

# Linearni induktivni transformator simetričan sa savršenom spregom

Figure 1:

(а) Колико главних петљи (фундаменталних контура, ф-контура) има граф електричног кола са слике?

(б) Одредити једначине стања у матричном облику, и ред кола, ако је линеарни индуктивни трансформатор симетричан са савршеном спрегом и  $R_1 = R, R_2 = R, R_3 = R, L_1 = L$ .

(в) Одредити струју кратког споја под условима из (б) ако је  $u_g(t) = U \sin\left(\frac{Rt}{2L}\right) \delta(t)$ .

$\delta(t)$  је јединична одскочна функција (Хевисајдова функција) која се обележава и са  $h(t)$ .

```
(%i1) ug: U*sin(R*t/(2*L)) * unit_step(t);
```

```
(%o1) U unit_step(t) sin(R*t/(2*L))
```

```
(%i2) zamena: [L1=L, L2=L, L12=L, R1=R, R2=R, R3=R, Ug=laplace(ug,t,s)];
```

```
(%o2) [L1=L, L2=L, L12=L, R1=R, R2=R, R3=R, Ug=

$$\frac{2LRU}{4L^2s^2 + R^2}$$

```

```
]
```

```
(%i3) jednacine: [I3=I2+IKS, Ug=R1*I1+U1, 0=R2*I2+U2,
Ug=R3*I3, U1=L1*s*I1+L12*s*I2, U2=L12*s*I1+L2*s*I2];
```

```
(%o3) [I3=IKS+I2, Ug=U1+I1 R1, 0=U2+I2 R2, Ug=I3 R3, U1=
I2 L12 s+I1 L1 s, U2=I2 L2 s+I1 L12 s]
```

```
(%i4) promenljive: [IKS, I1, I2, I3, U1, U2];
```

```
(%o4) [IKS, I1, I2, I3, U1, U2]
```

```
(%i5) odziv: linsolve(ev(jednacine, zamena), promenljive), factor;
```

```
(%o5) [IKS=
$$\frac{2 L U (3 L s+R)}{(2 L s+R) (4 L^2 s^2 +R^2)}, I1=$$

$$\frac{2 L U (L s+R)}{(2 L s+R) (4 L^2 s^2 +R^2)}, I2=-\frac{2 L^2 U s}{(2 L s+R) (4 L^2 s^2 +R^2)}, I3=$$

$$\frac{2 L U}{4 L^2 s^2 +R^2}, U1=-\frac{2 L^2 R U s}{(2 L s+R) (4 L^2 s^2 +R^2)}, U2=$$

$$\frac{2 L^2 R U s}{(2 L s+R) (4 L^2 s^2 +R^2)}]$$

```

```
(%i6) assume(R>0, L>0);
```

```
(%o6) [R>0, L>0]
```

```
(%i7) iKS: ilt(ev(IKS, odziv), s, t), factor;
```

```
(%o7) 
$$\frac{U e^{-\frac{R t}{2 L}} \left( 5 e^{\frac{R t}{2 L}} \sin\left(\frac{R t}{2 L}\right) + e^{\frac{R t}{2 L}} \cos\left(\frac{R t}{2 L}\right) - 1 \right)}{4 R}$$

```

```
(%i8) jednacineKolaIzvoda: [i3=i2+iKS, ugt=R1·i1+u1, 0=R2·i2+u2,
ugt=R3·i3, u1=L1·Di1+L12·Di2, u2=L2·Di2+L12·Di1];
```

```
(%o8) [i3=iKS+i2, ugt=u1+R1 i1, 0=u2+R2 i2, ugt=R3 i3, u1
=D12 L12+Di1 L1, u2=D12 L2+Di1 L12]
```

```
(%i9) promenljiveIzvoda: [Di1, Di2];
```

```
(%o9) [Di1, Di2]
```

```
(%i10) jednacineIzvoda: eliminate(jednacineKolaIzvoda, [i3, iKS, u1, u2]);
```

```
(%o10) [-R2 i2-Di2 L2-Di1 L12, -ugt+R1 i1+Di2 L12+Di1 L1]
```

```
(%i11) jednacineStanja: linsolve(jednacineIzvoda, [Di1, Di2]);
```

```
(%o11) [Di1=
$$\frac{L2 (ugt-R1 i1)+L12 R2 i2}{L1 L2-L12^2}, Di2=-$$

$$\frac{L12 (ugt-R1 i1)+L1 R2 i2}{L1 L2-L12^2}]$$

```

```
(%i12) jednacineDi1Di2: jednacineIzvoda, zamena;
```

```
(%o12) [-R i2-Di2 L-Di1 L, -ugt+R i1+Di2 L+Di1 L]
```

```
(%i13) algebarska: eliminate(jednacineDi1Di2, [Di1]);
(%o13) [L (ugt+R i2-R i1) ]

(%i14) izvodAlgebarska: ev(algebarska, [i2=Di2, i1=Di1, ugt=Dugt]);
(%o14) [L (Di2 R-Di1 R+Dugt) ]

(%i15) Di2: linsolve(izvodAlgebarska, Di2);
(%o15) [Di2= $\frac{Di1 R-Dugt}{R}$  ]

(%i16) jednacinaStanjaDi1: ev(jednacineDi1Di2,Di2);
(%o16) [-R i2 -  $\frac{L (Di1 R-Dugt)}{R}$  -Di1 L, -ugt+R i1 +
 $\frac{L (Di1 R-Dugt)}{R}$  +Di1 L]

(%i17) jednacinaStanjaDi1[1];
(%o17) -R i2 -  $\frac{L (Di1 R-Dugt)}{R}$  -Di1 L

(%i18) prvaJednacinaStanja: linsolve(jednacinaStanjaDi1[1], Di1), expand;
(%o18) [Di1= $\frac{Dugt}{2 R}$  -  $\frac{R i2}{2 L}$  ]

(%i19) sistemJednacinaStanjaDi1: [prvaJednacinaStanja[1], algebarska[1]];
(%o19) [Di1= $\frac{Dugt}{2 R}$  -  $\frac{R i2}{2 L}$ , L (ugt+R i2-R i1) ]

(%i20) sistemJednacinaStanja: ev(sistemJednacinaStanjaDi1,
[Di1='diff(i1,t), Dugt='diff(ugt,t)]);
(%o20) [ $\frac{d}{d t}$  i1= $\frac{\frac{d}{d t} ugt}{2 R}$  -  $\frac{R i2}{2 L}$ , L (ugt+R i2-R i1) ]
```