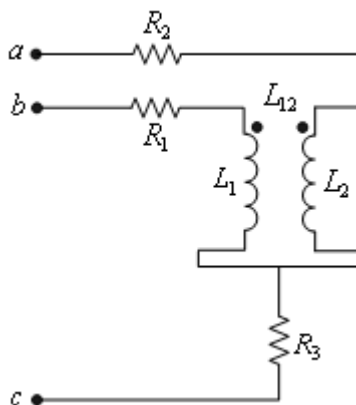
Rešenje:

Izmereni fazni naponi, linijske struje, aktivna i reaktivna snaga



Zadatak 4

Trofazni prijemnik (potrošač) je prikazan na slici 4. Odrediti vezu parametara prijemnika tako da on bude simetričan. Koliko u tom slučaju iznosi koeficijent sprege transformatora?



Slika 4

Rešenje:

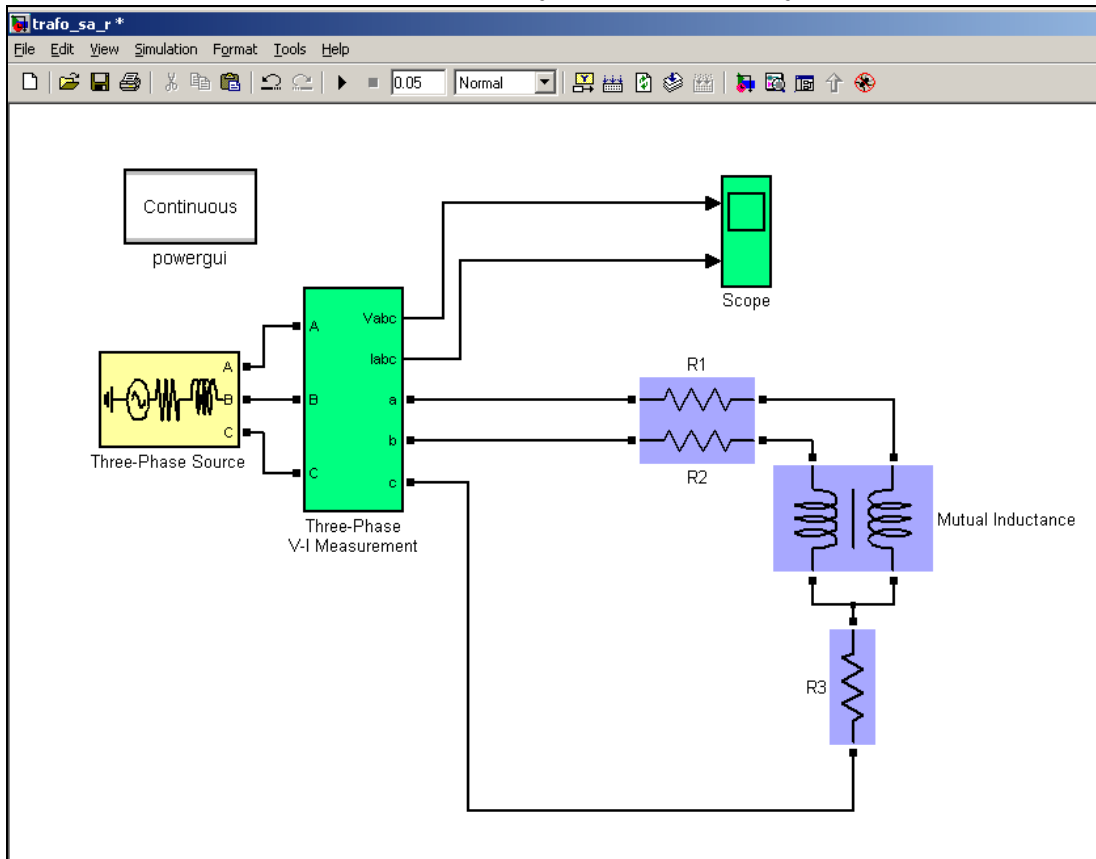
$$R_1 = R_2 = R_3, \quad L_1 = L_2 = 2L_{12}, \quad k = 1/2.$$

Simulacija u Matlabu:

1. Brojne vrednosti uzete pri simulaciji: $L_1 = L_2 = 1.1 \text{ mH}$, $L_{12} = 0.55 \text{ mH}$, $R = 1 \text{ K}\Omega$.
2. Formiranje električnog kola pomoću blokova iz biblioteke **Simulink & Powerlib**:

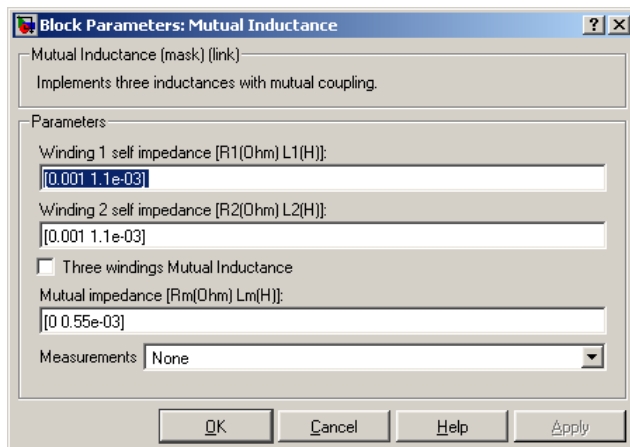
- Electrical Sources → **Three-Phase Source**
- Elements → **Series RLC Branch**
→ **Mutual Inductance**
- Measurements → **Three-Phase V-I Measurement**
- Sinks → **Scope**
- **Powergui**

OG 2PRK Praktikum iz računarske analize kola



3. Podešavanje parametara simulacije i vrednosti elemenata:

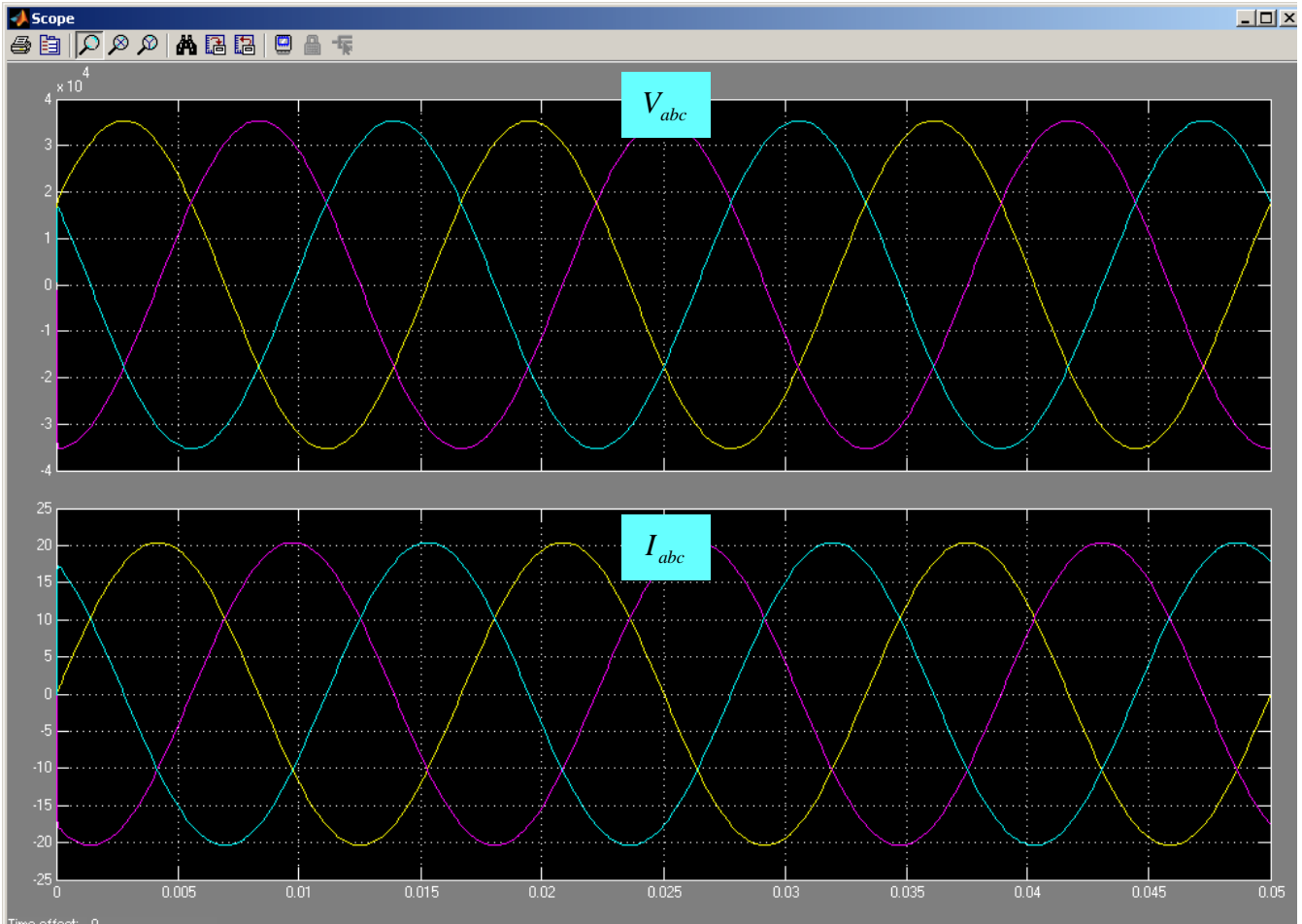
➤ *Mutual Inductance*



- $L_1 = L_2 = 1.1 \text{ mH}$
 $L_{12} = L_m = 0.55 \text{ mH}$
 $R_1 = R_2 = 0.001 \Omega, R_m = 0$
 $R_1, R_2 \neq R_m, L_1, L_2 \neq L_m$

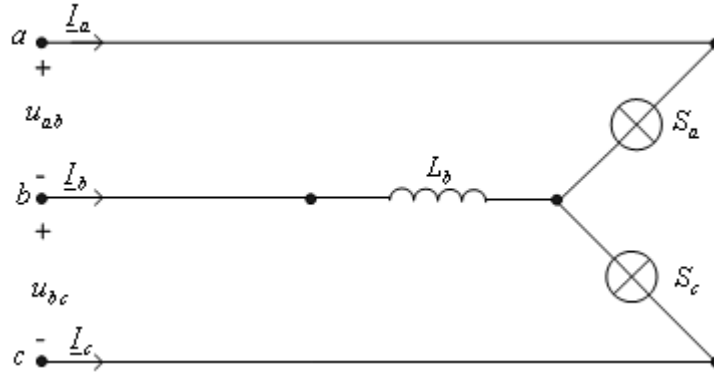
Rezultati:

Izmereni linijski naponi i linijske struje



Zadatak 5

Trofazno kolo prikazano na slici 5 sastoji se od neravnotežene mreže priključene na sistem simetričnih linijskih napona. Smatrajući da su otpornosti sijalica S_a i S_c iste, odrediti koja od njih će jače svetliti u slučaju direktnog, a koja u slučaju inverznog sistema napona.



Slika 5

Rešenje:

Prema uslovu zadatka je: $Z_a = Z_c = R$, $Z_b = jL_b\omega = jX$, tako da se dobija da su vrednosti struja:

$$\underline{I}_a = \frac{R - jaX}{R(R + j2X)} \underline{U}_{ab} = \frac{(2R + \sqrt{3}X) + jX}{2R(R + j2X)} \underline{U}_{ab} \quad \text{i} \quad \underline{I}_c = \frac{-R + ja^2X}{R(R + j2X)} \underline{U}_{ab} = -\frac{(2R - \sqrt{3}X) + jX}{2R(R + j2X)} \underline{U}_{ab}.$$

Kako je $X = L_b\omega > 0$, proizilazi da je struja i_a veće amplitude (efektivne vrednosti) od struje i_c , odnosno sijalica S_a će jače svetleti ako je reč o simetričnom direktnom sistemu pobudnih napona.

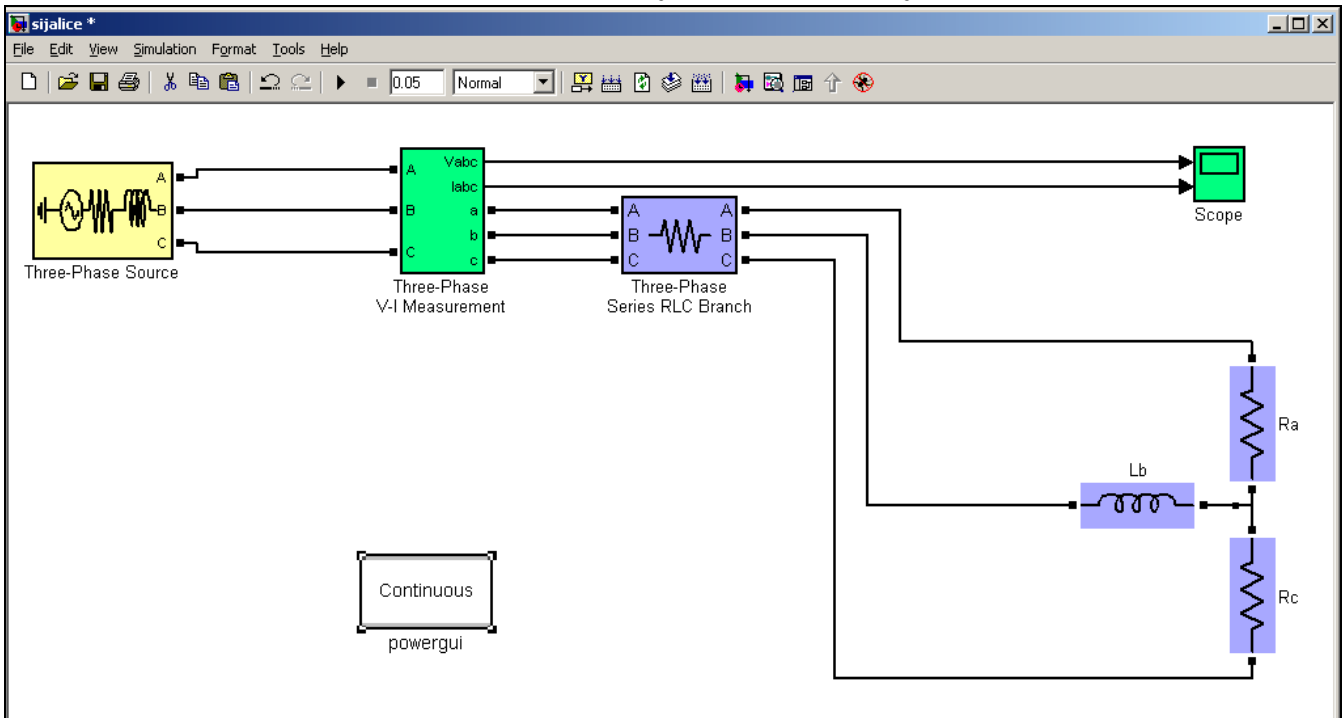
U slučaju inverznog sistema efekat će biti obrnut: jače bi svetlela sijalica S_c .

Znači, smer sistema (redosled faza) je od sijalice koja jače svetli ka onoj drugoj – najkraćim putem.

Simulacija u Matlabu:

1. Brojne vrednosti uzete pri simulaciji: $R_a = R_c = 1k\Omega$, $L_b = 1H$, $R_l = 10\Omega$.
2. Formiranje električnog kola pomoću blokova iz biblioteke **Simulink & Powerlib**:
 - Electrical Sources → **Three-Phase Source**
 - Elements → **Series RLC Branch**
→ **Three-Phase Series RLC Branch**
 - Measurements → **Three-Phase V-I Measurement**
 - Sinks → **Scope**
 - **Powergui**

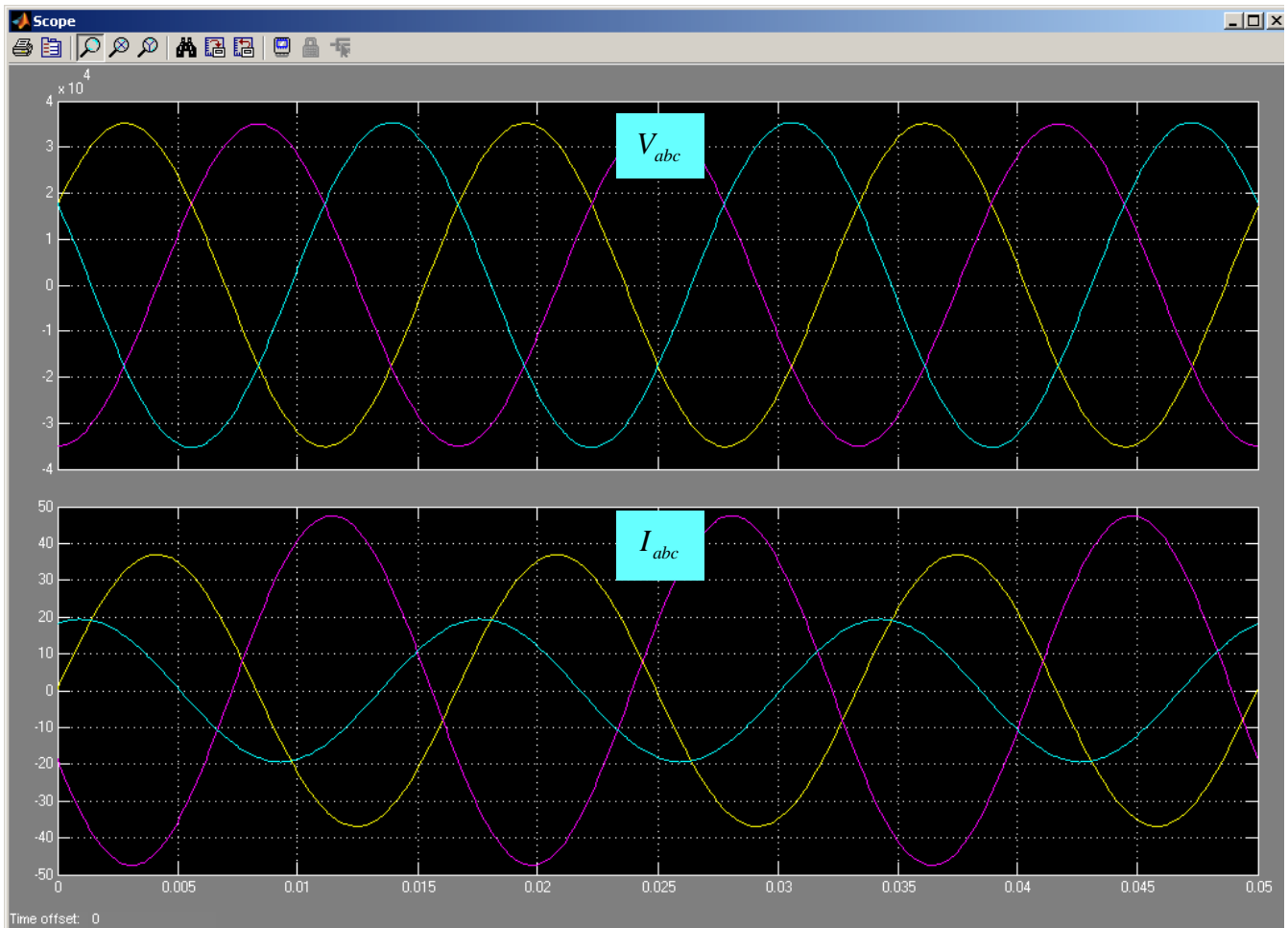
OG 2PRK Praktikum iz računarske analize kola



3. Podešavanje parametara simulacije i vrednosti elemenata: *koriste se isti blokovi kao i u zadatku 1.*

Rezultati:

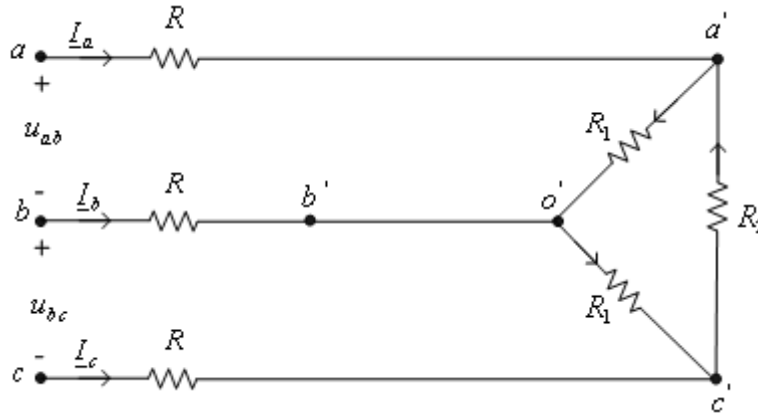
Izmereni linijski naponi i linijske struje



Zadatak 6

Sistem linijskih napona mreže prikazane na slici 6 je simetričan direktan, poznate kompleksne vrednosti $\underline{U}_{ab} = U$. Poznati su parametri R , $R_1 = R$ i $R_2 = 4R$. Odrediti:

- kompleksne struje mreže,
- kompleksnu snagu prijemnika vezanog između tačaka a' , b' i c' .



Slika 6

Rešenje:

a) Linijske struje su: $\underline{I}_a = \frac{1 + (1 + a^2)R_b / R_a}{2R_b + R_a} \underline{U}_{ab} = \frac{17 + 7a^2}{40} \frac{U}{R}$, gde je $R_a = \frac{5}{3}R$, $R_b = \frac{7}{6}R$,
 $\underline{I}_b = -\frac{1 - a^2}{2R_b + R_a} \underline{U}_{ab} = -\frac{1 - a^2}{4} \frac{U}{R}$ i $\underline{I}_c = -\underline{I}_a - \underline{I}_b = -\frac{a^2 + (1 + a^2)R_b / R_a}{2R_b + R_a} \underline{U}_{ab} = -\frac{7 + 17a^2}{40} \frac{U}{R}$,

Naponi prijemnika su: $\underline{U}'_{ab} = \frac{13 + 3a^2}{40} U$, $\underline{U}'_{bc} = \frac{3 + 13a^2}{40} U$ i $\underline{U}'_{ca} = -\frac{2(1 + a^2)}{5} U$,

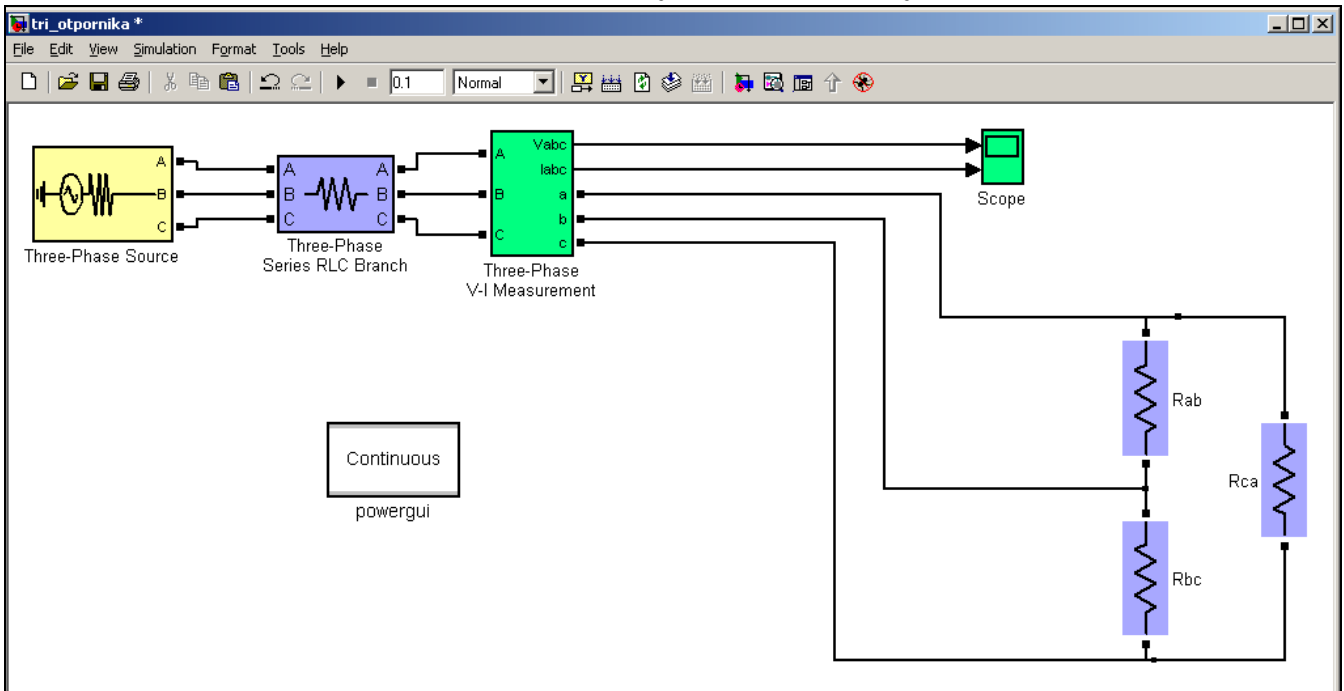
Struje prijemnika su: $\underline{I}'_{ab} = \frac{13 + 3a^2}{40} \frac{U}{R}$, $\underline{I}'_{bc} = \frac{3 + 13a^2}{40} \frac{U}{R}$ i $\underline{I}'_{ca} = -\frac{1 + a^2}{5} \frac{U}{R}$.

b) Kompleksna snaga prijemnika je: $\underline{S}_p = \underline{U}'_{ab} \underline{I}'_{ab}{}^* + \underline{U}'_{bc} \underline{I}'_{bc}{}^* + \underline{U}'_{ca} \underline{I}'_{ca}{}^* \cong 0.334 \frac{U^2}{R}$.

Simulacija u Matlabu:

- Brojne vrednosti uzete pri simulaciji: $R_1 = R = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 4 \text{ k}\Omega$, $U = 380 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$.
- Formiranje električnog kola pomoću blokova iz biblioteke **Simulink & Powerlib**:
 - Electrical Sources → **Three-Phase Source**
 - Elements → **Series RLC Branch**
→ **Three-Phase Series RLC Branch**
 - Measurements → **Three-Phase V-I Measurement**
 - Sinks → **Scope**
 - **Powergui**

OG 2PRK Praktikum iz računarske analize kola



3. Podešavanje parametara simulacije i vrednosti elemenata: *koriste se isti blokovi kao i u zadatku 1.*

Rezultati:

Izmereni linijski naponi i linijske struje

